

УДК 531.1

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ФОРМЫ КПН-РЕЗОНАНСА
В МИНИАТЮРНЫХ АТОМНЫХ ЧАСАХ****А.И. Магунов, В.Г. Пальчиков, В.Н. Барышев**

ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.
palchikov@vniiftri.ru

Разработан теоретический метод, основанный на детальном аналитическом представлении атомных величин, определяющих форму резонансных линий, позволяющий выявить зависимость наблюдений спектров фотопоглощение от частотных, поляризационных и мощностных характеристик лазерных полей

A theoretical method based on a detailed analytical representation of the atomic quantities determining the shape of the resonance lines is developed, which makes it possible to determine the dependence of the observations of the photoabsorption spectra on the frequency, polarization, and power characteristics of laser fields

Ключевые слова: микроволновые атомные стандарты частоты, эффект КПН, миниатюрные атомные часы

Введение

В микроволновых атомных стандартах частоты атомный резонанс используется для хранения точного времени и частоты. Атомные резонансы более стабильны и менее чувствительны к внешним воздействиям (таким, как температура, давление, влажность, вибрации и ускорения), чем макроскопические осцилляторы, например, кварцевые кристаллы. Атомные переходы в парах щелочных металлов могут использоваться в качестве высокостабильных частотных реперов для частотной привязки кварцевых генераторов. В настоящее время для получения узких резонансов с шириной около сотни Гц широко используется эффект когерентного пленения населенностей (КПН) в ячейке с парами атомов цезия или рубидия и буферным газом. Для детектирования КПН-резонансов используется бихроматическое лазерное излучение, которое реализуется на практике посредством частотной модуляции тока инжекции полупроводниковых лазеров на частоте, равной половине от величины частотного расщепления основного состояния.

Появление на зарубежных рынках в последние годы миниатюрных лазерных диодов с единственной продольной и поперечной модой (VCSEL – лазер с вертикальным резонатором, излучающий с поверхности) и миниатюрных электромеханических систем (MEMS) пробудило новый интерес к созданию компактных (с объемом в несколько десятков см³) микроволновых стандартов частоты с целью применения в качестве частотных реперов для синхронизации спутниковых и наземных навигационных и телекоммуникационных сетей и приборов, долговременных генераторов и хранителей секундных импульсов.

Явление когерентного пленения населенности, возникающее при взаимодействии двух лазерных полей с атомом в так называемой Λ -схеме, дает альтернативу классической схеме атомного стандарта частоты на СВЧ-переходе между сверхтонкими подуровнями основного состояния атома. КПН позволяет в одном месте одновременно готовить и резонансно возбуждать атомный ансамбль. Для щелочных атомов со спином ядра I поля прикладываются к ансамблю атомов в резонансе с переходами между двумя сверхтонкими подуровнями с полным моментом $F_g=I-1/2$ и $F_f=I+1/2$ основного состояния $n^2S_{1/2}$ и одним из сверхтонких уровней возбужденного n^2P_j -состояния, образующих трехуровневую Λ -схему. Вследствие присущих физических квантовых свойств в процессе возбуждения одного и того же уровня атома в двух переходах возникает деструктивная квантовая интерференция, в результате атом помещается в когерентное непоглощающее основное состояние, называемое «темным» состоянием, схематически показанным на рис. 1. Это явление было впервые продемонстрировано в атоме натрия с использованием многомодового лазера на красителе [1]. Соответствующее явление наблюдалось при зеэмановских частотах в парах Cs и Rb, используя амплитудно-модулированную спектральную лампу [2].

Это явление можно наблюдать несколькими способами. Поскольку при КПН атомы не возбуждаются в Р-состояние в точном резонансе, в спектре излучения оптически накаченного ансамбля наблюдается узкая «черная» линия. Вместе с этим, так как атомная среда не поглощает лазерное излучение при резонансе, она становится прозрачной. Следовательно, явление КПН можно наблюдать либо при флюоресценции как черную линию (часто называемую темной линией), либо в прошедшем излучении как увеличение пропускания при резонансе (называемое яркой линией). С другой стороны, ансамбль атомов переводится в суперпозиционное состояние двух сверхтонких подуровней основного состояния щелочного атома и создается когерентность при сверхтонкой частоте. Эта когерентность, в свою очередь, создает осциллирующую намагниченность, которая может быть прямо зарегистрирована посредством стимулированного излучения в резонаторе. Ранее явление КПН предлагалось использовать в различных приложениях, таких как магнитометрия [3,4], индуцированная прозрачность [5-7], охлаждение атомов [8], прецизионная спектроскопия [9]. Оно детально изучалось для улучшения селективности при оптической накачке [10, 11].

