III. Теоретические и практические основы измерений

УДК 621.396.97

# ДИНАМИЧЕСКИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ КАК СРЕДСТВО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ФАР О.С. Алексеев, С.Е. Гаврилова, А.Н. Грибанов, А.Е. Дорофеев, И.Е. Макушкин, Г.Ф. Мосейчук, А.И. Синани

АО «НИИП имени В.В. Тихомирова», Жуковский, Московская обл. niki@nio11.niip.ru

Рассмотрены теоретические и практические основы измерения динамической ДН ФАР. Предложены варианты обработки измеренных данных. Описаны возможности применения динамической ДН и особенности её обработки для определения амплитудно-фазового распределения и характеристик направленности ФАР. Приведены способы оценки погрешностей определения ДН и амплитудно-фазового распределения по динамической ДН, а также примеры экспериментальной проверки применения динамических ДН для оценки характеристик реальных активных ФАР.

Ключевые слова: фазированная антенная решётка, динамическая диаграмма направленности, реконструкция амплитудно-фазового распределения.

# DYNAMIC DIRECTIONAL DIAGRAMS AS A MEANS OF DETERMINING THE PAA CHARACTERISTICS O.S. Alekseev, S.E. Gavrilova, A.N. Gribanov, A.E. Dorofeev, I.E. Makushkin, G.F. Moseychuk, A.I. Sinani

JSC "NIIP named after V.V. Tikhomirov", Zhukovsky, Moscow region niki@nio11.niip.ru

Being considered are theoretical and practical principles of PAA dynamic pattern measurement. Being proposed are some options of measured data processing. The paper describes the applicability of the dynamic pattern and peculiarities of its processing to define the PAA amplitude-phase distribution and directional characteristics. Being given are the methods of the error estimation of the antenna pattern definition and the amplitude-phase distribution along the dynamic pattern as well as the examples of the experimental check of the dynamic patterns application to estimate the characteristics of actual active antenna arrays.

*Key words: phased antenna array, dynamic antenna pattern, reconstruction of the amplitudephase distribution.* 

### Введение

Эффективность работы современных радиолокаторов в значительной степени определяется возможностями антенных систем с электронным управлением лучом, основу которых составляют фазированные антенные решётки (ФАР, далее по тексту под термином «ФАР» подразумеваются как пассивные, так и активные ФАР). Такие системы являются сложными устройствами, которые требуют многоступенчатой разработки, привлечения высоко-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

квалифицированных специалистов, использования дорогостоящего оборудования и программного обеспечения, а также больших временных затрат.

Для контроля параметров ФАР необходимы многочисленные и трудоёмкие измерения. Например, сегодня уже недостаточно иметь данные о параметрах диаграммы направленности (ДН) ФАР только в главных плоскостях. Требуется знание параметров ДН в двумерной угловой области, что увеличивает объёмы и время измерений. Не менее остро стоит вопрос определения амплитудно-фазового распределения (АФР) в раскрыве антенны. Знание АФР позволяет установить широкий спектр важнейших характеристик ФАР. На основе информации об АФР осуществляется диагностика состояния ФАР, её настройка и прогнозирование характеристик ДН. Однако оценка АФР на апертуре ФАР является сложной и трудоёмкой задачей. Для снижения трудоёмкости, сокращения времени и объёмов измерений разработчиками ФАР прилагаются значительные усилия.

Как правило, методы измерения характеристик антенн базируются на имитации её работы в реальных условиях, обеспечивая при реализации метода различную степень приближения. Известные и наиболее распространённые методы измерений были разработаны для антенн, не обладающих способностью электронного сканирования, и имитируют реальную ситуацию, например, в коллиматорном зале с антенной, расположенной на опорно-поворотном устройстве, либо восстанавливая ДН по измеренному ближнему полю антенны. И те и другие измерения проводят при фиксированных значениях амплитуд и фаз токов в излучающих элементах раскрыва ФАР.

В штатном режиме работы  $\Phi AP$ , неподвижно установленная на объекте, реализует электронное сканирование луча в заданной угловой области. При этом при переходе от одного углового положения луча к следующему, на раскрыве  $\Phi AP$ , в общем случае, изменяются как систематическая, так и случайная составляющие амплитуд и фаз токов. Соответственно, изменяются и характеристики направленности. Поэтому наибольшего внимания заслуживают такие методы измерения характеристик  $\Phi AP$ , которые, учитывая подобные эффекты, позволяют проводить измерения в штатном режиме работы  $\Phi AP$  и за малое время.

Основной целью данной работы являются оценка возможностей и выявление особенностей определения характеристик направленности ФАР и параметров возбуждения раскрыва посредством обработки сигналов, получаемых при фазовом сканировании луча [1] в процессе измерений. Полученные в процессе подобных измерений данные составляют так называемую динамическую ДН (ДДН).

В представленных материалах рассмотрены условия проведения измерений ДДН. Описаны возможности применения ДДН для оценки ДН, АФР и диагностики возбуждения ФАР. Приведены результаты оценки погрешностей определения ДН и АФР по ДДН, а также результаты применения ДДН для оценки характеристик реальных ФАР.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

### 1. Обзор методов определения характеристик ФАР

Разработка ФАР неразрывно связана с необходимостью измерения или определения косвенным путём (например, реконструкцией) их ДН и АФР.

Методы непосредственного измерения характеристик ДН в дальней зоне хорошо известны [2], однако они требуют использования больших полигонов и подвержены сильному влиянию условий окружающей среды, ландшафта местности и переотражений.

Переход от измерений ДН в дальней зоне к измерениям поля излучения ФАР в ближней зоне с последующей обработкой данных и пересчётом в дальнюю зону позволяет избежать некоторых трудностей, связанных с дальней зоной. Методы ближней зоны позволяют работать в небольших безэховых камерах (БЭК). Современные подходы к определению ДН по измерениям ближнего поля ФАР основаны на модернизированных и адаптированных методах голографии или апертурно-зондовых методах [3–8], коммутационном и модуляционном методах [9], методах фокусировки [2, 4], коллиматорных методах [4], бесфазовых методах [10]. Возможно также определение ДН по измерениям поля антенны в зоне Френеля [11].

Однако и методы ближней зоны, и методы определения ДН по измерениям в промежуточной зоне ФАР (зоне Френеля) обладают существенным недостатком — восстановление ДН в дальней зоне осуществляется посредством сложных математических операций. Кроме того, измерение поля в ближней зоне требует больших временны́х затрат, связанных либо с механическим перемещением зонда, влияние которого необходимо учитывать, либо с многочисленными коммутациями фазовращателей. В основном перечисленные недостатки могут быть устранены при использовании ДДН для определения ДН ФАР.

Понятие «динамическая ДН» упоминалось в некоторых работах отечественных авторов [12–15]. Суть понятия отражена в [15], где сказано, что ДДН — это «ДН, получаемая сканированием луча (обычно в какой-либо плоскости) при фиксированном положении испытуемой ФАР», а также, что «измерение динамической ДН является удобным способом контроля работоспособности ФАР и СУЛ». Объём информации о ДДН в зарубежных источниках сильно ограничен. В [16, 17] для описания ДН динамической антенны («dynamic antenna») автор также применяет термин «dynamic radiation pattern».

Определение AФР по данным измерения напряжённости поля на различных расстояниях от антенны заключается, главным образом, в корректной обработке полученных при измерениях данных [2, 18, 19]. Как в нашей стране, так и за рубежом, сегодня наиболее распространены и активно развиваются способы определения AФP на апертуре, основанные на измерениях поля в ближней зоне ФАР [2, 4, 5, 9, 20] и зоне Френеля [8]. Что касается

способов обработки данных, то существующие на сегодняшний день методы определения АФР по измерениям поля в ближней зоне ФАР главным образом базируются на решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), включающих измеренные данные в качестве известных компонент. Вычислительные мощности современных ЭВМ позволяют рассчитывать СЛАУ высоких порядков с большим числом переменных. Однако при этом вычислительные ресурсы расходуются неэкономно. Для упрощения процессов обработки измеренных данных во многих методах реконструкции АФР  $\Phi AP$  применяется преобразование  $\Phi$ урье. Однако в основном оно используется для пересчёта значений поля, измеренных в ближней зоне ФАР, на плоскость раскрыва путём предварительного пересчёта данных из ближней зоны в дальнюю или, иначе говоря, перехода к плоским волнам [18, 21–27]. Ограничения методов, использующих переход к спектру плоских волн [20, 21, 28-33], связаны с тем, что часть спектральных компонент периода спектра (спектр плоских волн антенной решётки с периодической структурой расположения элементов является периодическим) выходит за границы области видимости [22–26]. При представлении электромагнитного поля в виде спектра плоских волн происходит разделение активной и реактивной частей поля. Активная часть поля попадает в область видимости антенны, а реактивная — за область видимости. С удалением от антенны реактивные составляющие поля быстро затухают, поэтому при наличии шумов возникают трудности измерения, вычисления и учёта составляющих, лежащих в «невидимой» части спектра.

