

УДК 52.08 + 528.223

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КОСМИЧЕСКОГО ГРАДИЕНТОМЕТРА НА СВОБОДНЫХ МАССАХ

В.Ф. Фатеев, Р.А. Давлатов

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.
fateev@vniiftri.ru,
davlatov_r_a@mail.ru*

Космические гравитационные градиентометры являются эффективными измерительными средствами для определения спутниковой модели гравитационного поля Земли. В реализованных зарубежных моделях космических градиентометров в качестве пробных масс использовались космические аппараты или бортовые акселерометры. В данной работе проводится анализ возможности использования космического градиентометра с бортовыми свободными массами в качестве пробных тел.

Ключевые слова: гравитационное поле Земли, градиентометр, свободные массы, космический аппарат.

ANALYSIS OF THE POSSIBILITIES OF A SPACE GRADIENOMETER ON FREE MASSES

V.F. Fateev, R.A. Davlatov

*FSUE "VNIIFTRI", Mendeleevo, Moscow region
fateev@vniiftri.ru,
davlatov_r_a@mail.ru*

Space gravity gradiometers are effective measuring tools for determining the satellite model of the Earth's gravitational field. In implemented space gradiometers, spacecraft or airborne accelerometers were used as test masses. In this paper, we analyze the possibility of using a space gradiometer with onboard free masses as proof mass.

Key words: Earth's gravitational field, gradiometer, free masses, spacecraft.

Введение

В космическом градиентометре на свободных массах (СМ) второй градиент потенциала силы тяжести на борту КА вычисляется по измерениям разности гравитационных сил, действующих на СМ, которые находятся на одной оси. Разность действующих гравитационных сил устанавливается по относительному движению СМ (рис. 1) [1]. При этом действие активных микроускорений на обе СМ полностью компенсируется. Градиентометр может иметь три ортогональные оси, на каждой из которых размещаются по две СМ.

Принципиальным отличием предлагаемой системы от других разработок является возможность непосредственного определения изменения относи-

тельного положения СМ с помощью высокоточного лазерного интерферометра. В известном проекте GOCE в качестве СМ были использованы три пары взаимно-ортогональных акселерометров с чувствительными элементами (ЧЭ). Однако акселерометры были расположены на штангах. Расстояние между ЧЭ определялось как сумма длины штанги и приращения относительного положения ЧЭ внутри каждого акселерометра. Такие измерения являются косвенными. Главным преимуществом системы предлагаемого градиентометра является возможность непосредственного измерения приращения расстояния между двумя СМ на основе использования высокостабильных и точных цифровых измерителей длины, частоты и времени с известной метрологической базой.

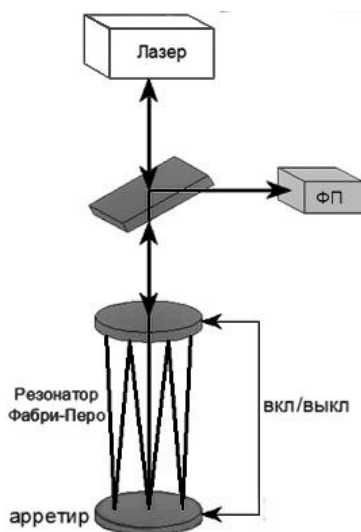


Рис. 1. Принцип работы лазерного градиентометра

Реализация космического градиентометра на СМ позволит:

- определить изменения параметров гравитационного поля Земли в интересах уточнения её модели;
- установить региональные и глобальные смещения масс на поверхности Земли и в атмосфере;
- отработать технические решения при разработке детекторов гравитационных волн.

В работе рассматривается вариант одноосного космического градиентометра на свободных массах, в котором СМ расположены по радиус-вектору к центру масс Земли с целью формирования требований к параметрам градиентометра. Такой вариант измерителя позволяет определять значения второго градиента потенциала гравитационного поля Земли V_{rr} по радиус-вектору.