С другой стороны, резонансное явление КПН отражает все свойства сверхтонкого резонанса в основном состоянии щелочных атомов и может быть использовано для реализации атомного стандарта частоты в классическом подходе, использующем двойной резонанс при СВЧ-оптической накачке [11]. В экспериментах [12] явление КПН впервые было использовано на натриевом пучке для создания разделенных областей взаи-

модействия типа Рэмси [13] полностью со световыми пучками без классического СВЧ-резонатора. В середине 90-х годов начались работы по применению КПН-эффекта с использованием запаянных ячеек для создания малогабаритных атомных стандартов частоты [14-16]. Последняя попытка [16] привела к промышленной реализации малого, полностью автономного, пассивного стандарта частоты на ^{87}Rb [17,18], а также лабораторного КПН-мазера [19-20]. Также изучается возможность создания атомных часов на КПН-эффекте, использующих лазерно-охлажденный атомный ансамбль [21]. Наконец, это явление также предложено для реализации лабораторного прототипа так называемого микромасштабного оптического комплекта [22-25].

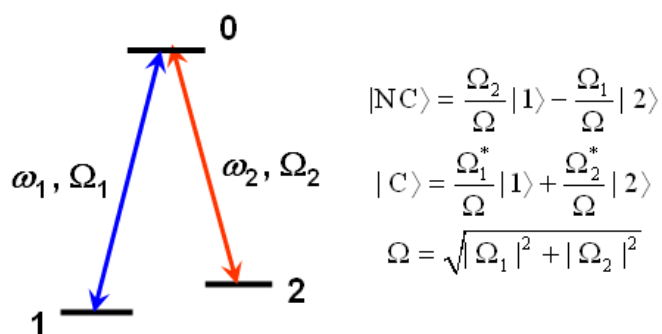


Рис. 1. Схема переходов, иллюстрирующая возникновение «темного» состояния $|NC\rangle$ при рамановском резонансе $\Delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{21} = 0$, не возбуждаемого в состояние $|0\rangle$ в двух синхронных переходах с рабиевскими частотами Ω_1 и Ω_2 . Другое когерентное состояние $|C\rangle$ возбуждается с рабиевской частотой Ω

Большинство наблюдений позволило КПН-эффект объяснить, используя простую трехуровневую модель (рис. 1). В случае атомных пучков проблема упрощается за счет свободной эволюции атомов в пучке и отсутствия релаксации. В случае ячейки, при наличии релаксации, скоростные уравнения для эволюции населенностей энергетических уровней и когерентности, создаваемой полями лазерного излучения, могут быть точно решены низкой плотностью щелочных атомов [26]. Результаты такого анализа, однако, довольно сложны и не прозрачны для простой интерпретации. Для более простой интерпретации экспериментальных данных в связи с приложениями для атомных стандартов частоты были развиты более простые методы анализа [14, 16]. В этих методах также использовалась трехуровневая модель, но скоростные уравнения решались приближенно, посредством учета оптических когерентностей в первом порядке. Выражения, полученные для формы линии сверхтонкого резонанса, ширины и амплитуды, достаточно просты для интерпретации результатов. Они могут объяснить большинство экспериментальных данных

в случае оптически тонкой поглощающей среды. Оптическая плотность управляется как давлением буферного газа, которое уширяет линию поглощения, так и плотностью щелочных атомов, которая влияет на оптическое поглощение. Кроме того, установлено, что при использовании относительно интенсивного излучения трехуровневая модель неадекватна [27]. Нижние мультиплеты щелочных атомов содержат много энергетических уровней и Λ система более не замкнута, как в трехуровневой модели [28]. Например, когда используется излучение с круговой поляризацией, как требуется для наблюдения так называемого независимого от поля 0-0 перехода из основного состояния, атомы оптически закачиваются на уровень, не вовлеченный в процесс КПН. Они переводятся на этот уровень и захватываются в нем, так что больше не дают вклада в явление КПН. Этот эффект сказывается на наблюдаемой амплитуде сигнала. Этот эффект также встречается в некоторых других экспериментальных исследованиях, относящихся к охлаждению атомов [29-32] и поглощению лазерного излучения [33].