В [18, 19, 25] для реконструкции АФР без искажений предлагается использовать фильтры, компенсирующие функцию Релея (частотная характеристика, описывающая затухание поля за областью видимости антенной решётки в зависимости от расстояния) и подавляющие шумовую составляющую для высших пространственных частот. В [26] для уменьшения ошибок реконструкции АФР ФАР предлагается перемещать основной период спектра антенны в область видимости. Однако для метода, приведённого в [26], характерны следующие недостатки:

- для реконструкции поля на апертуре требуется коррекция фаз спектра плоских волн, так как спектр вычисляется по полю, измеренному на некотором расстоянии от антенны;
- для реконструкции АФР требуется произвести две операции преобразования Фурье: прямое для расчёта поля в дальней зоне, и обратное для расчёта АФР (поля в плоскости антенной решётки);
- соединение нескольких частей спектра является дополнительным источником ошибок в реконструируемом АФР;
- требуется учитывать влияние ДН зонда на измеряемое поле.

Метод, предложенный в [26], был развит в [34], где использовался совместно с итеративным методом преобразования Фурье [35, 36] для получения информации о спектральных составляющих, лежащих за областью видимости ФАР.

Таким образом, большинство авторов [18, 19, 26, 30, 32, 34, 37–39] сходится во мнении, что использование преобразования Фурье — наиболее быстрый и удобный способ для реконструкции АФР плоских антенных решёток, однако требует большого числа и времени измерений, а также имеет недостаточную разрешающую способность (точность) при реконструкции АФР по области видимости антенной решётки. В основном эта проблема может быть решена при использовании ДДН для реконструкции АФР.

Необходимо отметить, что диагностика ФАР является результатом анализа АФР, поэтому многие из перечисленных методов реконструкции АФР применяются также для диагностики ФАР.

На сегодняшний день уже существуют несколько публикаций, посвящённых рассмотрению некоторых особенностей проведения измерений и практического использования ДДН. В [40, 41] описан способ измерения ДДН. Способы обработки и возможности использования ДДН для оценки ряда характеристик ФАР были кратко представлены в [42–45].

# 2. Принцип измерения динамической ДН

На основе принципа измерения строится теория и дальнейшая работа с ДДН, поэтому его следует рассмотреть в первую очередь.

Многие способы измерения ДН (для краткости назовём их «классическими») основаны на механическом повороте антенны с помощью опорноповоротного устройства (ОПУ) в поле падающей волны с плоским фазовым фронтом. Плоский фазовый фронт обеспечивается либо расположением вспомогательной антенны в дальней зоне ФАР, либо использованием в качестве вспомогательной антенны зеркала коллиматора. В процессе измерений АФР в раскрыве не изменяется, а антенна вместе с её ДН сканирования (здесь и далее под термином «ДН сканирования» понимается диаграмма сканирования элемента или «scan element pattern» согласно [46]) поворачивается на некоторый угол  $\theta_q$  (рис. 1). В процессе измерений форма ДН и соотношения между уровнями луча и боковых лепестков остаются неизменными.

Как и для классических методов, для измерения ДДН необходимо сформировать поле с плоским фазовым волновым фронтом в области расположения исследуемой ФАР. Однако, в отличие от классических методов, при измерениях ДДН положение исследуемой ФАР и всех вспомогательных устройств не изменяют.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 1. Схема измерения ДН с использованием опорно-поворотного устройства

Для получения ДДН наклон плоскости фазового фронта принимаемого поля (при работе ФАР в режиме приёма) изменяется, как и при штатной работе ФАР, с помощью фазовращателей таким образом, чтобы обеспечить возможность измерения амплитуд и фаз принятого сигнала в заданных направлениях пространства (рис. 2). При этом луч ФАР устанавливается поочерёдно в направления ( $u_q$ ,  $v_q$ ), где  $u_q$ ,  $v_q$  — угловые переменные двумерной системы координат (u, v); q — номер направления луча (рис. 3). Если направления (u, v) соответствуют области видимости ( $u^2 + v^2 \le 1$ ), то они связаны с направлениями ( $\theta$ ,  $\varphi$ ) сферической системы координат соотношениями ( $u = \sin \theta \cdot \cos \varphi$ ,  $v = \sin \theta \cdot \sin \varphi$ ). Если же направления (u, v) выходят за область видимости, то их можно рассматривать в качестве обобщённых угловых переменных.



Рис. 2. Изменение наклона фазового фронта линейной ФАР при измерениях ДДН

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. З. Схема измерения ДДН

Например, для установки луча двумерной плоской эквидистантной  $\Phi AP$  в направление ( $u_1$ ,  $v_1$ ), причём независимо от того, находится ли это направление в пределах или за пределами области видимости  $\Phi AP$ , необходимо сформировать в её раскрыве фазовое распределение ( $\Phi P$ ) вида:

 $\varphi(x, y) = -2\pi (x \cdot u_1 + y \cdot v_1),$ 

а разность фаз между двумя соседними элементами ФАР должна составлять:

$$\Delta \varphi_x = -2\pi d_x u_1;$$
  
$$\Delta \varphi_y = -2\pi d_y v_1,$$

где *x*, *y* — координаты элементов  $\Phi$ АР в системе координат *X* и *Y*;

 $d_x$  — расстояние между элементами ФАР по оси X;

 $d_v$  — расстояние между элементами ФАР по оси *Y*.

При больших отклонениях луча разность фаз между двумя соседними элементами ФАР может превышать значение  $2\pi$ , что технически вполне реализуемо, поскольку целое число  $2\pi$  при реализации фаз элементов можно не учитывать.

Процесс измерений ДДН обладает рядом особенностей (рис. 3):

- ФР в процессе измерений изменяется, поэтому форма ДН и соотношения между уровнями луча и боковых лепестков изменяются при каждом новом положении луча;
- угол между направлением нормали к плоскости раскрыва ФАР и направлением нормали к плоскости фазового фронта поля, падающего на раскрыв, не изменяется в процессе измерений, поэтому влияние ДН сканирования остаётся постоянным и, следовательно, не влияет на результат измерений;
- в процессе измерений фиксируются амплитуда и фаза сигнала, поэтому результатом измерений является комплексный массив данных;
- измерения ДДН могут осуществляться в режимах работы ФАР на приём и передачу (в режиме передачи измеряются амплитуды и фазы сигналов, принятых вспомогательной антенной).

Благодаря электронному сканированию, при котором время перестройки луча мало́, время измерений значительно сокращается по сравнению со временем, затрачиваемым на измерения путём механического поворота антенны.

Вместе с тем необходимо понимать, что измеренная таким способом динамическая ДН не является диаграммой направленности в классическом понимании. Динамическая ДН обладает специфическими свойствами, особенности которых будут рассмотрены ниже.

### 3. Математическая модель

Для исследования свойств ДДН необходимо вывести аналитическое выражение для её описания. Ненормированная ДН плоской ФАР, для которой справедливо приближение бесконечного раскрыва, а излучатели расположены вдоль строк и столбцов, имеет вид:

$$F(u,v) = F_1(u,v) \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N_m} A_{mn} e^{i\phi_{mn}} e^{ik(ux_{mn}+vy_{mn})},$$

где u, v — угловые переменные двумерной системы координат (u, v), в области видимости ФАР являющиеся направляющими косинусами выбранного направления к осям раскрыва X и Y соответственно  $(u = \sin \theta \cdot \cos \varphi, v =$  $= \sin \theta \cdot \sin \varphi)$ , где  $\theta, \varphi$  — углы сферической системы координат; M — число строк излучателей в раскрыве ФАР;  $N_m$  — число излучателей в строке с номером m;  $A_{mn}, \varphi_{mn}$  — амплитуда и фаза излучающего элемента, расположенного в строке с номером m и столбце с номером n;  $x_{mn}, y_{mn}$  — координаты излучающего элемента, расположенного в строке с номером m и столбце с номером n;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $F_1(u, v)$  — диаграмма направленности одного излучающего элемента в составе  $\Phi$ АР.

Так как  $F_1(u, v)$  не меняет значение при измерениях ДДН, и если принять, что при фазовом сканировании луча амплитудное распределение (AP) не изменяется, а требуемое ФР реализуется точно, то ДДН будет точно соответствовать множителю направленности (MH) ФАР. Учитывая это, выражение для расчёта значения ДДН в направлении с номером q с координатами  $(u_q, v_q)$  будет иметь вид:

$$F_{\text{дин}_{q}}\left(u_{q}, v_{q}\right) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N_{m}} A_{mn} e^{i\varphi_{mn}} e^{ik(u_{q}x_{mn} + v_{q}y_{mn})}.$$
 (1)

Если структура расположения излучателей в раскрыве является линейнопериодической, а измерения осуществляются по эквидистантной сетке направлений, то ДДН может быть представлена более простой формулой:

$$F_{\text{дин}\_ps}\left(u_{p}, v_{s}\right) = \sum_{m} e^{ikv_{s}y_{m}} \sum_{n} A_{mn} e^{i\varphi_{mn}} e^{iku_{p}x_{n}},$$

где *p* — номер строки сетки измерений; *s* — номер столбца сетки измерений.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

Анализируя полученное выражение, можно заключить, что АФР ФАР в отсутствие ошибок возбуждения раскрыва и ДДН связаны математической операцией двумерного преобразования Фурье.

