

**II. Фундаментальные исследования**

УДК 535.015

**ОБ ИЗМЕРЕНИИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АКУСТООПТИЧЕСКИМИ  
СПЕКТРОМЕТРАМИ****В.И. Пустовойт**

Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва,  
ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.  
vladpustovoi@gmail.com

Предложен новый метод спектральных измерений входящего оптического излучения на основе коллинеарных акустооптических фильтров, основанный на последовательной дифракции падающего поляризованного оптического излучения на двух звуковых пакетах одинаковой частоты и с одинаковыми начальными фазами. Построена теория дифракции оптического излучения на двух последовательных пакетах звуковых волн, распространяющихся в кристалле, и найдена инструментальная функция АО спектрометра. Показано, что инструментальная функция такого акустооптического спектрометра становится зависящей от времени, причём частота этой зависимости, в свою очередь, зависит от интенсивности звуковой волны, от отстройки от условий синхронизма и других оптических и акустических свойств кристаллической среды. Измерение временной зависимости фототока позволяет определить спектральный состав падающего оптического излучения с большей точностью, поскольку шумы при таком методе измерений вносят меньший вклад в величину фототока. Найдена в явном виде зависимость измеряемого фототока от частоты для многократной последовательности звуковых пакетов, и показано, что измерение частотных зависимостей фототока позволяет определить не только спектральный состав падающего оптического излучения, но и некоторые свойства фотоприёмника.

*A new method of spectral measurements of incoming optical radiation based on collinear acousto-optic filters which is based on sequential diffraction of incident polarized optical radiation using two sound packets of the same frequency and with the same initial phases is proposed. A theory of diffraction of optical radiation on two consecutive packets of sound waves propagating in a crystal was constructed, and the instrumental function of the AO spectrometer was found. It is shown that the instrumental function of such an acousto-optic spectrometer becomes time-dependent, with the frequency of this dependence, in its turn, depends on the intensity of the sound wave, on the tuning from synchronism conditions and other optical and acoustic properties of the crystalline medium. Measuring the time dependence of the photocurrent allows you to determine the spectral quality of the incident optical radiation with greater accuracy, since the noises with this method of measurement makes a smaller contribution to the value of the photocurrent. The dependence of the measured photocurrent on the frequency for a multiple sequence of sound packets was found explicitly and it was shown that measuring the frequency dependences of the photocurrent allows determining not only the spectral composition of the incident optical radiation, but also some properties of the photo-detector.*

*Ключевые слова: акустооптика, дифракция света на звуке, методы спектральных измерений, методы модуляции светового излучения.*

*Key words: acousto-optics, diffraction of light on sound, methods of spectral measurements, methods of light radiation modulation.*

Современные акустооптические (АО) методы спектральных измерений оптического излучения основаны на дифракции падающего светового излучения (часто поляризованного) на объёмной фазовой решётке, созданной в кристаллической среде акустической волной. Для увеличения отношения сигнал/шум и повышения тем самым точности измерений используют различные типы модуляции, так что амплитуда и фаза акустической волны могут иметь неоднородное пространственное и/или временное распределение [1–8]. Учитывая, что характерное время пробега звуковой волны по кристаллу в акустооптической ячейке составляет обычно несколько микросекунд, а также то, что существующая электроника способна быстро изменять амплитуду и фазу высокочастотного электрического сигнала, возбуждающего звуковую волну, становится ясно, что на основе акустооптики возможно создание новых методов спектральных измерений оптического излучения, недоступных спектрометрам на обычных дифракционных решётках. Измерения спектрального распределения оптического излучения в АО спектрометрах, в отличие от приборов на основе дифракционных решёток, осуществляются не параллельно, а последовательно, что требует несколько большего времени на измерение. Однако этот, казалось бы, недостаток, компенсируется значительно большей светосилой, поскольку входной зрачок коллинеарного АО спектрометра определяется поперечным сечением звукового пучка, а не шириной входной щели, как в решёточном спектрометре. Существенное отличие АО спектрометров от обычных, на основе дифракционных решёток, состоит в том, что в них дифракция входящего оптического излучения происходит на объёмной (а не плоской) фазовой решётке, что обеспечивает новые физические возможности (алгоритмы) измерений. АО спектрометры позволяют реализовать электронное (программное) управление формой, шириной полосы пропускания, произвольным выбором измеряемой длины волны оптического излучения. Эти свойства АО спектрометров позволяют создавать новые методы спектральных измерений, оптимальные для конкретной задачи. Многие из указанных возможностей АО спектрометров были реализованы в виде программ управления процессом измерений, в частности, при выборе длины волны излучения перестраиваемого лазера на основе красителя с АО фильтром внутри резонатора [9], в специальной системе «Кварц-4Т» контроля химического состава плазмы в процессе плазмо-химического травления кремниевых пластин в технологии производстве изделий микроэлектроники [10, 11].

Сегодня в акустооптических спектрометрах используют различные методы модуляции звуковой волны: амплитудную [12], «резкую» фазовую [13], ЛЧМ [14, 15], двухчастотную [16]. Эти методы решают разные задачи спектральных измерений: повышения отношения сигнал/шум, выделение слабого сигнала на фоне сильной засветки, изменения инструментальной функции АО спектрометра, например, расширение спектрального окна пропускания

АО спектрометра или создание сверхузкополосного оптического фильтра [17], сжатие (или растяжение) во времени ЛЧМ светового импульса [18, 19] и др. Все эти методы модуляция звуковой волны приводят к изменению фототока дифрагированного оптического излучения, падающего на приёмник, они имеют как преимущества, так и определённые недостатки. Наиболее распространённый на практике метод амплитудной модуляции, когда в среде создаются два состояния: одно — при наличии звуковой волны, когда измеряется фототок от дифрагированного излучения плюс сигнал паразитной засветки, и второе состояние — в отсутствие звуковой волны, когда измеряется только фототок паразитной засветки. Затем для исключения влияния паразитной засветки производят процедуру вычитания этих двух значений фототока. Такой метод модуляции можно использовать в условиях, когда уровень засветки паразитным излучением не меняется за время измерения, если же сама засветка изменяется быстро во времени, то этот метод оказывается уже неприменимым.

Метод модуляции, основанный на «резком» изменении фазы звуковой волны во время её распространения по кристаллу, предложенный впервые в работе [13], приводит не только к изменению эффективной длины взаимодействия, но и к изменению амплитуды продифрагированного излучения, в частности появления у неё временной зависимости, что в конечном счёте приводит к управляемому изменению самой инструментальной функции акустооптического спектрометра. Созданные с использованием этого метода модуляции специализированные спектрометры, оказываются весьма удобными для измерения слабых сигналов на уровне большой засветки.