Обзор физических основ КПН сделан в [34] и его использования в спектроскопии высокого разрешения в [9]. Применение КПН-эффекта для атомных стандартов частоты, как в активном, так и в пассивном режимах, в пучках и в закрытых ячейках, содержащих буферный газ, обсуждалось в обзоре [35]. В нем проведен анализ теоретических методов, разработанных для интерпретации результатов экспериментов.

В данной статье представлены результаты теоретических исследований и расчетов формы КПН-резонансов с учетом магнитных подуровней сверхтонких состояний атома с целью практической реализации в КПН-часах. Схема переходов соответствует системе уровней атома ^{87}Rb .

Выбор схемы переходов для анализа КПН-резонансов

Использование КПН-эффекта для оптических стандартов частоты на основе ячеек с парами щелочных атомов предъявляет определенные требования к сверхтонкой структуре их уровней. В частности, величины сверхтонкого расщепления, как основного, так и возбужденного состояний, должны быть достаточно большими, чтобы тепловой доплеровский сдвиг не приводил к необходимости включения в рассмотрение дополнительных подуровней. На рис. 2 приведена схема сверхтонкой структуры основного и возбужденных уровней атома ^{87}Rb (спин ядра $I=3/2$). В табл. 1 сопоставляются характеристики сверхтонкой структуры основного состояния для двух изотопов.

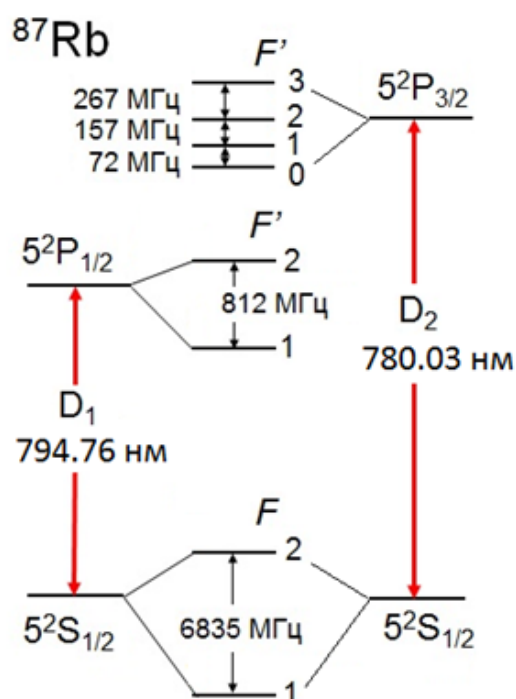


Рис. 2. Сверхтонкая структура уровней атома ^{87}Rb

Таблица 1
Характеристики сверхтонкой структура основного состояния изотопов ^{85}Rb и ^{87}Rb

Изо- топ	Распро- странен- ность, %	Спин ядра	Магнит- ный мо- мент яд- ра, μN	Сверх- тонкое расщеп- ление, МГц	Константы расщепле- ния возбужденных состояний		
					AJ		B3/2
					J=1/2	J=3/2	
^{85}Rb	72.2	5/2	1.35	3035.732	121	25.0	26.0
^{87}Rb	27.8	3/2	2.75	6834.683	406	84.9	12.6

Использование изотопа ^{87}Rb представляется предпочтительней, что обусловлено большим сверхтонким расщеплением по сравнению с изотопом ^{85}Rb . Спектроскопические характеристики переходов в атоме ^{87}Rb приведены в табл. 2, где также указаны доплеровские ширины линий при комнатной температуре для длин волн переходов, показанных на рис. 2.