При работе ФАР в режиме передачи понятие АФР подразумевает распределение реальных значений амплитуд и фаз токов в излучателях решётки. В случае работы ФАР в режиме приёма сигнала АФР здесь и далее понимается как «распределение произведения единичного сигнала на комплексные коэффициенты возбуждения каналов ФАР» [20].

Определение (восстановление, реконструкция) АФР по ДДН заключается в расчёте параметров возбуждения в местах расположения центров излучающих элементов по известному набору измеренных амплитуд и фаз ДДН  $\{F_{\text{дин}_q}, \psi_{\text{дин}_q}\}$  путём применения операции обратного преобразования Фурье:

$$A_{\mathrm{pek}\_mn}e^{i\varphi_{\mathrm{pek}\_mn}} = \sum_{q}F_{\mathrm{duh}\_q}e^{i\psi_{\mathrm{duh}\_q}}e^{-ik(u_{q}x_{mn}+v_{q}y_{mn})},$$

где q — текущий номер направления луча;  $u_q$ ,  $v_q$  — координаты текущего направления в системе координат (u, v);  $A_{\text{рек}\_mn}$ ,  $\phi_{\text{рек}\_mn}$  — амплитуда и фаза элемента, расположенного в строке с номером m и столбце с номером n;  $x_{mn}$ ,  $y_{mn}$  — координаты излучающего элемента, расположенного в строке с номером m и столбце с номером n;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число.

Если структура расположения излучателей в раскрыве является прямоугольной или треугольной (гексагональной), а измерения ДДН осуществляются по эквидистантной сетке направлений, то

$$A_{mn}e^{i\varphi_{mn}} = \sum_{s} e^{ikv_{s}y_{m}} \sum_{p} F_{\mu\mu} e^{i\psi_{\mu\mu}ps} e^{-iku_{p}x_{n}}, \qquad (2)$$

где *р* — номер строки сетки измерений; *s* — номер столбца сетки измерений.

Выражение (2) позволяет воспользоваться преимуществами алгоритмов быстрого обратного преобразования Фурье для реконструкции АФР, что значительно сокращает время обработки значений ДДН, особенно для антенных решёток с раскрывами, имеющими большие электрические размеры и, соответственно, большое число излучателей.

Обновляемые при каждом отклонении луча ФАР ошибки реализации АФР вносят погрешности в значения  $F_{дин\_ps}$  и  $\psi_{дин\_ps}$ . Это значит, что каждое из значений ДДН измеряется при отличающейся реализации случайных ошибок АФР. В этом случае можно утверждать, что реконструированные значения амплитуд и фаз являются в некотором смысле усреднёнными по реализациям.

По сравнению с известными аналогами, например, теорией реконструкции АФР в спектральной области [18, 24, 26], предлагаемый подход существенно проще, так как МН ФАР измеряется, а не восстанавливается по по-

лю, измеренному в ближней зоне, кроме того, нет необходимости исключать из расчёта ДН сканирования.

# 4. Периодичность ДДН

Выше было определено, что ДДН, в отсутствие ошибок формирования АФР и ошибок измерения, можно считать множителем направленности ФАР. Известно, что МН двумерной плоской эквидистантной периодической антенной решётки является периодической функцией [47]. В системе координат (u, v) периодичность МН связана со структурой дифракционных максимумов [48]. Вокруг каждого максимума можно выделить область (назовём её «ячейкой»), размеры которой определяются линейными периодами расположения элементов решётки  $d_x$  и  $d_y$  [49]:

$$T_U = \frac{1}{d_x}; \qquad \qquad T_V = \frac{1}{d_y}.$$

Следует отметить, что область двумерного периода МН не всегда совпадает с областью ячейки. Например, ФАР с треугольной структурой и расстояниями между элементами  $d_x$  и  $d_y$ , фрагмент которой приведён на рис. 4, имеет дифракционные максимумы, расположенные по треугольной структуре, но при этом имеют разный знак фазовой составляющей в соседних максимумах (рис. 5). При такой структуре дифракционных максимумов двумерный период комплексных значений МН охватывает область двух ячеек.



Однако угловая область ячейки (а значит, и периода) не обязательно должна быть прямоугольной. Одна ячейка МН может иметь различные фор-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

мы, в том числе и довольно сложные [49]. При этом ячейки должны иметь одинаковые размер и форму и заполнять всё пространство в системе координат (u, v), (рис. 6).



Рис. 6. Ячейки МН в системе координат (и, v)

В [50] приведено доказательство леммы, на основе которой область периода может трансформироваться при сохранении некоторых условий.

Лемма утверждает, что если функция  $\psi(x)$  периодическая с некоторым периодом *T*, то при любых  $\alpha$  и  $\lambda$  справедливо соотношение

$$\int_{\alpha}^{\alpha+T} \psi(x) dx = \int_{\alpha+\lambda}^{\alpha+\lambda+T} \psi(x) dx$$

Это означает, что сдвиги не изменяют ни ортонормальности систем периодических функций, ни соответствующих коэффициентов Фурье периодических функций (разумеется, если их период равен длине интервала разложения).

Иными словами, результат преобразования Фурье от периодической функции по протяжённости её периода не зависит от начальной точки интегрирования. Главное, чтобы протяжённость отрезка интегрирования была точно равна периоду функции *T*.

Данные выводы, справедливые для периодических функций одной переменной, можно расширить на периодические функции двух переменных. Допустим, исходная периодическая функция двух переменных имеет прямоугольную форму периода. Если эта функция представляет измеренную ДДН, то её можно рассматривать как совокупность дискретных отсчётов, расположенных вдоль строк и столбцов (рис. 7а). Допустим, ДДН измерена в расширенной области девяти ( $3T_u \times 3T_v$ ) прямоугольных периодов. Каждая протяжённая строка (столбец) отсчётов имеет протяжённость трёх линейных периодов.

Операцию двумерного обратного преобразования Фурье (ОПФ) можно представить в виде последовательности одномерных преобразований:

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

$$A_{mn}e^{i\varphi_{mn}} = \sum_{s} \sum_{p} F_{ps}e^{i\psi_{ps}}e^{-ik(u_{p}x_{n}+v_{s}y_{m})} =$$
  
=  $\sum_{s} e^{ik(v_{s}y_{m})}\sum_{p} F_{ps}e^{i\psi_{ps}}e^{-ik(u_{p}x_{n})} = \sum_{s} F_{s}(x_{n})e^{-ik(v_{s}y_{m})}.$ 

Функция  $F_s(x_n)$  есть результат одномерного ОПФ по длине периода T от строки данных ДДН с номером *s*. Следовательно, результирующее АФР можно рассматривать как сумму парциальных вкладов от всех строк ДДН.

Но если строка измеренных данных превышает область одного периода, то на основании приведённой выше леммы отрезок преобразования можно сдвинуть по переменной u, и результат расчёта функции  $F_s(x_n)$  не изменится. Аналогичным образом можно сдвинуть в разные стороны несколько строк данных, при этом их соответствующие результаты одномерных ОПФ не изменятся. Следовательно, не изменится и общий результат двумерного ОПФ. Графически новые области периода представлены на рис. 76.



Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

Аналогично результат расчёта АФР не изменится, если сдвигать столбцы данных (рис. 7в).

Один из важных практических выводов заключается в том, что прямоугольная область периода может быть без изменения формы сдвинута на любые значения  $\Delta u$  и  $\Delta v$  (рис. 7г). Это свойство было проверено на практике при обработке измеренных ДДН.

Следующие примеры трансформации области периода (рис. 7д-и) являются очевидными. Интересно, что область периода может также иметь вид набора разрывных областей, которые при переносе на расстояние периода можно свести к одной прямоугольной области.

При всех операциях трансформации сохраняются два важных свойства:

- площадь области периода (число используемых отсчётов ДДН) остаётся неизменной;
- рассмотренные области любой формы, периодически повторяясь, покрывают всё пространство без наложений и промежутков.

Приведённые свойства двумерных периодов ДДН имеют важную практическую ценность. Например, если обнаружено, что измерения ДДН в некоторых областях являются ошибочными (сбойными), то можно при обработке ДДН вместо них использовать данные из других угловых областей.

### 5. Минимальный объём измерений

Объём измерений одной ДДН определяется числом положений луча, при которых фиксируется уровень сигнала. Из общих соображений следует, что есть некоторое минимальное число значений, по которым можно оценить параметры ДДН. Математические операции обработки комплексных массивов данных, каковыми являются измеренные значения ДДН, используются в интенсивно развивающейся области цифровой обработки двумерных дискретных сигналов [49, 51]. Многие математические подходы и решения, полученные в этой области, можно использовать и в антенной технике, в частности, при выборе параметров измерений ДДН и проведении обработки полученных данных.

При заимствовании решений из области обработки сигналов в качестве области двумерного сигнала целесообразно принять область угловых переменных (*u*,*v*), а спектральной области — область расположения излучателей. Поскольку раскрыв ФАР имеет конечные физические размеры, то спектр двумерного сигнала является ограниченной функцией. В соответствии с двумерной теоремой отсчётов (двумерный аналог теоремы Котельникова) двумерный сигнал (в нашем случае МН или ДДН) может быть полностью описан своими отсчётами.