Дифракция светового линейно-частотного модулированного импульса на ЛЧМ звуковой волне, позволяющая осуществить сжатие во времени соответствующего светового импульса, предложенная в работе [18], сегодня широко используется в различных приложениях (см. [19]).

В настоящей работе рассмотрен ещё один, по-видимому, новый, никем ранее не указанный метод спектральных измерений, основанный на явлении последовательной коллинеарной дифракции светового излучения на двух звуковых пакетах одной и той же частоты, разделённых пространственным промежутком, в котором звуковая волна отсутствует. Поляризованное световое излучение последовательно проходит первый участок, в котором происходит коллинеарная дифракция падающего излучения на звуковом пакете и появляется новая световая волна с ортогональной поляризацией, затем две световые волны разных и взаимно ортогональных поляризаций, проходя сквозь промежуток, в котором отсутствует звуковая волна, попадают во вторую область, в которой осуществляется также коллинеарная дифракция. На выходе акустооптической ячейки находится поляризатор, который выделяет продифрагировавшую часть излучения. В промежутке обе световые волны приобретают некоторый фазовый сдвиг, который из-за оптической анизотропии

тропии среды оказывается разным для волн разных поляризаций, и поэтому ясно, что последующая дифракция во втором звуковом пакете для этих волн будет зависеть от величины фазового набег в промежутке между пакетами. С математической точки зрения, такая ситуация соответствует разным начальным условиям для уравнений, описывающих процесс дифракции. Учитывая, что эта промежуточная область перемещается по кристаллу со скоростью звуковой волны, то амплитуды протифрагировавшей и не протифрагировавшей световых волн будут зависеть от времени. Появление такой временной зависимости означает соответствующую временную зависимость инструментальной функции АО фильтра и фактически представляет собой ещё один тип модуляции протифрагировавшей части излучения. Проведённый ниже в настоящей работе анализ показывает, что частота такой модуляции зависит от величины фазовой расстройки условий синхронизма, и для каждого значения этой расстройки частоты оказываются разными, что открывает новые возможности для более точных спектральных измерений.

Рассмотрим последовательную дифракцию световой волны на двух пакетах акустической волны, занимающих ограниченную область в кристалле так, что между ними имеется область, в которой звуковые волны отсутствуют. Тогда световая волна, протифрагировавшая на первом звуковом пакете, пройдя область без звуковой волны, попадает во второй звуковой пакет, дифрагирует на нём, а затем покидает кристалл. Задача состоит в том, чтобы найти амплитуду как протифрагировавшей, так и не протифрагировавшей световой волны и определить инструментальную функцию АО фильтра, созданного с таким пространственным распределением пакетов звуковых волн. Отличительной особенностью рассматриваемого процесса дифракции, который отличается от общепринятых, состоит в том, что в каждый момент времени в кристалле реализуются разные пространственные распределения амплитуд звуковых волн, причём значения амплитуд световых волн, протифрагировавшие на первом звуковом пакете, выступают в качестве граничных условий для дифракции во втором пакете, а в «пустом» промежутке между звуковыми пакетами световые волны приобретают дополнительный набег фазы, который, как известно [14], может значительно влиять на процесс дифракции в целом. Физически ясно, что амплитуды дифрагированных волн будут зависеть от времени, поскольку в каждый момент времени в кристалле реализуются разные пространственные распределения интенсивности звуковых волн. Такое пространственное изменение распределения интенсивности звуковых волн в кристалле, подобно работам [6–8, 13, 14], можно рассматривать как новый тип модуляции. Ясно, что и инструментальная функция АО фильтра, созданного на указанном выше типе модуляции, будет также зависеть от времени. Последнее оказывается важным при создании новых методов спектральных измерений.

Принципиальная схема коллинеарного АО фильтра с указанным выше типом модуляции показана на рис. 1. Поляризованный световой поток падает на АО ячейку слева, дифрагирует, возникает новая световая волна с ортогональной поляризацией, а затем обе волны — падающая и дифрагированная, попадают в область кристалла, где звуковая волна отсутствует, приобретают фазу, после чего, попадая в область со звуковой волной той же частоты, вновь дифрагируют, а затем покидают кристалл АО ячейки.

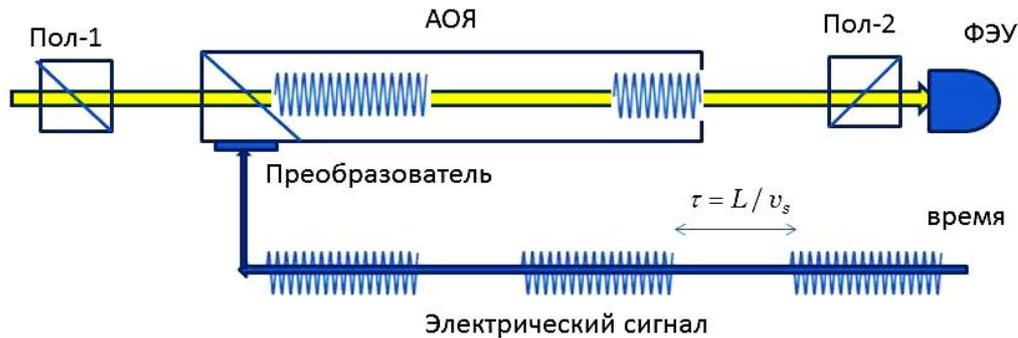


Рис. 1. Принципиальная схема коллинеарного АО спектрометра, в котором дифракция светового излучения происходит на пакетах звуковых волн

Поскольку частоты звуковых волн в каждом пакете одинаковы, то условия синхронизма в обеих частях кристалла также будут одинаковы, и поэтому при выполнении условий:

$$k_{in} - k_d - q_s \approx \Delta k, \tag{1}$$

возможна коллинеарная дифракция. (Все вектора в формуле (1) направлены вдоль одного направления, скажем, направление  $x$ .) Здесь  $k_{in} = \frac{\omega}{c} n_o$  — вол-