Для формирования КРН-резонансов можно использовать два независимых источника лазерного излучения, настраиваемых в резонанс на соответствующих переходах. Другой возможностью является СВЧ-модуляция излучения диодного лазера, как показано на схеме рис. 3.

Резонансное излучение на двух переходах $F_g \leftrightarrow F_e$ и $F_f \leftrightarrow F_e$ формируется модуляцией тока инжекции диодного лазера, генерирующего на частоте $\omega_0 = 0.5(\omega_{eg} + \omega_{ef})$ СВЧ сигналом $i_{rf} \sim \sin(\omega_{rf}t)$, где $\omega_{rf} \approx 0.5\omega_{fg}$. Результирующая напряженность электрического поля трех гармоник имеет вид

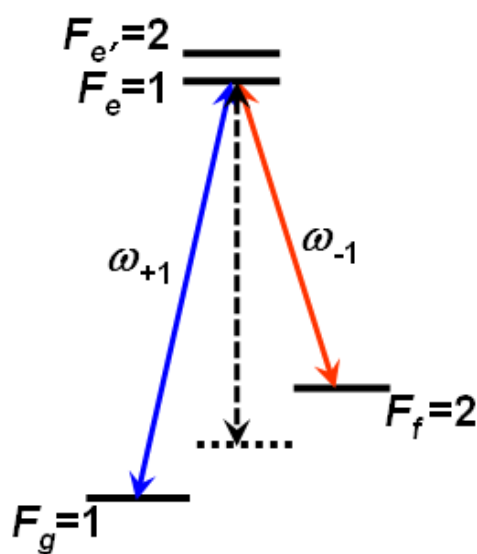
$$E(t) = E_0 \operatorname{Re}[e_0 \exp(-i\omega_0 t - i\varphi_0)] + \sum_{m=\pm} E_m \operatorname{Re}[e_m \exp(-i\omega_m t - i\varphi_m)], \quad (1)$$

где φ_m – фазы боковых частот $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \omega_{rf}$. Отношение амплитуд боковых частот $E_{\pm}$ и основной частоты E_0 определяется коэффициентом модуляции.

Таблица 2

Спектроскопические характеристики переходов в атоме ^{87}Rb

Переход	Радиационная вероятность		Сила осцилляторов	Время жизни, нс	Допле- ровская ширина, МГц
	10^{-8} с^{-1}	МГц			
52S1/2–52P1/2 (D1)	0.34	5.41	0.32	28.5	310
52S1/2–52P3/2 (D1)	0.37	5.89	0.67	26.5	320

Рис. 3. Схема Л-переходов в линии D₁ атома ^{87}Rb

Метод анализа КПН-резонансов

Взаимодействие атома, находящегося в чистом начальном состоянии, с внешним классическим полем (1) и квантованным полем, учитывающим спонтанное излучение в возбужденном состоянии, описывается нестационар-

нарным уравнением Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[H_0 - \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}(t) + \frac{e}{mc} \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \right] \Psi, \quad (2)$$

где $H_0 = H_a + H_{\text{rad}}$ – гамильтониан свободного атома Na и квантованного поля излучения $H_{\text{rad}} = \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} a_{\mathbf{k}\lambda}^+ a_{\mathbf{k}\lambda}$, $\mathbf{k}$ – волновой вектор фотона, λ – его спиральность, $a_{\mathbf{k}\lambda}^+$ ($a_{\mathbf{k}\lambda}$) – оператор рождения (уничтожения) фотона в моде $\mathbf{k}\lambda$, $\mathbf{D}$ – оператор дипольного момента атома, $\mathbf{P}$ – оператор полного импульса электронов, $\mathbf{A}$ – оператор векторного потенциала квантованного поля в длинноволновом приближении (при $t=0$):

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{\hbar c}}{2\pi} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{\sqrt{k}} \left(\mathbf{e}_{\lambda\mathbf{k}} a_{\lambda\mathbf{k}} + \mathbf{e}_{\lambda\mathbf{k}}^* a_{\lambda\mathbf{k}}^+ \right). \quad (3)$$

В уравнении (2) удобно перейти к представлению взаимодействия $\Psi = \exp(-H_0 t) \Psi'$:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi'}{\partial t} = \left[-\mathbf{D}'(t) \cdot \mathbf{E}(t) + \frac{e}{mc} \mathbf{P}'(t) \cdot \mathbf{A}'(t) \right] \Psi', \quad (4)$$