В рамках предложенной аналогии предположим, что функция, описывающая МН линейной антенной решётки, имеет верхнюю частоту  $f_{\text{max}}$ . Тогда,

согласно теореме отсчётов Котельникова, для получения полной информации о функции, достаточно знать её в точках отсчётов, взятых с интервалами:

$$\Delta t = \frac{1}{2f_{\max}}.$$

При большом числе элементов МН линейной антенной решётки с равномерным АР имеет вид:

$$f_N(u) = \frac{\sin\left(\frac{Nkd}{2}u\right)}{N\sin\left(\frac{kd}{2}u\right)},$$

где N — число элементов линейной решётки; d — расстояние между элементами; u — переменная системы координат (u, v);  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число.

Наивысшая частота изменения функции  $f_N(u)$  определяется числителем:

$$\sin\left(\frac{Nkd}{2}u\right) = \sin\left(\frac{2\pi Nd}{2\lambda}u\right).$$

Аналогия между сигналом и множителем направленности позволяет утверждать, что

$$\sin\!\left(\frac{2\pi Nd}{2\lambda}u\right) = \sin(2\pi ft).$$

Тогда

$$f_{\max} = \frac{Nd}{2\lambda} = \frac{L}{2\lambda}.$$

Следовательно, в системе координат (*u*, *v*) ДДН линейной антенной решётки должна быть измерена с угловым шагом не более:

$$\Delta u = \frac{\lambda}{L}$$

Тогда для двумерной эквидистантной антенной решётки с равномерным АР шаги измерения ДДН по двум координатам должны составлять не более:

$$\Delta u = \frac{\lambda}{L_x};$$
$$\Delta v = \frac{\lambda}{L_y},$$

где  $L_x = N_x dx$  и  $L_y = N_y dy$  — размеры раскрыва по координатам X и Y, определяемые числом излучателей  $N_x$  и  $N_y$  и шагами между ними dx и dy по каждой из координат.

Из теории обработки сигналов известно, что для получения информации о спектре периодического сигнала без искажений необходимо учитывать Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18) полный период сигнала. Следовательно, для определения АФР без искажений необходимо учитывать полный период МН. Границы одного периода МН могут выходить за границы области видимости. Получение значений МН, лежащих за областью видимости, всегда вызывало большие трудности у разработчиков антенн при реконструкции АФР как по полю, измеренному в ближней зоне [18, 22, 24–26, 34], так и по полю, измеренному в дальней зоне [36]. Исключение или приближенная оценка этих составляющих приводили к сглаживанию и грубым ошибкам в реконструируемом АФР [34, 39]. Для получения значений МН (иногда — ДН), лежащих за областью видимости, применялись методы экстраполяции [49], итеративные процедуры [34] и перемещение этих областей МН (или ДН) в область видимости [23]. Если использовать в процессе измерений электронное сканирование, то значения МН, лежащие за областью видимости, могут быть непосредственно измерены, так как фазовое сканирование, которое при измерениях осуществляется в системе координат (u, v), позволяет направлять луч  $\Phi AP$  за область видимости и измерять параметры принятого при этом сигнала.

Минимальное число отсчётов ДДН в области одного периода, требуемое для реконструкции АФР без искажений, может быть вычислено, исходя из минимального числа отсчётов ДДН в одной ячейке, которое определяется по выражению:

$$N_T = \left[\frac{T_u}{\Delta u}\right] \cdot \left[\frac{T_v}{\Delta v}\right] = N_x N_y.$$
(3)

Например, для ФАР, структура которой приведена на рис. 4, минимальное число отсчётов ДДН в области одного периода, включающего две ячейки (рис. 5), составит:

$$N_T = 2 \left[ \frac{T_u}{\Delta u} \right] \cdot \left[ \frac{T_v}{\Delta v} \right] = 2N_x N_y.$$

Таким образом, для реконструкции АФР без искажений область измерения ДДН должна охватывать полный период МН, а минимальное число точек в области периода ФАР с плоским прямоугольным раскрывом и равномерным АР зависит лишь от числа излучателей ФАР.

Из изложенного следует, что в отсутствие влияния на процесс измерения ДДН каких-либо дестабилизирующих факторов значения амплитуд и фаз элементов рассчитываются точно, если число отсчётов в ячейке, обрабатываемой ДДН, превышает минимально необходимое значение, определяемое по выражению (3).

# 6. Статистические параметры ДДН

В процессе измерений ДДН реальной антенны при каждом отклонении луча ФАР в её раскрыве изменяются величины случайных отклонений ам-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

плитуд и фаз от требуемых. Эти отклонения, как правило, вызваны неточностью реализации заданных амплитуд, фазовых сдвигов и дискретностью фазовращателей.

Если при измерениях ДДН каждое отклонение луча ФАР сопровождается изменением АФР, то выражение для ДДН будет иметь вид:

$$F_{\text{дин}_{q}}(u_{q}, v_{q}) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N_{m}} (A_{mn} + \Delta A_{mnq}) e^{i(\phi_{mn} + \Delta \phi_{mnq})} e^{ik(u_{q}x_{mn} + v_{q}y_{mn})},$$

где q — номер направления луча ФАР при сканировании;  $\Delta A_{mnq}$ ,  $\Delta \phi_{mnq}$  — ошибки амплитуды и фазы (с нулевыми математическими ожиданиями) излучающего элемента, расположенного в *m*-й строке и *n*-м столбце при *q*-м направлении луча. Обновление ошибок амплитуд и фаз поля на раскрыве антенной решётки приводит к появлению в ДДН высокочастотной составляющей (рис. 8).



Рис. 8. Усреднённая ДДН (чёрная сплошная), полученная по ДДН (красный пунктир) при наличии ошибок АФР

Если предположить, что измеренное значение уровня ДДН является величиной с нормальным законом распределения случайных отклонений, то диапазон разброса значений ДДН, обусловленный наличием названной высокочастотной составляющей, может быть определён посредством статистического анализа. Статистический анализ основывается на поиске среднего значения и среднего квадратического отклонения (СКО) случайной величины. Таким образом, диапазон разброса значений ДДН может быть определён по СКО значений ДДН от значений усреднённой ДДН.

#### 96 Пеоретические и практические основы измерений

Для ФАР, имеющих в качестве исходного возбуждения равномерное АР  $(A_{mn} = 1)$ , в соответствии с [52, 53] может быть получена формула оценки среднего уровня нормированной ДДН (усреднённой ДДН) по мощности в q-м направлении при нормальном законе распределения значений фазовых и амплитудных ошибок:

$$P_q\left(u_q, v_q\right)_{\rm cp} = \exp(-\sigma_{\varphi_{\rm cr}}^2) P_q\left(u_q, v_q\right)_0 + \frac{\sigma_{\varphi_{\rm cr}}^2 + \sigma_{a_{\rm cr}}^2}{N}$$

где  $P_q(u_q, v_q)_0$  — значение нормированной ДДН ФАР по мощности в отсутствие искажений АФР;  $\sigma_{\phi_c c \pi}$  — СКО фаз элементов ФАР от требуемых, выраженное в радианах;  $\sigma_{a_c c \pi}$  — СКО амплитуд элементов ФАР от требуемых; N — число элементов ФАР.

Для расчёта СКО значений ДДН необходимо учесть ошибки, обусловленные неточностью реализации АФР ( $\sigma_{\phi_c c \pi}$ ,  $\sigma_{a_c c \pi}$ ), и ошибки, возникающие из-за несовершенства средств измерения:

$$\sigma_{\rm JJH} = \sqrt{\frac{\sigma_{a\_c\pi}^2 + \sigma_{\phi\_c\pi}^2}{N} + \sigma_{\rm H3M}^2},$$

где  $\sigma^2_{_{\text{ИЗМ}}}$  — СКО измерения уровня сигнала.

Другим способом оценки СКО значений ДДН является численная обработка измеренных данных амплитудной составляющей ДДН. Для этого сначала по амплитудной составляющей ДДН рассчитываются верхняя и нижняя огибающие её значений («коридоры» ДДН). Затем рассчитывается кривая усреднённой ДДН, которая сглаживает высокочастотную составляющую (рис. 8). Введённое ранее предположение о нормальном законе отклонений значений уровня ДДН позволяет утверждать, что значения верхней и нижней огибающих ДДН будут отличаться от значений функции усреднённой ДДН по мощности на  $\pm 3\sigma_{ддн}$  (рис. 9). Следовательно, из разницы значений усреднённой ДДН и её верхней (или нижней) огибающих можно определить СКО значений ДДН:

$$\sigma_{\rm ддH} = \frac{F_{\rm диH_q}(u_q, v_q)_{\rm B} - F_{\rm дuH_q}(u_q, v_q)_{\rm cp}}{3}.$$

Необходимо отметить, что изрезанность присутствует и в ДН, измеряемых методами, предполагающими механическое сканирование в поле плоской волны, так как при измерениях неизбежны, например, ошибки позиционирования ФАР, возникающие при каждом повороте антенны (установке её в следующее положение). Процесс электронного сканирования позволяет избежать ошибок, связанных с неточным позиционированием ФАР.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 9. Определение СКО измеренных значений ДДН от усреднённой ДДН

# 7. Применение ДДН

Из выражения (1) следует, что ДДН содержит в себе большой объём информации. Возможны, по крайней мере, три варианта обработки измеренных данных ДДН (рис. 10):

- простая обработка;
- обработка путём расчёта ДН;
- обработка путём расчёта АФР.