новой вектор падающей световой волны;  $k_d = \frac{\omega}{c} n_e$  — волновой вектор дифрагированной световой волны;  $\omega$  — частота световой волны;  $c$  — скорость света в вакууме;  $n_o, n_e$  — показатели преломления для падающей обыкновенной и дифрагированной необыкновенной волны;  $q_s$  — волновой вектор звуковой волны. Амплитуда дифрагированной волны в рассматриваемом нами случае будет максимальна, если значение фазовой расстройки  $\Delta k$  близко к нулю. Наличие звуковой волны в каждой из областей кристалла приводит к обмену энергией между световыми волнами, направления поляризаций которых ортогональны друг другу. Укороченные уравнения, описывающие такой процесс в приближении теории связанных мод, для каждой области имеют вид [20]:

$$\begin{cases} \frac{dE_e(x)}{dx} = -i \Gamma e^{i\Delta k x} E_o(x), \\ \frac{dE_o(x)}{dx} = -i \Gamma^* e^{-i\Delta k x} E_e(x), \end{cases} \quad (2)$$

где  $E_o(x)$ ,  $E_e(x)$  — амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн, соответственно;  $\Gamma$ ,  $\Gamma^*$  — коэффициенты связи, которые выражаются через свойства кристалла и амплитуду звуковой волны в виде:

$$\Gamma = \frac{\omega n_o n_e^2}{4c} p S(x), \quad \Gamma^* = \frac{\omega n_o^2 n_e}{4c} p S^*(x), \quad (3)$$

где  $p$  — фотоупругая постоянная, соответствующая рассматриваемой геометрии взаимодействия;  $S(x)$  — амплитуда звуковой волны;  $n_o$ ,  $n_e$  — показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной световой волны соответственно.

Уравнения в виде (2) строго описывают лишь коллинеарный тип дифракции, применение их для описания квазиколлинеарного случая возможно при условии малости угла между волновыми векторами падающего и дифрагированного излучения и, кроме того, при специальном выборе системы координат так, чтобы зависимость от поперечных составляющих исчезла [20]. Ниже будем считать, что эти требования выполнены, и тогда систему (2) можно применять для описания случая квазиколлинеарной дифракции. Уравнения (2) описывают взаимодействия между световыми волнами в каждой из областей, но граничные условия для каждой из областей будут разными:

$$E_o(x=0) = E_o(k_0), \quad E_e(x=0) = 0 \quad - \text{ для первой области}, \quad (4)$$

$E_o(tv_s, k_0) = e^{i\phi_0} E_o^{(2)}(tv_s, k_0)$ ,  $E_e(tv_s, k_e) = e^{i\phi_e} E_e^{(2)}(tv_s, k_e)$ , — для второй области и, согласно (4), считается, что на АО ячейку падает излучение с обыкновенной поляризацией, а дифрагированное световое излучение имеет необыкновенную поляризацию. Здесь  $t$  — время;  $v_s$  — скорость звука;  $E_o^{(2)}(x)$ ,  $E_e^{(2)}(x)$  — амплитуды обыкновенной и необыкновенной световых волн во второй области соответственно;  $i\phi_o = ik_o d$ ,  $i\phi_e = ik_e d$  — фазовый набег;  $d$  — расстояние между пакетами звуковых волн. Считается также, что начальная фаза звуковой волны во второй области совпадает с начальной фазой звуковой волны в первой области. Если же это условие не выполняется, то к указанным выше значениям набег фазы следует добавить начальную фазу звуковой второй области (подробнее см. работу [13]).

Общие решения уравнений (2) хорошо известны, поэтому процедура получения решения для всей области взаимодействия волн состоит в следующем. Общие решения уравнений (2) для каждой из областей необходимо «сшить» на движущейся со скоростью звука границе, удовлетворяя граничным условиям (4). В результате решение системы уравнений (2) для проди-

фрагировавшей световой волны, описывающее последовательную дифракцию на выходе из кристалла и удовлетворяющее граничным условиям (4), будет:

$$E_e(L) = \frac{E_o}{4\Gamma^2 + \Delta k^2} e^{\frac{i(L\Delta k - \phi_o - \phi_e)}{2}} \left( 2\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2} \sin(\phi_o - \phi_e) \sin\left(\frac{1}{2}(L - 2tv_s)\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right) - i\Delta k(4\Gamma^2 + \Delta k^2) \sin(\Gamma L \xi) \right) - 2i \cos\left(\frac{\phi_o - \phi_e}{2}\right) \sin\left(\frac{1}{2}L\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right) - 2i\Delta k \sin\left(\frac{\phi_o - \phi_e}{2}\right) \left( \sin(tv_s \sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}) - \cos\left(\frac{1}{2}L\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right) \right) \quad (5)$$

Здесь  $E_o = E_o(k)$  — амплитуда падающего на АОЯ излучения. Существенно отметить, что полученное решение относится к случаю, когда длительность звукового импульса  $\tau$  совпадает со временем пробега звуковой волны по кристаллу, т.е.  $\tau = L / v_s$ , причём считается, что условие  $L \gg d$  выполняется с большим запасом. Не продифрагировавшая часть излучения, следующая из системы (2), будет:

$$E_o(L) = \frac{E_o}{\xi^6} e^{\frac{iL\Delta k}{2}} \left( e^{i\phi_o} (2\Gamma\xi(2\Gamma^2 + \Delta k^2) \cos(\Gamma L \xi) + 4\Gamma^3 \xi \cos((L - 2tv_s)\Gamma\xi) - i\Delta k(4\Gamma^2 + \Delta k^2) \sin(\Gamma L \xi)) + \right. \quad (6)$$

$$\left. + 8e^{i\phi_e} \Gamma^3 \xi \sin(tv_s \Gamma \xi) \sin((tv_s - L)\Gamma \xi) \right),$$

где  $\xi \equiv \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}$ .

Если значения фаз совпадают, то из формулы (5) следует известное выражение для амплитуды продифрагировавшего излучения, приведённое во многих работах [1–3]:

$$E_e(L) = \frac{\sin\left(\Gamma L \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}} e^{i\phi_e - \frac{i}{2}\Delta k L}, \quad L \gg d \quad (7)$$

Таким образом, при совпадающих значениях фаз получаем известный результат.

Наличие фазового множителя  $Exp(i\phi_e - i\Delta k L / 2)$  в формуле (7) описывает изменение фазы при дифракции излучения, но не влияет на инструментальную функцию АО фильтра.