где соответствующие операторы в представлении взаимодействия имеют вид:

$$\mathbf{D}'(t) = \exp(iH_a t / \hbar) \mathbf{D} \exp(-iH_a t / \hbar), \quad (5)$$

$$\mathbf{P}'(t) = \exp(iH_a t / \hbar) \mathbf{P} \exp(-iH_a t / \hbar),$$

$$\mathbf{A}'(t) = \frac{\sqrt{\hbar c}}{2\pi} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{\sqrt{k}} \left(\mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{k}\lambda} \exp(-i\omega t) + \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}^* a_{\mathbf{k}\lambda}^+ \exp(i\omega t) \right). \quad (6)$$

Приближенное решение уравнения (4) можно искать в виде разложения по произведениям собственных функций атома Φ_n и квантованного поля

$$\Psi'(t) = \sum_n c_{n,0}(t) \Phi_n |0\rangle + \sum_n \sum_{\lambda} \int c_{n,\mathbf{k}\lambda}(t) \Phi_n |\mathbf{k}\lambda\rangle d\mathbf{k}, \quad (7)$$

где $|0\rangle$ – вакуумное состояние поля, $|\mathbf{k}\lambda\rangle = a_{\mathbf{k}\lambda}^+ |0\rangle$ – состояние фотона в моде $\mathbf{k}\lambda$.

Однофотонное разложение (7) соответствует учету только спонтанных радиационных переходов в атоме под действием квантованного поля. Можно показать, что в приближении вращающейся волны (ПВВ) из уравнения (7) для Λ -схемы, приведенной на рис. 1, из (4) следует конечная система уравнений

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c'_{g,0} \\ c'_{f,0} \\ c'_{e,0} \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} c'_{g,0} \\ c'_{f,0} \\ c'_{e,0} \end{pmatrix} \quad (8)$$

для коэффициентов разложения, получаемых следующим унитарным преобразованием:

$$\begin{aligned}
c'_{g,0}(t) &= \exp(-i\delta_+ t - i\varphi_+) c_{g,0}(t), \\
c'_{f,0}(t) &= \exp(-i\delta_- t - i\varphi_-) c_{f,0}(t), \\
c'_{e,0}(t) &= c_{e,0}(t),
\end{aligned} \tag{9}$$

где $\delta_+ = \omega_+ - \omega_{eg}$ и $\delta_- = \omega_- - \omega_{ef}$ - расстройки частот однофотонных переходов.

В случае доминирования боковых частот ($E_0 \ll E_{\pm}$) матрица эффективно-го неэрмитового гамильтониана в уравнении (8) (для вырожденных магнитных подуровней):

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_{gg'} & H_{gf'} & H_{ge'} \\ H_{fg'} & H_{ff'} & H_{fe'} \\ H_{eg'} & H_{ef'} & H_{ee'} \end{pmatrix} \tag{10}$$

имеет вид

$$\begin{aligned}
H_{gg'} &= \delta_+ \delta_{gg'} - \frac{\sum_{e'} \Omega_{ge'}^* \Omega_{e'g'}}{4\omega_{e'e}}, \quad H_{gf'} = -\frac{\sum_{e'} \Omega_{ge'}^* \Omega_{e'f'}}{4\omega_{e'e}}, \quad H_{ge'} = -\frac{1}{2} \Omega_{ge'}^* \\
H_{fg'} &= -\frac{\sum_{e'} \Omega_{fe'}^* \Omega_{e'g'}}{4\omega_{e'e}}, \quad H_{ff'} = \delta_- \delta_{ff'} - \frac{\sum_{e'} \Omega_{fe'}^* \Omega_{e'f'}}{4\omega_{e'e}}, \quad H_{fe'} = -\frac{1}{2} \Omega_{fe'}^* \\
H_{eg'} &= -\frac{1}{2} \Omega_{eg'}^*, \quad H_{ef'} = -\frac{1}{2} \Omega_{ef'}^*, \quad H_{ee'} = -\frac{1}{2} i A_e \delta_{ee'} + \frac{\sum_g \Omega_{eg} \Omega_{ge'}^*}{4\omega_{fg}} - \frac{\sum_f \Omega_{ef} \Omega_{fe'}^*}{4\omega_{fg}},
\end{aligned}$$