Простая обработка ДДН (рис. 10, блок «А») позволяет определить некоторые характеристики направленности ФАР (например, ширину луча и уровни первых боковых лепестков) непосредственно из измеренных данных (вариант «1», блок «Д»). Этот вариант имеет ряд ограничений, но ввиду простоты применения часто используется на практике.

Для получения более полной и подробной информации необходимо провести более сложную обработку данных ДДН. Умножение значений ДДН, измеренной в области видимости, на диаграмму сканирования ( $F_1(u, v)$ ) позволяет получить пространственную ДН ФАР (вариант «2», блок «Б») и затем определить её характеристики (блок «Д»).

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 10. Варианты обработки данных ДДН

Путём обработки данных ДДН методом обратного преобразования Фурье (на рис. 10 обозначено как  $\Phi^{-1}$  {..}) может быть реконструировано АФР (блок «В»,  $\dot{A}_{mn}$  — комплексная амплитуда излучающего элемента, расположенного в строке с номером *m* и столбце с номером *n*). На следующем шаге (блок «Г») определяется пространственная ДН ФАР при применении прямого преобразования Фурье (на рис. 10 обозначено как  $\Phi$  {..}) к реконструированному АФР и умножении на диаграмму сканирования. Одним из основных преимуществ обработки данных ДДН по третьему варианту является возможность диагностики возбуждения раскрыва ФАР на основе анализа реконструированного АФР (блок «Е»). В рамках данной статьи под термином «диагностика» понимается определение и анализ аномалий АФР на раскрыве ФАР. Отдельные этапы обработки ДДН более детально рассмотрены далее.

# 7.1. Реконструкция ДН без расчёта АФР

Согласно рис. 10 (блоки «Б», «Д») по ДДН возможно определение ДН ФАР в области видимости и первичная оценка её характеристик. В этом случае число направлений и угловая область измерений ДДН равны, соответственно, числу направлений и угловой области, в которых должна быть известна ДН ФАР. Для демонстрации этих возможностей с помощью программы моделирования характеристик ФАР были рассчитаны ДН и ДДН ФАР при наличии случайных ошибок реализации амплитуд и фаз на раскрыве (рис. 11).

На рис. 11 видно, что ДДН отличается от ДН изрезанностью и повышенным уровнем излучения в области дальних боковых лепестков. Изрезан-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

ность, как уже упоминалось ранее, обусловлена обновлением случайных ошибок АФР при формировании линейного наклонного фазового фронта в реальных ФАР в процессе измерений ДДН. Повышенный уровень ДДН на больших углах связан с отсутствием влияния на ДДН диаграммы одного элемента в составе решётки. Однако уровень ДН сканирования в угловой области, близкой к нормали, как правило, почти постоянен. Из анализа данных видно, что для данной ФАР в угловой области  $\pm 20^{\circ}$  отличие ДН и ДДН мало, поэтому уже на данном этапе по ДДН с хорошей для практики точностью могут быть определены такие важные параметры ДН как ширина луча, угловые положения и уровни первых боковых лепестков.



Рис. 11. Рассчитанные сечения ДН (пунктир) и ДДН (сплошная) при наличии случайных ошибок АФР

Если умножить ДДН на ДН сканирования, то поведение диаграмм совпадает и в дальних угловых направлениях (рис. 12), однако в ДН, получаемой таким способом, сохраняется эффект изрезанности. Назовём ДН ФАР, получаемую путём обработки ДДН, реконструированной ДН. Из-за изрезанности точность определения реконструированной ДН данным способом ограничена. В связи с этим необходимо оценить статистические характеристики амплитудной составляющей ДН, реконструированной таким способом.

Согласно теории расчёта статистических характеристик антенных решёток [54], а также работам [55, 56], при наличии в раскрыве ФАР случайных ошибок реализации АФР, величины СКО которых известны, могут быть рассчитаны верхняя и нижняя огибающие ДН. Эти огибающие показывают пределы, за которые с заданной вероятностью не выйдут значения ДН ФАР.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 12. Рассчитанные сечения ДН (пунктир) и реконструированной ДН (сплошная) при наличии случайных ошибок АФР

По приведённым в [54, 56–58] аналитическим выкладкам в среде МАТLAB была разработана программа для расчёта коридора изменения амплитудной составляющей ДН раскрыва ФАР. С помощью данной программы были определены огибающие ДН раскрыва ФАР со случайными ошибками реализации ФР с  $\sigma_{\phi cn} = 5^{\circ}$ .

Для того же раскрыва ФАР при заданных значениях ошибок реализации АФР с помощью программы моделирования характеристик излучения ФАР была рассчитана ДДН, а по ней, путём умножения на ДН сканирования, получена амплитудная составляющая реконструированной ДН. Затем верхние и нижние огибающие амплитудной составляющей ДН были сопоставлены (нанесены на один график) с амплитудной составляющей реконструированной ДН (рис. 13). Огибающие рассчитывались для вероятности «непревышения» P = 0.95 (согласно [56] вероятность «непревышения» — это вероятность того, что значения ДН не выйдут за пределы огибающих).

Результаты сопоставления кривых позволяют утверждать, что верхняя и нижняя огибающие ДН раскрыва ФАР, рассчитываемые с применением статистической теории при известных значениях параметров случайных ошибок реализации АФР в раскрыве, являются также верхней и нижней огибающими реконструированной ДН данной ФАР, получаемой по ДДН. Тогда можно ожидать, что огибающие реконструированной ДН, получаемой по ДДН, найденные, например, программными средствами или с помощью аналитических выкладок, позволяют оценить пределы («коридор») значений реальной ДН ФАР.



Рис. 13. Амплитудная составляющая реконструированной ДН (красная) и огибающие ДН при *P* = 0.95 (чёрные)

Данное утверждение также позволяет сделать важный вывод, что верхняя и нижняя огибающие ДН ФАР могут быть определены экспериментальным путём по одной измеренной ДДН. При этом все ДН ФАР, формируемые при разных реализациях случайных ошибок АФР, будут лежать внутри найденного «коридора» значений (рис. 14).



Рис. 14. ДН при разных реализациях ошибок АФР (пунктир), реконструированная ДН при наличии случайных ошибок АФР (красная сплошная), верхняя и нижняя огибающие реконструированной ДН (жирные сплошные)

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

На рис. 14 приведены огибающие («коридор»), найденные программными средствами. Эти огибающие менее сглаженные, чем ранее найденные аналитическими методами, и зависят от числа измеренных значений ДДН в одном и том же угловом диапазоне. Следовательно, чем большее число значений ДДН будет измерено, тем точнее будут определены пределы изменения ДН ФАР.

## 7.2. Реконструкция ДН по АФР

Другой подход к реконструкции ДН ФАР по ДДН предполагает расчёт АФР на промежуточном этапе (рис. 10, блок «Г»). Для демонстрации этой возможности с помощью специальной программы моделирования характеристик ФАР для раскрыва ФАР по трём реализациям АФР (после их расчёта по трём реализациям ДДН) были получены три реконструированные ДН (рис. 15). Три реализации АФР были реконструированы по минимальному числу направлений (точек) ДДН в одном периоде МН при трёх реализациях сканирования луча ФАР в области периода при наличии случайной обновляемой фазовой ошибки в раскрыве ФАР с  $\sigma_{\phi cn} = 5^{\circ}$ .



Рис. 15. ДН раскрыва с неискажённым АФР (зелёные точки), три реализации реконструированных ДН (красный пунктир) при минимальном числе точек ДДН, верхняя и нижняя огибающие ДН ФАР (чёрные жирные линии) при σ<sub>φ сл</sub> = 5°

Существенные отличия между значениями трёх реализаций реконструированных ДН, а также значениями ДН раскрыва с неискажённым АФР воз-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

никают из-за слабого усреднения амплитуд и фаз элементов ФАР при выполнении обратного преобразования Фурье по минимальному числу рассчитанных направлений ДДН. Несмотря на отличия кривых трёх реализаций реконструированных ДН, значения этих характеристик лежат в пределах верхней и нижней огибающих, рассчитанных в предыдущем разделе. Причиной этого является усреднение значений фаз элементов, обусловленное особенностями процесса реконструкции.

Если число направлений ДДН в периоде МН увеличить, например, в 10 раз, то при заданных параметрах ФАР три реконструированные ДН почти точно повторяют ДН раскрыва с неискажённым АФР. Таким образом, если считать, что выбранная здесь для примера ДН раскрыва с неискажённым АФР соответствует реальной ДН некоторой ФАР, то с помощью ДДН может быть определена реальная ДН этой ФАР с погрешностью, зависящей от числа обрабатываемых значений ДДН.