Из формул (5), (6), (7) видно, что амплитуда дифрагированной волны существенно зависит от времени, причём характерная частота этой зависимости определяется выражением:  $\Omega(\Delta k, \Gamma) = 2v_s \sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}$  и зависит от волновой расстройки и мощности звуковой волны. При постоянной мощности звука ( $\Gamma = \text{const}$ ) частота определяется величиной расстройки и амплитуда дифрагированной волны на заданной длине волны определяется этим значением частоты. Это означает, что фототок приёмника на частоте  $\Omega \equiv \Omega(\Delta k, \Gamma)$  определяет амплитуду падающего на АОФ излучения на длине волны

$$\lambda = \frac{|\Delta n|}{\Gamma} (\Omega^2 - 4\Gamma^2 v_s^2)^{-1/2}. \quad (8)$$

Это важное свойство дифрагированного излучения означает, в частности, что на процедуру измерения амплитуды светового излучения, основанной на частотных измерениях, шумы не будут оказывать существенного влияния, пока их частотная спектральная составляющая не попадёт в область измерений. Из формулы (5) можно получить выражение для инструментальной функции АОФ, выраженной, ради удобства, через тригонометрические функции:

$$\begin{aligned} T(\Delta k, t) = & \\ & \frac{1}{16\Gamma^3 \xi^5} \left[ 2(2\Gamma\xi)^3 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin^2(\Phi) + 4\Gamma\xi \Delta k^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos^2(\Phi) + \right. \\ & + 4\Gamma\xi \Delta k^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin^2(\Phi - \Omega t) + 4\Gamma^2 \Delta k \xi^2 \sin(\Delta\phi) \\ & \left. [\sin(\Omega t) - \sin(2\Phi) + \sin(2\Phi - \Omega t)] + 16\Gamma^3 \xi \sin^2(\Phi - \Omega t) + \right. \\ & \left. + 4\Gamma\xi \Delta k^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos^2(\Phi - \Omega t) - 8\Gamma\xi \Delta k^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos(\Phi) \cos(\Phi - \Omega t) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\Delta\phi = \phi_o - \phi_e$  — разность фаз оптического излучения, «набегающая» в промежутке между пакетами звуковых волн;  $\Phi \equiv \Gamma L \xi$  — характерная частота временного изменения ИФ. Зависимость от времени ИФ согласно (9) представлена на рис. 2.

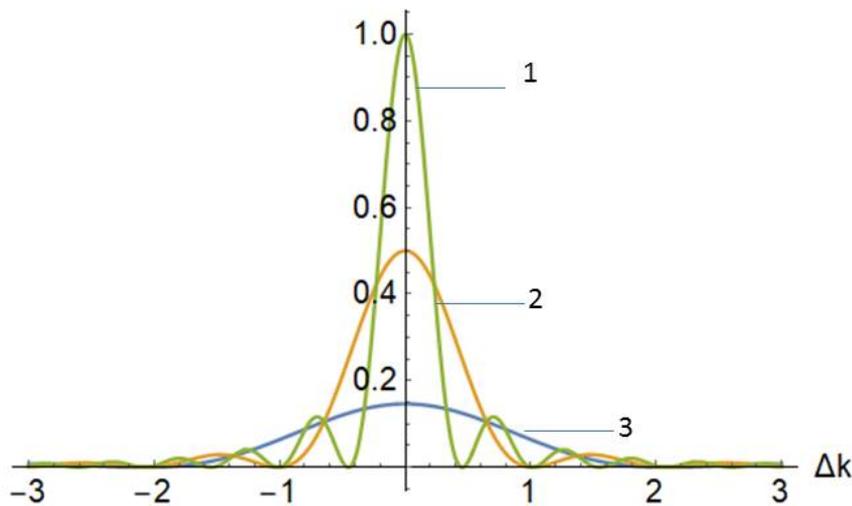


Рис. 2. ИФ в зависимости от времени: 1 —  $t = L/v_s$ ; 2 —  $t = 0.5L/v_s$ ; 3 —  $t = 0.25L/v_s$  (согласно (8))

Временная структура ИФ, описываемая формулой (9), может быть представлена в виде

$$T(\Delta k, t) = A + B_1 \cos(\Omega t) + B_2 \cos(2\Omega t) + C_1 \sin(\Omega t) + C_2 \sin(2\Omega t), \quad (10)$$

где  $A \equiv A(\Delta k, \Delta\phi, \Gamma, \xi)$ ,  $B_1 \equiv B_1(\Delta k, \Delta\phi, \Gamma, \xi)$ ,  $B_2 \equiv B_2(\Delta k, \Delta\phi, \Gamma, \xi)$ ,  $C_1 \equiv C_1(\Delta k, \Delta\phi, \Gamma, \xi)$ ,  $C_2 \equiv C_2(\Delta k, \Delta\phi, \Gamma, \xi)$  — константы, не зависящие от времени, явный вид которых легко получить из общей формулы (8). (Явный вид этих констант не приводим из-за громоздкости.) Наименьшее значение частоты ИФ достигается при точном выполнении условий синхронизма, т.е. при  $\Delta k = 0$  и  $\xi = 1$ , и тогда значения частот зависят лишь от коэффициента связи  $\Gamma$  и скорости звука:  $\Omega_{\min} = 2\Gamma v_s$ . Эта особенность ИФ позволяет реализовать новые независимые методы измерения как спектральной яркости падающего излучения, так и интенсивности звуковой волны. Необходимо подчеркнуть, что выражение (9) справедливо для случая, когда внутри АО ячейки имеются только два (и не более!) пакета звуковых волн или только одна движущая граница, на которой выполняются граничные условия (4). При разности фаз равной нулю, т.е. при одинаковых фазах, формула (9) даёт известный результат для инструментальной функции коллинеарного АОФ [20]:

$$T(\Delta k, L) = \frac{\sin^2\left(\Gamma L \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}\right)}{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}. \quad (11)$$

Физически условие  $\Delta\phi = 0$ , как легко видеть, эквивалентно отсутствию разрыва между пакетами звуковых волн, т.е. непрерывному излучению звуковых волн, и поэтому из (9) следует результат (11). Таким образом, видно, что при разности фаз равной нулю, зависимость от времени инструментальной функции исчезает (см. также [14]).