где суммирование производится по магнитным подуровням, $\delta_{nn'}$ – символ Кронекера, $\omega_{e'e}$ – частота перехода между соседними сверхтонкими подуровнями возбужденного состояния атома ($F_e=1$ и $F_e=2$), $\Omega_{eg} = \langle e | \mathbf{D} \cdot \mathbf{e}^* | g \rangle E_+ / \hbar$, $\Omega_{fe} = \langle f | \mathbf{D} \cdot \mathbf{e} | e \rangle E_- / \hbar$ - рабиевские частоты для переходов между магнитными подуровнями, A_e – скорость распада возбужденного состояния. Энергия уровней в данном случае отсчитывается от возбужденного состояния. Вклад спонтанных переходов учитывается ширинами возбужденных подуровней в диагональных элементах.

Далее будем рассматривать такие интенсивности лазерных полей, при которых рабиевские частоты ($\Omega \sim 0.1 \sqrt{I / (\mu\text{W cm}^{-2})}$ МГц) достаточно велики, тогда как динамические поляризационные сдвиги подуровней ($\Omega^2 / \nu_{e'e} \sim 0.1 I / (\mu\text{W cm}^{-2})$ кГц) много меньше ширины возбужденного уровня A_e . Матрицу (10) при этом можно считать диагональной по магнитным подуровням каждого состояния.

Выберем систему координат (циклическую) так, чтобы ось квантования проекции углового момента атома совпадала с волновыми векторами лазерных полей, т.е. $\mathbf{k}_{\pm} = \omega_{\pm} / c \mathbf{n}_0$ (единичный вектор $\mathbf{n}_0 = \mathbf{n}_z$), тогда вектор напряженности поля

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= E_+ \operatorname{Re}[\mathbf{e}_+ \exp(-i\omega_+ t - i\varphi_+)] + E_- \operatorname{Re}[\mathbf{e}_- \exp(-i\omega_- t - i\varphi_-)] \\ \mathbf{e}_\pm &= \alpha_\pm \mathbf{n}_{+1} + \beta_\pm \mathbf{n}_{-1}, \\ \mathbf{n}_\pm &= \mp 2^{-1/2}(\mathbf{n}_x \pm i\mathbf{n}_y), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\mathbf{n}_\pm = \mp 2^{-1/2}(\mathbf{n}_x \pm i\mathbf{n}_y)$, единичные векторы поляризации $\mathbf{e}_\pm$ содержат правые и левые компоненты круговой поляризации ($\alpha_\pm, \beta_\pm$ - вещественные и $\alpha_\pm^2 + \beta_\pm^2 = 1$).

Разрешенные переходы для правой ($\Delta M = +1$) и левой ($\Delta M = -1$) круговых компонент поля в Λ -системе $F_g=1 \leftrightarrow F_e=1 \leftrightarrow F_f=2$ показаны на рис. 4.

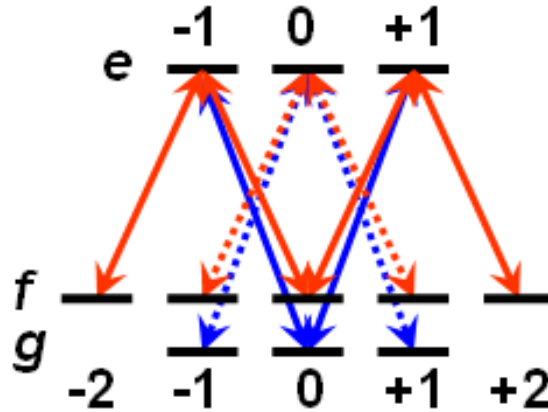


Рис 4. Схема переходов между магнитными подуровнями сверхтонких уровней в атоме ^{87}Rb в эллиптически поляризованном бихроматическом поле

За счет правил отбора для переходов под действием лазерных полей магнитные подуровни разбиваются две независимые подсистемы, представленные на рис. 5. Матрица эффективный гамильтониана в этом случае имеет блочный вид