Реконструированные ДН, рассчитанные по АФР, имеют вид сглаженных функций (отсутствует высокочастотная составляющая). Причиной этого является представление ДДН суммой пространственных гармоник, спектр которых ограничен размерами раскрыва антенны. По сути, раскрыв ФАР является фильтром нижних частот пространственных гармоник, поэтому при реконструкции АФР раскрыва с заданными геометрическими параметрами расположения излучателей все высокочастотные флуктуации ДДН отфильтровываются. Реконструкция ДН проводится по АФР, рассчитанному в размерах раскрыва, поэтому в реконструированной ДН устраняется высокочастотная составляющая.

# 7.3. Реконструкция АФР и диагностика возбуждения раскрыва

В данном разделе приведён пример реконструкции АФР по ДДН в целях диагностики возбуждения раскрыва ФАР (рис. 10, блоки «В», «Е»). Для оценки возможностей диагностики возбуждения раскрыва ФАР с помощью программы моделирования характеристик ФАР были проведены моделирование раскрыва активной ФАР (далее в данном разделе — АФАР) с заранее известными аномалиями АФР и анализ АФР, реконструированного по её ДДН. Моделируемая АФАР была разбита на линейки и полулинейки. В исходный раскрыв были введены следующие аномалии АФР:

- амплитуды элементов одной линейки, одной полулинейки и нескольких отдельных элементов были обнулены (рис. 16, чёрные прямоугольники);
- постоянная фазовая добавка величиной 60° в одной полной линейке элементов и одной полулинейке (рис. 17).

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



При моделировании исходное АР АФАР было выбрано спадающим со случайными ошибками АР  $\sigma_{a0} = 0.02$ , а к ФР были добавлены ошибки с  $\sigma_{\phi0} = 10^{\circ}$  для моделирования случайных ошибок реализации АФР поканально. Дополнительные случайные ошибки АФР, которые обновляются при каждом отклонении луча ФАР, в данном случае не учитывались.

Для заданного раскрыва был проведён расчёт ДДН (рис. 18), реконструкция АФР и его анализ. На рис. 19 показано только ФР, так как реконструированное АР практически полностью совпадает с исходным. Для решения задачи диагностики возбуждения данной АФАР значения амплитуд и фаз элементов, составляющих полулинейки раскрыва, подвергались статистической обработке. В частности, для моделируемой АФАР были вычислены значения математического ожидания (МО) амплитуд, МО фаз и СКО фаз элементов каждой полулинейки в отдельности.



Рис. 18. Амплитудная составляющая ДДН: граница области видимости; \_\_\_\_\_ граница периода МН

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 19. Реконструированное ФР

Выявить аномалии в АФР и определить их положения на раскрыве АФАР позволяет правильный выбор количественных критериев. Например, в данном примере элементами или полулинейками с аномалиями возбуждения считались:

- элементы, у которых минимальный уровень амплитуды ниже 0.1;
- полулинейки, у которых минимальный уровень МО амплитуд элементов имеет значение менее 0.1;
- полулинейки, у которых максимальное значение МО фаз элементов более 12°;
- полулинейки, у которых максимальный уровень СКО фаз элементов не превышает 10°.

Для оценки соответствия заданным критериям значения МО амплитуд, МО фаз и СКО фаз элементов каждой полулинейки представлены в виде гистограмм и таблиц (рис. 20, 21). Гистограмма и таблица значений МО амплитуды каждой полулинейки левой половины раскрыва моделируемой АФАР, показанная на рис. 20, позволяет утверждать, что в двух полулинейках есть аномалия по амплитуде, так как их МО ниже требуемого уровня (рис. 20).

Помимо анализа статистических данных аномалии амплитуд элементов и полулинеек могут быть выявлены по цветовой индикации на раскрыве, например, все излучатели, имеющие амплитуду ниже заданного уровня (в данном примере — ниже 0.1), отображаются черным цветом (рис. 20).

Выявить аномалии фаз по цветовой индикации значительно сложнее. Для этого требуется анализ приведённых на рис. 21 гистограмм и таблицы значений МО и СКО фаз полулинеек левой половины раскрыва. Они позволяют определить полулинейки со значениями МО и СКО, выходящими за пределы значений заданных критериев.

В первом столбце таблицы даны значения МО фаз элементов каждой полулинейки. Жёлтым выделены ячейки, где значение МО полулинейки превышает максимально допустимое (12°). Таким образом, по таблице определяются полулинейки с аномальным значением фаз элементов. По гистограммам аномалии фаз элементов полулинеек определяются при сравнении высоты столбцов с уровнями МО, показанными сплошными горизонтальными линиями.



Рис. 20. Анализ реконструированного АР левой половины раскрыва. Гистограмма и таблица МО АР по полулинейкам



Рис. 21. Анализ реконструированного ФР левой половины раскрыва. Гистограммы и таблица МО (сплошные) и СКО (штриховка) ФР по полулинейкам

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

Во втором столбце таблицы даны значения СКО фаз элементов каждой полулинейки. Выделены полулинейки со значением СКО, превышающим максимально допустимое значение (10°). Таким образом, по таблице определяются полулинейки с большим разбросом значений фаз элементов.

В результате анализа АФР, реконструированного по ДДН ФАР, могут быть обнаружены аномалии в АФР и определено их положение в раскрыве. Дальнейшая интерпретация аномальных значений амплитуд и фаз элементов ФАР с целью определения конкретного типа неисправности зависит от конструкции исследуемой ФАР.

# 7.4. Погрешности реконструкции АФР

Наибольшее влияние на погрешности реконструкции AΦP по измеренным ДДН оказывают амплитудные и фазовые ошибки, обновляемые при каждом отклонении луча ФАР в процессе измерений. СКО обновляемых амплитудных и фазовых ошибок на раскрыве ФАР могут быть описаны одним параметром α, который рассчитывается по выражению:

$$\alpha = \sqrt{\sigma_{\alpha\_c\pi}^2 + \sigma_{\phi\_c\pi}^2}.$$

С помощью программы моделирования характеристик ФАР была проведена оценка погрешностей реконструкции АФР по ДДН нескольких раскрывов ФАР с разными размерами апертуры. В качестве параметров, характеризующих погрешности реконструкции АФР по ДДН, были выбраны:

СКО реконструированного АР от исходного АР;

СКО реконструированного ФР от исходного ФР.

Указанные параметры определялись путём вычисления разницы между реконструированными значениями амплитуд ( $A_{n_pek}$ ) или фаз ( $\varphi_{n_pek}$ ) элементов при наличии влияния дестабилизирующего фактора и амплитудами ( $A_{n_ucx}$ ) или фазами ( $\varphi_{n_ucx}$ ) излучателей, рассчитанными в отсутствие влияния данного фактора по формулам:

$$\begin{split} \sigma_{\alpha_{pek}} &= \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} \left(A_{n_{pek}} - A_{n_{uek}}\right)^{2}}{N}};\\ \sigma_{\phi_{pek}} &= \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} \left(\phi_{n_{pek}} - \phi_{n_{uek}}\right)^{2}}{N}}. \end{split}$$

В качестве исходного распределения на раскрывах ФАР было выбрано синфазное равномерное распределение ( $A_{n\_иcx} = 1$ ;  $\varphi_{n\_ucx} = 0$ ), при котором, как правило, дестабилизирующие факторы оказывают наибольшее влияние на результат реконструкции.

В результате расчётов были получены зависимости отношений СКО реконструированных АР и ФР к обобщённому параметру α от отношения чис-

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

ла измеренных значений ДДН к числу элементов ФАР (*K/N*). Полученные зависимости (рис. 22, 23) являются универсальными для плоских ФАР с эквидистантным расположением элементов и исходным равномерным синфазным возбуждением.



Полученные зависимости позволяют определять количество значений ДДН, которые должны быть измерены для обеспечения реконструкции АР или ФР на раскрыве исследуемой ФАР с заданными параметрами погрешности, при известных значениях СКО влияющих факторов, входящих в параметр α.

# 8. Результаты экспериментальных исследований

В течение последних пяти лет ДДН нашли широкое применение при изготовлении и испытаниях активных ФАР (АФАР), разрабатываемых в АО «НИИП имени В.В. Тихомирова». Базой для их измерения стала БЭК, в которой был размещён антенный коллиматорный комплекс. Описание подобного типа комплексов и состав оборудования можно найти в [59]. Упрощённая структурная схема рабочего места для измерений ДДН и требуемый состав оборудования приведены на рис. 24.

Для измерения пространственной ДДН была разработана специализированная программа, реализованная в виде дополнительного модуля к программе управления АФАР. Программа настроена на выполнение двух основных функций: фазирование антенны путём использования программы управления АФАР и измерение комплексного коэффициента передачи с помощью векторного анализатора цепей.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Рис. 24. Схема рабочего места для измерения ДДН в режиме приёма

Программа обеспечивает скорость измерения ДДН около 5 мс на одно измерение. Время замера ДДН в одном направлении складывается из времени фазирования антенны, времени замера параметров векторным анализатором и времени передачи информации от анализатора к управляющему компьютеру. Таким образом, измерение, например, 100 000 значений ДДН, занимает около 8 минут.