Если же разность фаз не равна нулю, но интервал временного измерения выбран равным времени пробега звуковой волны по длине кристалла, точнее, области взаимодействия светового потока со звуковой волной, т.е.  $t = L / v_s$ , а интервал между пакетами, отсчитываемый от начала пакета, чуть больше времени пробега  $L / v_s$ , что эквивалентно тому, что дифракция происходит только на одном пакете, то для инструментальной функции АОФ из (9) получим:

$$T(\Delta k, t) = \frac{\sin^2\left(t v_s \Gamma \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}\right)}{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}} = \frac{1 - \cos(\Omega(\Delta k) t)}{2\left(1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}\right)}. \quad (12)$$

И ИФ АОФ становится периодической функцией времени. С физической точки зрения результат (12) вполне понятен: когда длительность пакета звуковых волн совпадает со временем пробега звуковой волны по кристаллу, то характерная длина взаимодействия будет увеличиваться по мере «входа» звукового пакета, и в момент времени  $t = L / v_s$  звуковой пакет заполнит всю область взаимодействия света со звуковой волной, и в этот момент ИФ достигает максимума. (Здесь считается, что  $\Gamma L = \pi / 2$  и время между пакетами несколько превышает время пробега.) Затем, по мере «выхода» пакета из области взаимодействия, как видно из формулы (11), ИФ будет уменьшаться. Из формул (9) и (11) видно также, что в момент времени  $t = L / v_s$  инструментальная функция АОФ не зависит от разности фаз, однако, в другие моменты времени инструментальная функция будет зависеть от времени, значения разности фаз, мощности звуковой волны и длины взаимодействия и т.д., причём эти зависимости существенно отличаются от аналогичных для обычных ИФ (9). Из формул (9), (10), (11) видно, что поведение во времени ИФ существенно зависит от разности фаз между пакетами звуковых, временной длительности пакетов и временного интервала между пакетами. Поэтому на практике часто используют метод синхронного детектирования фототока, выбирая интервал измерения фототока, при котором ИФ имеет вполне конкретную временную зависимость. Очевидно, что в общем случае, который описывается формулой (9), значение разности фаз  $\Delta\phi$ , которое необходимо подставить в формулу (9), будет:

$$\Delta\phi = \phi_o - \phi_e = (k_o - k_e)d = q_s d + \Delta k d, \quad (13)$$

где  $\Omega_s$  — частота звуковой волны;  $d$  — расстояние между пакетами звуковых волн. Физически ясно, что для того, чтобы все переходные процессы при возбуждении пакетов звуковых волн закончились, необходимо, чтобы интервал между звуковыми пакетами был больше длины волны звука и, кроме того, существенно меньше размеров АО ячейки. Например, при  $d = 50$  мкм и  $\Omega_s \approx 2\pi 85$  мГц,  $v_s = 6 \times 10^4$  см/с,  $\Delta k = 0$  для разности фаз имеем  $\Delta\phi = 2\pi \times 7.08$ , что, после исключения целочисленных  $2\pi$  значений, т.е.  $2\pi \times m$ ,  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ , это значение соответствует  $\Delta\phi = 2\pi \times 0.08$ . (Выбранное значение частоты звуковой волны  $\Omega_s$  для кристаллов парателлуриита соответствует выполнению условий синхронизма на длине волны оптического излучения равному одному микрону.) Важно, что эта разность фаз зависит от частоты звуковой волны, и при перестройке АОФ на другую длину волны необходимо учитывать это изменение фазы.

Если же расстояние между пакетами звуковых волн равно нулю,  $d = 0$ , но разность начальных фаз звуковых колебаний пакетов  $\delta$  не равна нулю, то, как показано в работе [13], ИФ будет

$$T_{\delta}(\Delta k, t) = \frac{\sin\left(\Gamma L \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}} - (1 - e^{i\delta}) \frac{\sin\left(\Gamma L \left(1 - \frac{v_s t}{L}\right) \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}} \quad (14)$$

$$\left( \cos(\Gamma v_s t \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}) - i \frac{\Delta k \sin(\Gamma v_s t \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}})}{2\Gamma \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}} \right).$$

Таким образом, из (14) видно, что наличие разности фаз начальных колебаний пакетов звуковых волн также приводит к временной зависимости ИФ, но эта зависимость отличается от (14). Естественно при  $d = 0$  и  $\delta = 0$  выражения (10) и (14) совпадают.

Из выражений для инструментальной функции (9) и амплитуд световых волн (5), (6) видно, что наличие фазового сдвига световой волны в анизотропной среде приводит к тому, что амплитуды световых волн становятся зависящими от времени. Частоты временной зависимости ИФ определяются значениями  $\Omega(\Delta k, \Gamma)$  и  $2\Omega(\Delta k, \Gamma)$ , где

$$\Omega(\Delta k, \Gamma) = 2v_s \Gamma \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}} = 2v_s \Gamma \xi, \quad \xi \equiv \sqrt{1 + \frac{\Delta k^2}{4\Gamma^2}}, \quad \Delta k = \Delta n k - q_s \quad (15)$$

и зависят от фазовой расстройки  $\Delta k$  и мощности звуковой волны, входящей в значение коэффициента  $\Gamma$ , а также скорости звука. Тот факт, что измеряемый сигнал фототока приёмника оптического излучения также зависит от времени, причём, как это видно из формул (15), частота этой зависимости зависит от длины волны света, позволяет реализовать новые методы измерения спектрального распределения оптического излучения, обладающие большим спектральным разрешением и менее чувствительные к уровню шумов. Отличительная особенность такого подхода состоит в том, что на опыте измеряется не постоянная во времени составляющая сигнала фототока, как это происходит в обычных АО спектрометрах, а амплитуда сигнала фототока на частотах  $\Omega(\Delta k, \Gamma)$  и  $2\Omega(\Delta k, \Gamma)$ , которые зависят от волнового вектора световой волны и мощности звука. Тот факт, что характерные значения частоты модуляции фототока зависят от мощности звуковой волны, позволяет учесть её возможные изменения в самом процессе измерения.

Отметим также, что предлагаемый метод модуляции особенно интересен для АО систем видения и распознавания объектов, поскольку возможны измерения величины фототока одновременно на нескольких частотах, и поэтому возможно создание новых алгоритмов обнаружения «цветных» объектов.

Остановимся теперь на самой процедуре измерений спектрального распределения излучения. ИФ в виде (9) описывает интенсивность дифракции света на звуковой волне в течение временного интервала, близкого или равного времени пробега звуковой волны по кристаллу АО ячейки. Однако на практике чаще интересуется дифракция света на достаточно большом временном интервале, когда происходит дифракция на большом числе пакетов звуковых волн, когда можно осуществить накопление сигнала и повысить тем самым отношение сигнал/шум. Поэтому приведём также среднее по времени значение ИФ АО спектрометра:

$$\begin{aligned} \langle T(\Delta k, t) \rangle &\equiv \text{Limit} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T T(\Delta k, t) dt, T \rightarrow \infty \right\} = \\ &= \frac{8\Gamma^4 + 4\Gamma^2 \Delta k^2 - 4\Gamma^4 \cos\left(L\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right)}{(4\Gamma^2 + \Delta k^2)^2} - \\ &- \frac{\sin(\Delta\phi) \left( 2\Gamma^2 \Delta k \sin\left(L\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right) \right)}{(4\Gamma^2 + \Delta k^2)^{3/2}} - \frac{\cos(\Delta\phi) \left( 2\Gamma^2 \left( \Delta k^2 + (2\Gamma^2 + \Delta k^2) \cos\left(L\sqrt{4\Gamma^2 + \Delta k^2}\right) \right) \right)}{(4\Gamma^2 + \Delta k^2)^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

При выводе (16) считалось, что начальные фазы всех пакетов одинаковы, т.е. все пакеты звуковых волн тождественны, и тогда интегрирование по времени можно распространить на область  $t \gg \tau$ , и, кроме того, по-прежнему считается, что  $L \gg d$ . Из формулы (16) видно, что при наличии разности фаз  $\Delta\phi \neq \pi k$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  ИФ спектрометра становится несимметричной относительно величины расстройки.