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^+ & \mathbf{H}_1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для первой замкнутой подсистемы, включающей подуровни $F_g=1M=\pm 1$, $F_f=2M=\pm 1$ и $F_e=1M=0$ (см. рис. 5а), матрица эффективного гамильтониана имеет вид

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{g-1,e0}^* \\ 0 & \delta_+ & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{g+1,e0}^* \\ 0 & 0 & \delta_- & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{f-1,e0}^* \\ 0 & 0 & 0 & \delta_- & -\frac{1}{2}\Omega_{f+1,e0}^* \\ -\frac{1}{2}\Omega_{e0,g-1} & -\frac{1}{2}\Omega_{e0,g+1} & -\frac{1}{2}\Omega_{e0,f-1} & -\frac{1}{2}\Omega_{e0,f+1} & -\frac{1}{2}iA_e \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где рабиевские частоты переходов определяются компонентами вектора поляризации лазерных полей

$$\Omega_{e0,g\mp1} = \Omega_{+} \begin{pmatrix} -\alpha_{+} \\ \beta_{+} \end{pmatrix}, \quad \Omega_{e0,f\mp1} = \Omega_{-} \begin{pmatrix} \alpha_{-} \\ \beta_{-} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

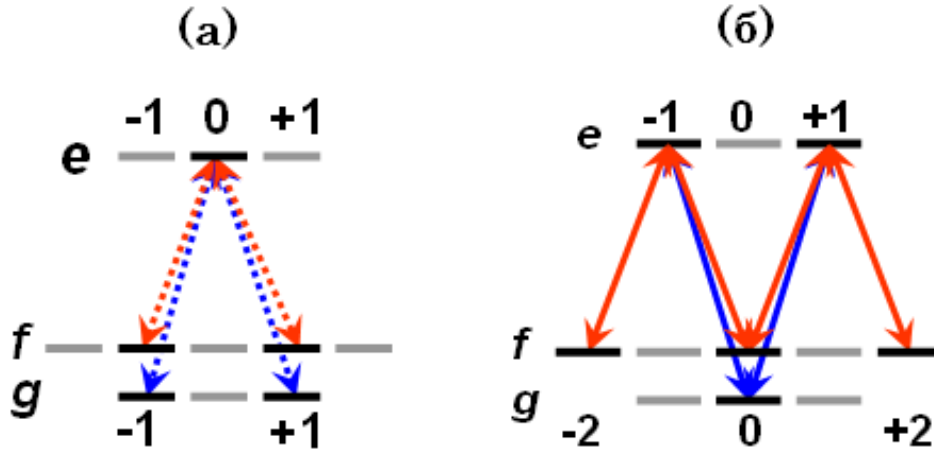


Рис. 5. Независимые подсистемы подуровней атома ^{87}Rb , взаимодействующего с двумя резонансными эллиптически поляризованными полями («красным» и «синим»)

Для второй подсистемы $F_g=1M=0$, $F_f=2M=0, \pm 2$, $F_e=1M=\pm 1$ (см. рис. 5б) матрица эффективного гамильтониана имеет вид

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} \delta_{+} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{g0,e-1} & -\frac{1}{2}\Omega_{g0,e+1} \\ 0 & \delta_{-} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{f-2,e-1} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{-} & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{f0,e-1} & -\frac{1}{2}\Omega_{f0,e+1} \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{-} & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{f+2,e+1} \\ -\frac{1}{2}\Omega_{e-1,g0} & -\frac{1}{2}\Omega_{e-1,f-2} & -\frac{1}{2}\Omega_{e-1,f0} & 0 & -\frac{1}{2}iA_e & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega_{e+1,g0} & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_{e+1,f0} & -\frac{1}{2}\Omega_{e+1,f+2} & 0 & -\frac{1}{2}iA_e \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\Omega_{e\mp1,g0} = \Omega_{+} \begin{pmatrix} \beta_{+} \\ -\alpha_{+} \end{pmatrix}, \quad \Omega_{e\mp1,f0} = \Omega_{-} \begin{pmatrix} \beta_{-} \\ \alpha_{-} \end{pmatrix}, \quad \Omega_{e\mp1,f\mp2} = 2^{1/2}\Omega_{-} \begin{pmatrix} \alpha_{-} \\ \beta_{-} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Наконец, в фигурирующие в (14) и (16) рабиевские частоты определяются следующим образом:

$$\Omega_{+} = 6^{-1/2} \langle e \| D \| g \rangle E_{+} / \hbar, \quad \Omega_{-} = 10^{-1/2} \langle e \| D \| f \rangle E_{-} / \hbar,$$

где $\langle e \| D \| g \rangle$ - приведенный матричный элемент.