Возможность реконструкции ДН АФАР по ДДН была подтверждена экспериментально путём сравнения реконструированной ДН с ДН, измеряемой методами, внесёнными в стандарты, аттестованными или имеющими широкое распространение в области антенных измерений. Один из таких методов включает измерение ДН АФАР путём механического поворота АФАР с помощью ОПУ в поле падающей волны с плоским фазовым фронтом, образуемой коллиматорным зеркалом и облучателем. Для образца АФАР были измерены её ДДН (рис. 25) и ДН путём механического поворота АФАР. ДДН была обработана с помощью программы моделирования характеристик ФАР, где была учтена ДН сканирования, что позволило реконструировать ДН данного образца АФАР (рис. 26). На рис. 27, 28 приведены ДН, измереные при механическом повороте антенны (пунктирная линия), и реконструированные ДН (сплошная). На рис. 28 обе ДН получены при ФР в раскрыве АФАР, обеспечивающем формирование расширенного луча. Результаты сравнения приведённых ДН (рис. 27, 28) показали, что выше уровня –31 дБ ДН отличаются не более чем на 0.1 дБ.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)





Рис. 27. ДН в азимутальном сечении реконструированная (сплошная) и измеренная при механическом повороте (пунктир)



Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

Для проверки достоверности определения АФР по ДДН на базе реального образца АФАР было проведено сопоставление АФР, измеренных поканально и реконструированных по измеренной ДДН. АР и ФР фрагмента АФАР, измеренные поканально, приведены на рис. 29, 30.



Рис. 29. Измеренное АР

Рис. 30. Измеренное ФР

Затем была измерена ДДН образца АФАР в прямоугольной области системы координат (u, v) при минимально допустимом числе отсчётов в одном периоде (рис. 31).

По выделенному периоду МН была осуществлена обработка данных ДДН и реконструировано АФР (рис. 32, 33).



\_\_\_\_ граница области периода МН





Рис. 33. Реконструированное ФР

На рис. 34 приведены измеренные и реконструированные АР в одной из линеек (строк) данного образца АФАР.

Сопоставление измеренных и реконструированных АР и ФР позволяет сделать вывод о высокой степени корреляции между ними. Характерной особенностью восстановленного ФР является повышенный разброс фаз в излучателях, амплитуда которых близка к нулю.



Рис. 34. АР в одной из линеек раскрыва: \_\_\_\_ измеренное; \_\_\_\_ реконструированное

На рис. 35, 36 приведены сечения реконструированных ДН, рассчитанных по АФР, и ДН, измеренных посредством поворота антенны. Анализ показывает, что представленные диаграммы имеют схожий вид. Напомним, что реконструированную ДН можно рассматривать как усреднённую ДН, а измеренную методом поворота — как сформированную одной из реализаций АФР. Поэтому для реальных ФАР эти две ДН всегда отличаются.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)



Ниже приведён пример выявления аномалий в реконструированном АФР (рис. 37, 38). С помощью гистограммы и таблицы статистических параметров АР были обнаружены две полностью неизлучающие полулинейки, имеющие низкие значения МО (рис. 37). С помощью гистограммы ФР были обнаружены высокие МО и СКО фаз ряда полулинеек (рис. 38).

Приведённые экспериментальные данные позволяют сделать вывод о высокой достоверности прогнозирования характеристик направленности, АФР и базовой диагностики возбуждения АФАР при использовании ДДН.





Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

114 Пеоретические и практические основы измерений



Рис. 38. Анализ ФР фрагмента раскрыва АФАР. Гистограммы и таблица МО (сплошные) и СКО (штриховка) ФР по полулинейкам

### Выводы

В данной статье описан способ измерения ДДН активных и пассивных ФАР, который проводится при электронном (фазовом) сканировании луча и неподвижных исследуемой и вспомогательной антенн. Благодаря электронному сканированию, при котором время перестройки луча может занимать доли миллисекунд, время измерений сокращается в сотни раз по сравнению со временем, затрачиваемым на измерения путём механических поворотов антенны. По данным измеренных ДДН можно определять ДН и АФР ФАР, а также проводить базовую диагностику возбуждения ФАР на основе анализа её АФР.

Согласно результатам исследований, в отсутствие ошибок реализации АФР ДДН соответствует множителю направленности ФАР и является двумерной комплексной периодической функцией в системе координат (*u*, *v*).

С помощью ДДН может быть проведена реконструкция пространственной ДН и любого её сечения для ФАР в режимах приёма и передачи без ограничения на угол отклонения луча. Моделирование операции реконструкции ДН по ДДН показало, что ДН, реконструированная путём умножения ДДН на ДН сканирования имеет высокочастотную составляющую, которая позволяет определить пределы («коридор») изменения значений реальной ДН ФАР при наличии в раскрыве случайных ошибок реализации АФР.

Расчёт ДН ФАР по АФР, полученному из данных ДДН, позволяет устранить высокочастотную составляющую в реконструируемой ДН, а увеличение числа обрабатываемых значений ДДН приводит к уменьшению разброса значений реконструированной ДН относительно реальной ДН ФАР.

Для реконструкции АФР требуются особые параметры измерения ДДН. Поскольку МН ФАР, имеющей периодический характер расположения излучателей в раскрыве, является периодической функцией в системе координат (u, v), то для реконструкции АФР допустимо обрабатывать значения ДДН, взятые из области одного периода. Область углового периода МН ФАР может иметь не только прямоугольную, но и практически произвольную форму при условии, что площадь области периода (число используемых значений ДДН) остаётся неизменной. Периодически повторяясь, она должна покрывать угловое пространство без наложений и промежутков. Кроме того, она может быть без изменения формы смещена в системе координат (u, v). Число направлений луча ФАР в области должно удовлетворять теореме отсчётов Котельникова.

В наибольшей степени точность реконструкции АФР снижают случайные ошибки при реализации АР и ФР на раскрыве, обновляемые при каждом переключении ФР для отклонения луча ФАР. Погрешности реконструкции АФР могут быть снижены путём увеличения числа измеряемых значений ДДН в периоде.

Исходя из особенностей реконструкции АФР по ДДН, можно сделать вывод, что реконструированное АФР является усреднённым по множеству возможных реализаций АФР, отрабатываемых ФАР при измерении одной ДДН. Такое АФР позволяет выявлять систематические отклонения в АФР ФАР, то есть обнаруживать аномалии в АФР и определять их расположение в раскрыве.

Предлагаемые подходы прошли проверку на конкретных образцах АФАР, показали высокую эффективность и используются в АО «НИИП имени В.В. Тихомирова» на этапе настройки АФАР.

Предлагаемые подходы наиболее эффективны для многоэлементных ФАР с плоскими раскрывами и эквидистантным расположением излучателей вдоль строк и столбцов (с размерами апертуры, например, от 8 $\lambda$ ).

## Литература

- ГОСТ 23282-91 Решётки антенные. Термины и определения. Введ. 01.01.92. М.: Изд. стандартов, 1992. 7 с.
- 2. Захарьев Л.Н., Леманский А.А., Турчин В.И. и др. Методы измерения характеристик антенн СВЧ / под ред. Н.М. Цейтлина. М.: Радио и связь, 1985. 368 с., ил.
- ГОСТ 8.309-78 Антенны остронаправленные методика выполнения измерений для определения параметров по полю в раскрыве. Введ. 01.07.1979. М.: Изд. стандартов, 1978. 12 с.
- 4. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д., Курочкин А.П. и др. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. Л.: Наука, 1985.

- 5. Yaghjian A D. An Overview of Near-Field Antenna Measurements // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1986. V. AP-34. № 1. C. 30–45.
- 6. Курочкин А.П. Теория и техника антенных измерений // Антенны. 2009. № 7. С. 39–44.
- 7. Хашимов А.Б. Эффективный метод обработки результатов измерений в ближней зоне антенн // Антенны. 2014. № 1. С. 15–22.
- 8. Исаков М.А., Лисинский В.П. Перспективы реконструктивных антенных измерений как основного метода приёмо-сдаточных испытаний // Вестник Концерна ПВО «Алмаз Антей». 2015. № 3. С. 51–58.
- 9. Бубнов Г.Г. Никулин С.М., Серяков Ю.Н., Фурсов С.А. Коммутационный метод измерения характеристик ФАР. М.: Радио и связь, 1988. 120 с.
- 10. Калинин Ю.Н. Измерение диаграмм направленности антенн в планарном сканере без измерения фазы // Антенны. 2015. № 1. С. 61–68.
- 11. Кривошеев Ю.В. Измерение характеристик антенн в зоне Френеля на разреженной сетке углов: дис. канд. техн. наук. М.: 2014. 146 с
- 12. Зайцев В.Е. Юстировка каналов ФАР и восстановление ДН по измерениям на максимально приближенной референсной плоскости / Материалы научно-практического семинара по вопросам проведения антенных измерений в ближней зоне. М.: ОАО «Концерн ПВО «Алмаз-Антей», 2015. С. 33–62.
- Денисенко В.В., Дубров Ю.Б., Корчемкин Ю.Б., Макота В.Д., Николаев А.М., Толкачев А.А., Шитиков А.М., Шишлов А.В., Шубов А.Г. Многоэлементная ФАР Ка-диапазона волн // Антенны. 2005. № 1. С. 7–14.
- Усин В.А., Марков В.И., Помазанов С.В., Усина А.В. Системы встроенного контроля активных ФАР / 20 Int. Crimean Conference «Microwave & Telecomunication Technology» (CriMiCo'2010). 13-17 September, Sevastopol, Crimea, Ukraine. Материалы конференции. CriMiCo'2010. C. 965– 966.
- 15. Шевцов О.Ю., Северьянов С.В., Антохин Г.И., Крехтунов В.М. Разработка системы управления лучом фазированной антенной решётки с ферритовыми фазовращателями для ЗРК малой дальности // Системы ВТО. Создание, применение и перспективы. 2015. № 4. С. 28–35.
- 16. Пат. 8325098 US Dynamic antenna pattern measurement method / Justin Henrie, опубл. 04.12.2012.
- 17. Пат. 9041610 US Dynamic antenna pattern measurement method / Justin Henrie, опубл. 26.05.2015.
- 18. Гармаш В.Н., Малакшинов Н.П., Пузанков В.Ф. Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. М.: Высшая школа, 1983. Вып. 5. С. 98–130.