Анализ параметров космического градиентометра на свободных массах

Значение второго градиента ГПЗ по радиус-вектору V_{rr} с использованием модели потенциала ГПЗ в точке положения КА определяется с использованием известной формулы:

$$V_{rr}(r, \theta, \lambda) = 2 \frac{GM}{r^3} + \frac{GM}{a^3} \sum_{n=2}^N (n+1)(n+2) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+3} \times \times \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm} \cos(\theta), \quad (1)$$

где r — геоцентрический радиус-вектор КА, м; λ — геоцентрическая широта КА, °; θ — дополнение к геоцентрической широте КА, °; G — гравитационная постоянная, м³/кг·с²; M — масса Земли, кг; C_{nm} , S_{nm} — гармонические коэффициенты n -й степени и m -го порядка; P_{nm} — полностью нормированные присоединённые функции Лежандра; a — большая полуось общеземного эллипсоида.

Согласно выражению (1), одним из главных параметров, влияющих на величину второго градиента потенциала ГПЗ, является радиус-вектор до КА, который зависит от высоты полёта КА. Однако в силу несферичности Земли (без учёта подспутниковых аномалий) значение градиента также будет зависеть от угла наклона орбиты. Значения градиента в зависимости от угла наклона орбиты КА (1°, 45°, 90°) без изменения остальных параметров (высота орбиты — 400 км) представлены на рис. 2. Разная величина изменения градиента объясняется тем, что они содержат влияние разных гармоник в разложении потенциала силы тяжести. При движении спутника по орбите с углом наклона около 0° на градиентометр оказывают постоянное влияние приэкваториальные зональные гармоники, которые обладают большей амплитудой по сравнению с секториальными и тессеральными гармониками. При увеличении угла наклона орбиты на градиентометр оказывает влияние большее количество зональных гармоник. В итоге можно сделать вывод о том, что при прочих преимуществах (таких как сканирование всей площади Земли), выбор полярной орбиты обеспечит увеличение количества детектируемых гармоник ГПЗ.

Рассмотрим движение СМ на борту КА в поле действия силы тяжести. Для двух СМ, находящихся на борту КА на расстоянии l_0 друг относительно друга, можно составить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} r_1(t) = r_{01} + v_{01}t + \frac{g_{r1}t^2}{2} \\ r_2(t) = r_{02} + v_{02}t + \frac{g_{r2}t^2}{2} \end{cases}, \quad (2)$$

$$g_{ri}(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} + \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \times \\ \times \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\cos(\theta)),$$

где $r_1(t)$ и $r_2(t)$ — радиус-векторы первой и второй СМ на момент времени t , м; v_{01} , v_{02} — скорости первой и второй СМ, м/с²; t — время накопления эффекта, с; g_{1r} , g_{2r} — величины ускорения, вызванного ГПЗ, м/с².

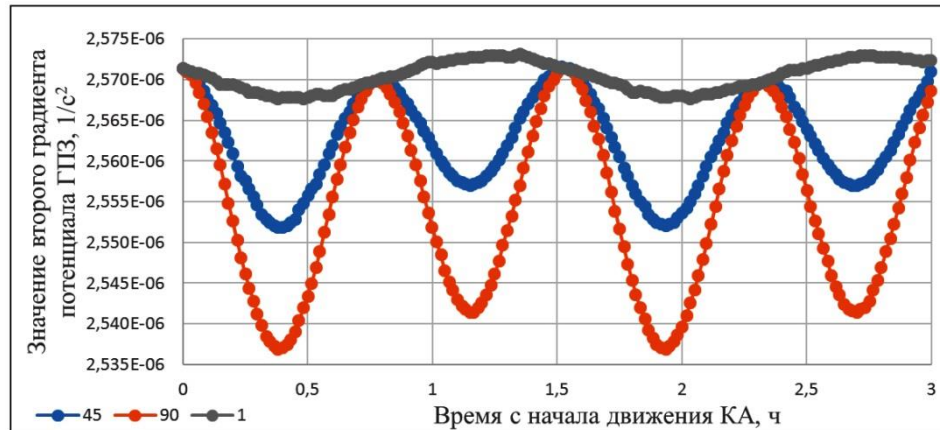


Рис. 2. Изменение значения градиента ГПЗ в зависимости от угла наклона орбиты

Текущее расстояние между двумя СМ будет определяться как

$$r_1(t) - r_2(t) = l(t) = L_0 + (v_{01} - v_{02})t + (g_{r1} - g_{r2}) \frac{t^2}{2}. \quad (3)$$