Пусть число звуковых пакетов на одной и той же частоте будет  $N$ , а пространственный интервал между пакетами равен  $d$ , и длительность каждого пакета  $\tau$  такова, что  $\tau = (L - d) / v_s$ . Тогда ИФ, описывающая дифракцию на таких  $N$  пакетах звуковых волн, очевидно, будет:

$$\begin{aligned} T_N(\Delta k, t) &= \sum_{m=0}^N T(\Delta k, t - m\tau) \Theta(t - m\tau) \Theta((m+1)\tau - t - d/v_s), \quad (17) \\ &0 < t < (L - d) / v_s, \end{aligned}$$

где  $\Theta(x)$  — тета-функция Хэвисайда. Запись в виде (17) означает, что дифракция на  $N$  звуковых пакетах происходит независимо, причём фаза звуковой волны на выходе пакета не совпадает с начальной фазой каждого пакета; если же эти фазы совпадают, то инструментальная функция дифракции на  $N$  звуковых пакетах будет описываться выражением (9), но время при этом может изменяться в интервале от 0 до полного времени длительности всех  $N$  пакетов.

Рассмотрим теперь процесс измерений с ИФ (17) более подробно. Математически процесс измерения можно записать в виде:

$$J(t) = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \tilde{S}(k) \Phi(k) T_N(\Delta k, t) dk, \quad (18)$$

где  $\tilde{S}(k)$  — интенсивность падающего светового потока на АОФ;  $\Phi(k)$  — функция, описывающая спектральную чувствительность фотоприёмника (размерная величина);  $J(t)$  — измеряемый фототок приёмника;  $k_{\min} = \frac{2\pi}{\lambda_{\max}}$ ,

$k_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}}$  — волновые числа оптического излучения, определяющие диа-

пазон измерений;  $\lambda$  — длина волны в вакууме, ( $k_e, k_o$  — волновые числа, входящие в формулы (9) и определяющие длину волны соответствующего излучения внутри кристалла). Фотоприёмник считается достаточно быстрым, так что характерное время отклика фотоприёмника  $\tau_p$  на изменяющееся во времени излучение удовлетворяет соотношению  $\tau_p \Omega(\Delta k, \Gamma) \ll 1$ , поэтому в формуле (18) интегрирование по времени отсутствует. Для упрощения записи произведём формальную замену  $\tilde{S}(k) \Phi(k) = S(k)$ , и тогда под  $S(k)$  будем понимать спектральную плотность излучения, попадающую на фотоприёмник, когда ИФ АО фильтра равна единице. Такое определение спектральной плотности излучения будем использовать во всех формулах ниже.

Процедура измерения в существующих АО спектрометрах на основе перестраиваемых АО фильтров состоит в следующем. Поскольку инструментальная функция АОФ при точном выполнении условий синхронизма, т.е. при  $\Delta k = 0$ , содержит острый максимум, то в качестве инструментальной функции АОФ обычно берут  $\delta$ -функцию, считая, что

$$T(k, t) \propto T(k_*, t) \delta(k - k_*),$$

где  $\delta(k - k_*)$  —  $\delta$ -функция Дирака;  $k_*$  — значение волнового вектора, соответствующего выполнению точных условий синхронизма, а инструментальная функция типа (9), или близкая к ней, имеет наибольший максимум вблизи  $k_*$ . Тогда из формулы (17) следует соотношение, позволяющее определить интенсивность оптического излучения  $S(k_*)$  с волновым вектором  $k_*$  из простого соотношения:

$$J(k_*, t) = A S(k_*) T(k_*, t),$$

где  $A$  — нормировочная константа. Линейная связь между фототоком и интенсивностью падающего излучения, в которой коэффициент определяется значением инструментальной функции в максимуме  $T(k_*, t)$ , позволяет реализовать простой метод измерения спектрального распределения излучения  $S(k_*)$  и, в ряде случаев, учесть также влияние паразитной засветки и некоторых шумов. Как указано выше, обычно осуществляют модуляцию интенсивности звуковой волны, создавая тем самым два состояния измерения: полезный сигнал плюс паразитная засветка и, второе состояние, только паразит-

ная засветка. Производя затем вычитание второго измерения из первого, можно исключить вклад паразитной засветки, считая, что за время измерений уровень паразитной засветки не изменился. При этом время длительности звукового пакета выбирают, как правило, значительно больше, чем время пробега звука по кристаллу АО ячейки. Этот простой метод широко используется в многочисленных АО спектрометрах [12].

Рассмотрим теперь метод измерения спектральной плотности излучения АО спектрометром с использованием наиболее общего вида ИФ (9), когда имеется временная зависимость. Подставим (16) в формулу (17), тогда временная зависимость фототока должна быть записана в виде

$$J(t) = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} S(k) \sum_{m=0}^N T(k, t - m \frac{L}{v_s}) \Theta(t - m L/v_s) \Theta((m+1)L/v_s - t) dk. \quad (19)$$

Нас интересует временная (частотная) зависимость фототока, поэтому для определения частотной зависимости найдём Фурье-образ выражения (19):

$$J(k, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} J(k, t) e^{i\omega t} dt. \quad (20)$$

Подставим выражение (19) в формулу (20) и произведём замену  $t \Rightarrow m L / v_s + \tau$ , тогда явная зависимость ИФ от времени исчезает и можно произвести суммирование по  $m$ . В результате получим:

$$J(q_s, \omega) = \frac{e^{i\omega(N+1)L/v_s} - 1}{e^{i\omega L/v_s} - 1} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} dk S(k) T_p(k, \omega), \quad (21)$$

где  $T_p(k, \omega)$  Фурье-образ ИФ

$$T_p(k, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(k, \tau) \Theta(\tau) \Theta(L/v_s - \tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (22)$$

Видно, что  $T_p(k, \omega)$  — это Фурье-образ ИФ для одного пакета:

$$T_p(k, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{L/v_s} T(k, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau, \quad (23)$$

а  $L/v_s$  — длительность этого одного пакета звуковых волн.