Альманах современной метрологии, 2019, № 2 (18)

- 19. Акимов М.Ю., Галаган В.В. Алгоритм БПФ в задачах восстановления амплитудно-фазового распределения антенн // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Общие вопросы радиоэлектроники. 1988. Вып.11. С.20–28.
- 20. Активные фазированные антенные решётки / под ред. Д.И. Воскресенского и А.И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2004. 488с.
- 21. Шубников В.В. Методы восстановления амплитудно-фазового распределения в раскрыве при сферическом сканировании в ближней зоне // Вестник Концерна ПВО «Алмаз Антей». 2015. № 3. С. 48–50.
- 22. Lee J.J., Ferren E.M., Woollen D.P., Lee K.M. Near-field probe used as a diagnostic tool to locate defective elements in an array antenna // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1988. V. 36. № 6. P. 884–889.
- 23. Patton W.T., Yorinks L.H. Near-field alignment of phased-array antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1999. V. 47. № 3. P. 584–591.
- 24. Ransom P.L., Mittra R. A method of locating defective elements in large phased arrays // Proceedings of the IEEE. 1971. V. 59. № 6. P. 1029–1030.
- Hanfling J.D., Borgiotti G. V., Kaplan L. The backward transform of the near field for reconstruction of aperture fields // IEEE- 1979. AP/B Poster B-5. P. 764-767.
- 26. Πατ. 4453164 US. Method of determining excitation of individual elements of a phase array antenna from near-field data / Patton W.T.; 05.06.1984.
- 27. Воронин Е.Н., Нечаев Е.Е., Шашенков В.Ф. Реконструктивные антенные измерения. М.: Наука. Физматлит, 1995. 352 с.
- 28. Bucci O.M. An Effective Near-Field Far-Field Transformation Technique from Truncated and Inaccurate Amplitude-Only Data // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1999. V. 47. № 9. P. 1377–1385.
- Bucci O.M., Capozzoli A. Diagnosis of Array Faults from Far-Field Amplitude-Only Data // IEEE Transactions on antennas and propagation. 2000. V. 48. № 5. P. 647–652.
- 30. Bucci O.M., Marco Migliore D. Panariello G. Accurate Diagnosis of Conformal Arrays From Near-Field Data Using the Matrix Method // IEEE Transactions on antennas and propagation. 2005. V. 53. № 3. P. 1114–1120.
- 31. Janice Brian A. Differential Near Field Holography for Small Antenna Arrays / A Thesis Submitted to the Faculty of the Worcester Polytechnic Institute in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Master of Science in Electrical and Computer Engineerin. 2011. 152 p.
- 32. Long R. Planar Phased Array Calibration Based on Near-Field Measurement System // Progress in electromagnetics research C. 2017. V. 71. P. 25–31.
- 33. Калинин Ю.Н. Измерение диаграмм направленности антенн в планарном сканере без измерения фазы // Антенны. 2015. № 1. С. 61–68.
- 34. Sánchez-Escuderos D., Baquero-Escudero M., Vico-Bondia F., Rodrigo-Peñarrocha V.-M. Algorithm for currents reconstruction using the fft iterative method and a lattice of the spectrum // IEEE. 2006. P. 1379–1382.

- 35. Papoulis A. A new algorithm in spectral analysis and band-limited extrapolation // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1975. V. 22. № 9. P. 735– 742.
- 36. Narasimhan M.S., Kumar B.P. A Technique of Synthesizing the Excitation Currents of Planar Arrays or Apertures // IEEE transactions on antennas and propagation. 1990. V. 38. № 9. P. 1326–1332.
- 37. Fuchs B., Le Coq L., Migliore M.D. Fast Antenna Array Diagnosis from a Small of Far-Field Measurements // IEEE Transactions on antennas and propagation. 2016. V. 64. № 6. P. 2227–2235.
- 38. Buonanno A., D'Urso M. Large Phased Arrays Diagnostic Via Distributional Approach // Progress In Electromagnetics Research. 2009. Pier 92. P. 153–166.
- Cappellin C. Meincke P., Jørgensen E. Array antenna diagnostics with the 3D reconstruction algorithm // Proc. of AMTA conference. Bellevue, Washington. 2012.
- 40. Грибанов А.Н., Гаврилова С.Е., Дорофеев А.Е, Мосейчук Г.Ф., Алексеев О.С. Метод измерения динамических ДН ФАР и АФАР // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2016. № 4. С. 32–40.
- 41. Пат. 2610820 РФ, МПК Н01Q 3/26. Способ определения диаграммы направленности фазированной антенной решётки. / Грибанов А.Н., Гаврилова С.Е., Мосейчук Г.Ф., Павленко Е.А., Чубанова О.А. (RU). № 2015157200. Заявл. 29.12.2015, опубл. 15.02.2017. Бюл. № 5. 2 с.: ил.
- 42. Гаврилова С.Е., Грибанов А.Н., Мосейчук Г.Ф., Алексеев О.С., Дорофеев А.Е. Метод измерения динамических диаграмм направленности для диагностики неисправностей ФАР и АФАР // Антенны и радары с электронным управлением лучом / под ред. А.И. Синани., Г.В. Кауфмана. М.: Радиотехника, 2016. 234 с.
- 43. Гаврилова С.Е., Грибанов А.Н., Дорофеев А.Е., Макушкин И.Е., Мосейчук Г.Ф., Алексеев О.С., Синани А.И. Измерение динамических ДН для оценки характеристик излучения и амплитудно-фазового распределения ФАР и АФАР / Метрология в радиоэлектронике. Материалы XI Всероссийской научно-технической конференции: в 2-х т. Т. 1. Менделеево, 19-21 июня 2018 г. Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2018. С. 94–102.
- 44. Гаврилова С.Е., Грибанов А.Н., Мосейчук Г.Ф., Синани А.И. Особенности реконструкции возбуждения в раскрыве плоской многоэлементной фазированной антенной решётки с использованием динамических диаграмм направленности // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2017. № 4. С. 32–39.
- 45. Пат. 2634735 РФ, МПК Н01Q 3/26. Способ определения амплитуднофазового распределения в раскрыве фазированной антенной решётки / С.Е. Гаврилова, А.Н. Грибанов, Г.Ф. Мосейчук, Е.А. Павленко, О.А. Чубанова (РФ). № 2016122861. Заявл.08.06.2016, опубл. 03.11.2017. Бюл. № 31. 2 с.: ил.

- 46. Хансен Р.С. Фазированные антенные решётки. Второе издание / пер. с англ. под ред. А.И. Синани. М.: Техносфера, 2012. 560 с.
- 47. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Энергия, 1975. 528 с.
- 48. Даймонд Б.Л. Обобщённый метод анализа бесконечных плоских антенных решёток // ТИИЭР. 1968. № 11. С. 92–94.
- 49. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов: пер. с англ. М.: Мир, 1988. 488 с.
- 50. Воробьев Н.Н. Теория рядов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 408 с.
- 51. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979. 312 с.
- 52. Балагуровский В.А., Кондратьев А.С., Маничев А.О., Полищук Н.П. Расчёт статистических характеристик погрешностей амплитудно-фазового распределения в многоэлементной фазированной антенной решётке // Антенны. 2008. № 2. С. 20–26.
- 53. Самойленко В.И., Шишов Ю.А. Управление фазированными антенными решётками. М.: Радио и связь, 1983. 240 с.
- 54. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Советское радио, 1970. 384 с.
- 55. Bhattacharyya A.K. Phased Array Antennas. Floquet Analysis, Synthesis, BFNs, and Active Array Systems. WILEY-INTERSCIENCE, 2006. 516c.
- 56. Маничев А.О. Методика оценивания уровня нулей в диаграмме направленности фазированной антенной решётки со случайными искажениями амплитудно-фазового распределения // Антенны. № 2. 2008. С. 27–31.
- 57. Левин Б.Р. Теория случайных процессов и её применение в радиотехнике. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1957. 497 с.
- 58. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
- 59. Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. Компактный полигон для измерения рассеивающих свойств объектов и параметров антенн // Антенны. № 6. 2008. С. 59–80.