Детектируемое изменение расстояния между СМ:

$$\Delta l(t) = l(t) - L_0 = (v_{01} - v_{02})t + (g_{r1} - g_{r2}) \frac{t^2}{2}. \quad (4)$$

При условии равенства начальных скоростей двух СМ, величина изменения расстояния между СМ будет определяться как

$$\Delta l_g(t) = (g_{r1} - g_{r2}) \frac{t^2}{2}. \quad (5)$$

Таким образом, величина эффекта воздействия ГПЗ зависит от времени накопления данных, величины разности значения УСП в точках размещения СМ, которая зависит от высоты орбиты КА и расстояния между массами. Для определения величины влияния гармоник модели потенциала ГПЗ на величину изменения межспутникового расстояния было выполнено моделирование с использованием следующих входных параметров (расстояние между массами — 1 м):

- высота КА — 400 км, время накопления — 20 с;
- высота КА — 400 км, время накопления — 10 с;
- высота КА — 200 км, время накопления — 20 с;
- высота КА — 200 км, время накопления — 10 с.

Результаты моделирования сведены в один график, представленный на рис. 3, и в таблицу 1.

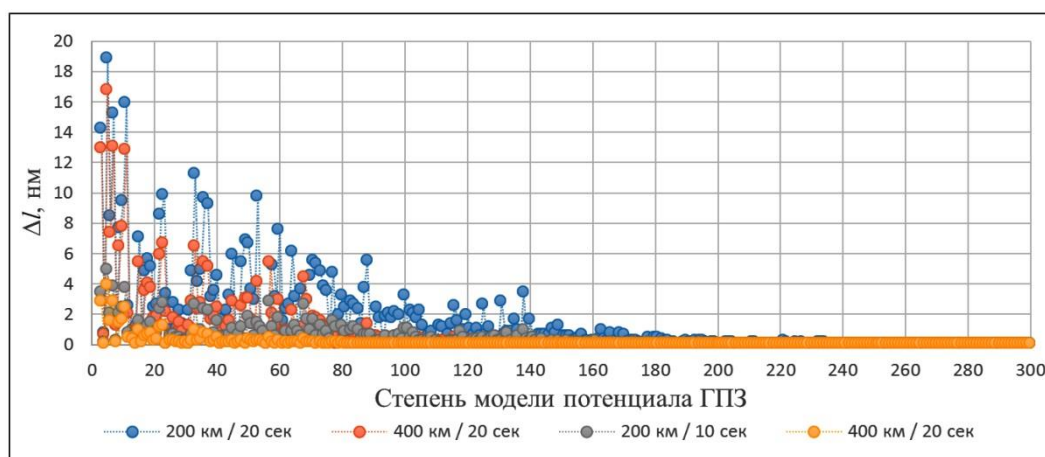


Рис. 3. Влияние гармоник модели потенциала ГПЗ на величину изменения расстояния между массами

Таблица 1

Величина влияния гармоник потенциала ГПЗ на изменение расстояния между массами

Степень гармоник модели	Высота орбиты / Время накопления сигнала			
	400 км / 20 с	400 км / 10 с	200 км / 20 с	200 км / 10 с
	Величина влияния гармоник потенциала ГПЗ, нм			
10	6,429	1,439	9,471	2,055
100	0,441	0,017	3,171	0,359
150	0,129	0,002	1,082	0,218
200	0,006	0,000	0,030	0,017
250	0,001	0,000	0,015	0,011
300	0,000	0,000	0,003	0,000

Из результатов моделирования следует, что, как и ожидалось, уменьшение высоты орбиты КА и увеличение времени накопления сигнала приводят к увеличению эффекта от влияния исследуемого градиента ГПЗ. Изменение этих параметров позволит снизить требования к бортовому измерителю межмассовых расстояний. Для оценки величины изменения расстояния

между СМ в зависимости от времени накопления сигнала было выполнено моделирование, результаты которого представлены на рис. 4. Расчёт выполнялся для КА на высоте 400 км.