Из (21) видно, что при  $N \gg 1$  наибольшее значение множитель перед интегралом в (21) будет при выполнении условия  $\omega L / v_s ; \frac{\pi}{2}(2m+1)$ , где  $m$  — целое число, и тогда этот множитель становится равным  $N+1$ . Это соответствует известному случаю накопления при измерениях сигналов.

Вычисление интеграла (23) приводит к следующему результату:

$$T(\Delta k, \omega) = T_0(\Delta k, \omega) + T_1(\Delta k, \omega) + T_2(\Delta k, \omega), \quad (24)$$

где

$$T_0(\Delta k) = \frac{\sqrt{2\pi}\delta(\omega)}{16\Gamma^3\xi^5} \quad (25)$$

$$\left( 16\Gamma^3\xi^3 \sin^2(\Gamma L\xi) \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + 4\Gamma\xi \Delta k^2 \cos(\Gamma L\xi) \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) - 4\Gamma^2 \Delta k \sin(2\Gamma L\xi) \sin(\Delta\phi) \right) T_1(\Delta k, \omega) = \left( \delta(\omega - \Omega)A(\Delta k) + \delta(\omega + \Omega)A^*(\Delta k) \right), \quad (26)$$

$$T_2(\Delta k, \omega) = \frac{\sqrt{2\pi}}{4\xi^4} \left( \delta(\omega - 2\Omega)(\cos(2\Gamma L\xi) - i \sin(2\Gamma L\xi)) \sin^2(\Delta\phi/2) + \delta(\omega + 2\Omega)(\cos(2\Gamma L\xi) + i \sin(2\Gamma L\xi)) \sin^2(\Delta\phi/2) \right), \quad (27)$$

$$A(\Delta k) = \frac{\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2}\Gamma^3\xi(\Delta k)^5} \Delta k e^{-i\Gamma L\xi} \quad (28)$$

$$\left( (4\Gamma^2 + \Delta k^2) \sin(\Delta\phi) \sin(\Gamma L\xi(\Delta k)) - 4\Gamma \Delta k \xi(\Delta k) \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos(\Gamma L\xi(\Delta k)) \right).$$

Длительность каждого пакета звуковой волны равна  $L/v_s$  но время измерения в каждой спектральной точке значительно превышает  $\tau$ . Поэтому запись в виде (19) означает, что в каждый момент времени происходит дифракция падающего излучения на звуковой волне, причём ИФ АО ячейки описывается формулой (9) лишь во временном интервале  $t \leq L/v_s$ , а в последующие моменты времени,  $2L/v_s > t > L/v_s$ , дифракция будет происходить на двух пакетах звуковых волн: частично на «хвосте» уходящего и на «голове» следующего входящего в АО ячейку пакета. Значение фототока в этом случае будет состоять из двух значений со сдвинутыми временными значениями аргументам. При  $t \geq 2L/v_s$  этот процесс повторяется и т.д. Для повышения точности измерений временной интервал для измерения интенсивности излучения на выделенной длине волны, т.е. в одной спектральной точке, как правило, выбирают значительно больше времени пробега, и поэтому обычно  $N \gg 1$ . Отметим, что размерность Фурье образа ИФ совпадает со временем, т.е.  $[T_0(k, \omega)] = [\text{сек}]$ , квадратные скобки здесь означают размерность. Из выражений (24)–(27) видно, что Фурье образ ИФ состоит из трёх слагаемых. Первое слагаемое —  $T_0(k)$  — от частоты не зависит и определяет постоянную во времени составляющую, второе и третье слагаемые —  $T_1(k, \omega)$ ,  $T_2(k, \omega)$  — определяют частотную зависимость ИФ на частотах  $\Omega$  и  $2\Omega$  соответственно. (Наличие дельта функции  $\delta(\omega)$  в выражении (23) для  $T_0(k)$  есть следствие преобразования Фурье для постоянной во времени величины.)

Видно, что при отсутствии разрыва между пакетами звуковых волн, т.е. в отсутствие скачка фазы  $\Delta\phi = 0$  из формул (22)–(25) для Фурье образа ИФ следует:

$$T_0(k, \omega) = \sqrt{2\pi} \delta(\omega) \frac{\sin^2(\Gamma L \xi(k))}{\xi^2(k)}, \quad T_1 = T_2 = 0, \quad \xi(k) \equiv \sqrt{1 + \frac{(\Delta n k - q_s)^2}{4\Gamma^2}}, \quad (29)$$

что, после обратного преобразованию Фурье, соответствует известному выражению для однородного распределения звуковой волны, т.е. формуле (10).

Найдём Фурье-образ регистрируемого значения фототока,

$$J(q_s, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} J(q_s, t) e^{i\omega t} dt. \quad (30)$$

Подставляя в (30) значение ИФ из формул (25)–(27), меняя при этом порядок интегрирования по времени  $t$  и волновому вектору  $k$  на обратный и используя свойства  $\delta$ -функции Дирака:

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{\left| \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i}}, \quad (x_i \text{ — корни уравнения } f(x_i) = 0), \quad (31)$$

и

$$\begin{aligned} \int_k f(k) \delta(\omega \pm 4v_s \Gamma \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta n k}{4\Gamma}\right)^2}) dk = \\ = \frac{2\omega}{\left| \Delta n v_s \sqrt{\omega^2 - 4\Gamma^2 v_s^2} \right|} \left( f\left(\frac{2\sqrt{\omega^2 - 4\Gamma^2 v_s^2}}{\Delta n v_s}\right) + f\left(-\frac{2\sqrt{\omega^2 - 4\Gamma^2 v_s^2}}{\Delta n v_s}\right) \right), \end{aligned} \quad (32)$$

где  $f(k)$  — произвольная функция без особенностей, для Фурье значений компоненты фототока, получим:

$$\begin{aligned} J(q_s, \omega) = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} T_0(\omega, k) S(k) dk + \frac{\Theta(\omega - 2v_s \Gamma) \omega}{\Delta n v_s \sqrt{\omega^2 - 2v_s^2 \Gamma^2}} \\ (S(k_1) \operatorname{Re}[A(k_1(\omega))] + S(k_2) \operatorname{Re}[A(k_2(\omega))]) + \\ + 2\sqrt{2\pi} \frac{\Theta(\omega - 4v_s \Gamma) \omega}{\Delta n v_s \sqrt{\omega^2 - 4v_s^2 \Gamma^2}} \sum_{i=3,4} \frac{S(k_i)}{\xi(k_i)^4} \cos(2\Gamma L \xi(k_i)) \sin^2(\Delta \phi(k_i)/2). \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь  $\Theta(\omega - 2v_s \Gamma)$ ,  $\Theta(\omega - 4v_s \Gamma)$  — единичные Тета-функции Хэвисайда, которые введены для удовлетворения условий:  $\omega \geq 2v_s \Gamma$  и  $\omega \geq 4v_s \Gamma$ ;  $k_1(\omega)$ ,  $k_2(\omega)$ ,  $k_3(\omega)$ ,  $k_4(\omega)$  — корни уравнений  $\omega \pm \Omega(k) = 0$ ,  $\omega \pm 2\Omega(k) = 0$  соответственно, т.е.