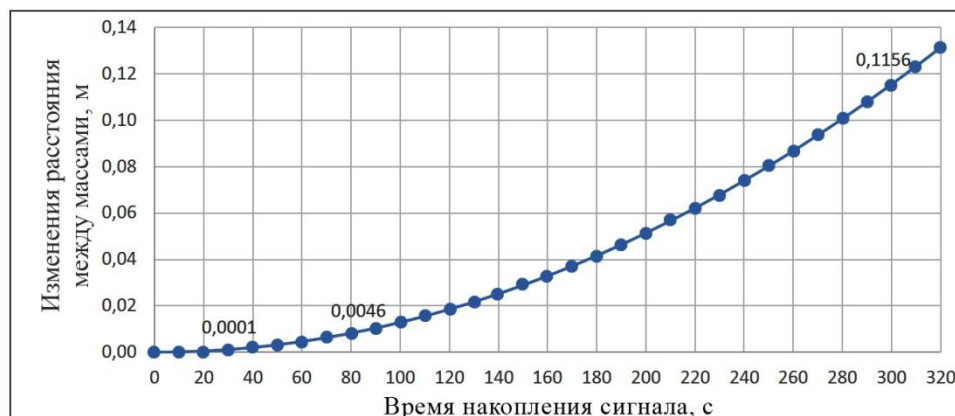


Рис. 4. Величина изменения расстояния в зависимости от времени накопления сигнала

За период в 10 с СМ разлетятся на расстояние, равное 0,1 мм, 60 с — 4,6 мм, 300 с — 115,6 мм. Однако следует учитывать, что за 1 с КА пролетает расстояние порядка 8 км. За время накопления сигнала в 10 с значение будет составлять около 80 км. Эта величина напрямую характеризует максимальную степень гармоник потенциала ГПЗ, на которую может отреагировать измерительная система. В целях оценки максимальной детектируемой степени гармоник был выполнен расчёт, результат которого представлен на рис. 5.

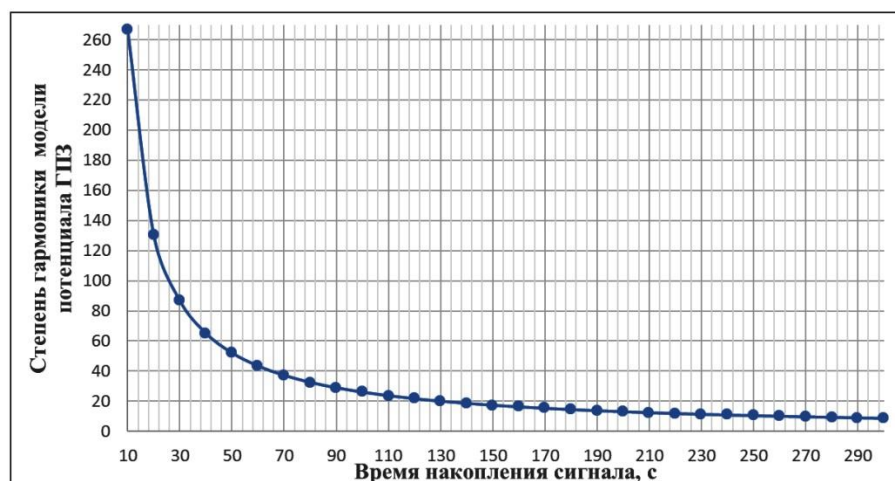


Рис. 5. Максимальное значение степени гармоник ГПЗ в зависимости от времени накопления сигнала

Таким образом, для того чтобы измеритель по своим возможностям не уступал известным зарубежным системам, необходимо установить время накопления сигнала не более 10 с. Кроме того, следует снизить высоту орбиты КА. Оптимальным вариантом высоты будут 250 км.

Разделим левую и правую части выражения (5) на текущее расстояние между СМ:

$$\frac{\Delta l_g(t)}{L_0} = \frac{(g_{1r} - g_{2r})}{L_0} \frac{t^2}{2}. \quad (6)$$

Так как $V_{rr} = \frac{(g_{1r} - g_{2r})}{L_0}$, то выражение для определения величины второго градиента потенциала ГПЗ по радиус-вектору будет следующим:

$$V_{rr} = \frac{2\Delta l_g(t)}{L_0 t^2}. \quad (7)$$

Приравняв правые части выражений (7) и (1), получим формулы связи гармоник потенциала ГПЗ и изменения расстояния между СМ:

$$\Delta l_g(t) = L_0 t^2 \times \left(\frac{GM}{r^3} + \frac{GM}{2a^3} \sum_{n=2}^N (n+1)(n+2) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+3} \times \right. \\ \left. \times \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm} \cos(\theta) \right). \quad (8)$$

В процессе работы бортового лазерного градиентометра для каждого результата измерений составляется уравнение вида (8). Если принять время накопления сигнала равным 10 с, то за сутки можно составить систему из не менее 8000 уравнений вида (8). Для уточнения модели потенциала ГПЗ до степени и порядка 300 необходимо найти поправки к 45 448 гармоникам. Таким образом, за месячный период наблюдений можно составить систему из 240 000 уравнений с 45 448 неизвестными. Решение получившейся системы уравнений позволит вычислить месячную модель потенциала ГПЗ.

Границы неисключённой систематической погрешности (НСП) характеризуют модельное множество возможных значений погрешностей и используются для нормирования допустимых значений погрешностей. Границы НСП вычисляются как

$$\Theta = \pm K \sqrt{\sum_{i=1}^N k_i^2 \Theta_i^2},$$

где K — коэффициент зависимости отдельных неисключённых систематических погрешностей от выбранной доверительной вероятности P при их равномерном распределении (при $P = 0,99$; $K = 1,4$); k — коэффициент влияния i -й НСП; Θ_i — граница i -й составляющей неисключённой систематической погрешности.

В результате для рассматриваемого бортового градиентометра границы НСП будут описываться следующей формулой:

$$\Theta_{Wrr} = \pm 1,4 \sqrt{\left(\frac{2}{L_0 t^2}\right)^2 \Theta_{\Delta l g}^2 + \left(\frac{2\Delta l}{L_0^2 t^2}\right)^2 \Theta_{L_0}^2 + \left(\frac{4\Delta l}{L_0 t^3}\right)^2 \Theta_t^2},$$

где L_0 — исходное расстояние между ПМ; Δl — величина изменения расстояния вследствие влияния ГПЗ; t — время накопления данных; $\Theta_{\Delta l g}$ — граница неисключённой систематической погрешности определения изменения расстояния между ПМ; Θ_{L_0} — граница неисключённой систематической погрешности выставления в начальное положение ПМ; Θ_t — граница неисключённой систематической погрешности определения времени накопления сигнала.

При анализе формулы видно, что основной составляющей неисключённой систематической погрешности определения градиента является погрешность определения изменения расстояния между ПМ. Погрешность определения величины градиента ГПЗ будет составлять 1 милиЭтвеш (мЕ) при следующей возможной конфигурации:

- время накопления сигнала — не менее 10 с;
- погрешность определения изменения расстояния между свободными массами — не хуже 10^{-11} м;
- начальное расстояние между СМ — не менее 1 метра.

Вывод

На основе проведённого анализа можно сформулировать следующие параметры космического градиентометра на свободных массах:

- высота полёта спутника — 250 км;
- дискретность отчётов — 10 с;
- погрешность бортового лазерного интерферометра — 0,01 нм;
- расстояние между свободными массами — 1 м.

Указанные характеристики позволяют достичь погрешность определения градиента на уровне 0,1 мЭтвеш (мЕ) и лучше.

Литература

1. Фатеев В.Ф. Космические измерители параметров гравитационного поля // Альманах современной метрологии. 2015. № 3. С. 32–62.