$$k_{1,2}(\omega) = \frac{q_s m v_s^{-1} \sqrt{\omega^2 - 4\Gamma^2 v_s^2}}{\Delta n}, \quad k_{3,4}(\omega) = \frac{2q_s m v_s^{-1} \sqrt{\omega^2 - 16\Gamma^2 v_s^2}}{2\Delta n}. \quad (34)$$

Выражение (33) для Фурье компонент фототока является точным и описывает частотную зависимость от  $\omega$  при любом спектральном распределении падающего излучения  $S(k)$ . Приведённое выражение для Фурье-

компоненты фототока соответствует случаю, когда расстояние между звуковыми пакетами меньше времени пробега звука по кристаллу, т.е.  $d \ll L$ , и поэтому присутствуют волны обеих поляризаций. Математически это означает, что при вычислениях тока (33) и интегрировании по волновому вектору  $k$  с помощью теоремы Коши необходимо учитывать полюса, соответствующие обоим поляризациям, которые определяются значениями (34).

Формула (33) решает поставленную задачу о частотной зависимости фототока и определяет амплитуды его частотных составляющих. Измерение на опыте этих зависимостей позволяет определить не только спектральные характеристики подающего излучения, но при достаточном количестве измерений характеристики и фотоприёмника, а также уровень мощности звуковой волны. Заметим, что и первый интеграл, содержащий независимую от времени составляющую фототока, можно вычислить в явном виде, используя метод перевала [21], который может быть применён к этому интегралу, поскольку ИФ АО фильтра  $T_0(k)$  имеет достаточно острый максимум вблизи выполнения условий синхронизма. Этот случай будет рассмотрен отдельно.

#### Литература

1. Chang I.C. Tunable acousto-optic filtering: an overview. Proc SPIE. Device development (instrumentation) applications. 1976. V. 90. P. 12–22.
2. Korpel A. Acousto-Optics. 2nd Edition. New York: Marcel Dekker Inc., 1997.
3. Pustovoi V.I. Special cases of light collinear diffraction on sound waves in crystals // Optical Memory and Neural Networks (Information optics). 2004. V. 13. № 2. P. 4–22.
4. Design and fabrication of acousto-optics devices / edited by Akis P. Goutzoulis, Dennis R. Pape; editor of Russian contribution S.V. Kulakov. New York: Marcel Dekker Inc., 1994.
5. Joshi J.C. Acousto-optic Devices and Their Defence Applications, Defence Research & Development Organisation, Ministry of Defence (India). DRDO monograph series. 2007.
6. Афанасьев А.М., Пустовойт В.И. О дифракции волн на периодической структуре с произвольным пространственным изменением свойств среды // Доклады РАН. 2003. Т. 292. № 3. С. 332–335; Afanas'ev A.M., Pustovoi V.I. Wave Diffraction on a Periodic Structure with an Arbitrary Spatial Variation of the Medium's Properties // Doklady Physics 48. 2003. P. 501–504.
7. Афанасьев А.М., Гуляев Ю.В., Пустовойт В.И. Деструктивная макротерференция как метод повышения спектрального разрешения дифракционных фильтров // Радиотехника и Электроника. 2004. Т. 49. № 12. С. 1526–1531; Afanas'ev A.M., Gulyaev Yu.V., Pustovoi V.I. An Increase

- in the Spectral Resolution of Diffraction Filters Due to Destructive Interference // *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2004. 49. P. 1526–1531.
8. Kravchenko V.F., Pustovoit V.I. On the diffraction of waves on an apodized periodic structure // *Doklady Physics*. 2003. V. 391. № 6. P. 749–753.
  9. Абрамов А.Ю., Мазур М.М. и др. Функциональное акустооптическое управление спектром излучения лазера на красителях // *Прикладная спектроскопия*. 1990. Т. 52. № 5. С. 842–845.
  10. Жогун В.Н., Пустовойт В.И., Тябликов А.В. Разработка на основе АО спектрометра метода эталонирования качества процессов размерного травления // *Электронная техника. Сер. 3. Микроэлектроника*. 1990. Вып. 2. С. 136.
  11. Визен Ф.Л. и др. Контроль методом акустооптической спектрометрии равномерности и селективности плазмохимического травления (ПХТ) кремниевых структур // *Микроэлектроника*. 1991. Т. 20. № 1. С. 49–54.
  12. Chang I.S., Katzka H., Jakob J., Estrin S. Programmable acousto-optic filter // *IEEE Ultrasonic Symp. Proc. New Orleans (Lu)*, 1979. P. 40.
  13. Пустовойт В.И., Тимошенко В.В. Акустооптический фильтр с управляемой полосой пропускания // *Радиотехника и электроника*. 1998. Т. 43. № 4. С. 461–468.
  14. Пустовойт В.И. Theory of acousto-optical filter with controlled bandwidth // *Физические основы приборостроения*. 2018 (в печати).
  15. Mazur M.M., Mazur L.I., Pustovoit V.I., Suddenok Yu.A., Shorin V.N. High-speed two-crystal acousto-optic monochromator // *JTF*. 2017. V. 87. Issue 9. P. 1399–1402
  16. Windels F.W., Pustovoit V.I., Leroy O. Collinear acousto-optic diffraction using two nearly sound frequencies // *Ultrasonics*. 2000. V. 38. P. 586–589.
  17. Petrov N.I., Pustovoit V.I. Acoustooptical resonator with ultra-narrow bandwidth // *Laser Physics Letters*. 2017. V. 14. 115702.
  18. Пустовойт В.И. Избранные труды. М.: Наука, 2014. С. 612–615.
  19. Молчанов В.Я. и др. Теория и практика современной акустооптики. МИСиС, 2015.
  20. Yariv A., Yeh P. *Optical Waves in Crystals*. Wiley, 1984.
  21. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. 5-е изд. М.: Наука, Физматлит, 1999. С. 319.