Процедуру решения системы уравнений (8) можно существенно упростить, преобразуя матрицу так, чтобы уменьшить число связанных уравнений. Для подсистемы $\mathbf{H}_0$ такое преобразование имеет простой вид:

$$U_0 = \begin{pmatrix} \beta_+ & \alpha_+ & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_+ & \beta_+ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_- & -\alpha_- & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_- & \beta_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

В результате преобразования $H'_0 = U_0 H_0 U_0^+$ эффективный гамильтониан подсистемы в новом базисе имеет вид:

$$H'_0 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_+ & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_+ \\ 0 & 0 & \delta_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_- & -\frac{1}{2}\Omega_- \\ 0 & -\frac{1}{2}\Omega_+ & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_- & -i\frac{1}{2}A_e \end{pmatrix} \quad (18)$$

и содержит невзаимодействующие с полем базисные состояния (выделенные шрифтом строки и столбцы), которые не связаны с возбужденным состоянием. Эти «темные» состояния являются суперпозициями подуровней $M=\pm 1$, которые определяются соответствующими компонентами вектора поляризации полей и не зависят от их интенсивностей - поляризационно-одетые состояния [36]. Дальнейшее упрощение этой подсистемы можно получить унитарным преобразованием $H''_0 = U'_0 H'_0 U'^+_{0'}$, где

$$U'_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Это преобразование не затрагивает «темные» поляризационно-одетые состояния, в результате получим:

$$H''_0 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_+ - b^2\Delta_R & 0 & -ab\Delta_R & 0 \\ 0 & 0 & \delta_- & 0 & 0 \\ 0 & -ab\Delta_R & 0 & \delta_- + b^2\Delta_R & -\frac{1}{2}\Omega_0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_0 & -i\frac{1}{2}A_e \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где $a = \Omega_- / \Omega_0$, $b = -\Omega_+ / \Omega_0$, $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_+^2 + \Omega_-^2}$, $\Delta_R = \delta_+ - \delta_-$ — расстройка резонанса для двухфотонного рамановского перехода.

Из соотношения (20) следует, что при $\Delta_R=0$ появляется еще одно «темное» состояние в подсистеме. В отличие от поляризационно-одетых состояний,

оно является суперпозицией подуровней g и f с коэффициентами a и b , зависящими от интенсивностей полей (рабиевских частот переходов). Очевидно, что по форме она совпадает с несвязывающейся суперпозицией $|NC\rangle$, обсуждавшейся во Введении (см. рис. 1).

Теперь перейдем к рассмотрению матрицы $\mathbf{H}_1$ в (15) для второй подсистемы. В этом случае матрица унитарного преобразования базисных состояний $F_f=1$ $M=0, \pm 2$ и $F_e=1$ $M=\pm 1$ имеет вид [37]:

$$\mathbf{U}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{6}\alpha_- A C}{\sqrt{N_2}} & \frac{\beta_- A(C + \alpha_-^2)}{\sqrt{N_2}} & \frac{2\sqrt{6}\alpha_- \beta_-^2 A}{\sqrt{N_2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_-^2 \beta_- A(C + 10\beta_-^2 + 2)}{B\sqrt{N_2}} & \frac{\sqrt{6}\alpha_- A(C\alpha_-^2 - 2\beta_-^4)}{B\sqrt{N_2}} & \frac{\beta_- A(A^2 C + 2\alpha_-^2 \beta_-^2)}{B\sqrt{N_2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_-^2}{B} & \frac{\sqrt{6}\alpha_- \beta_-}{B} & \frac{\alpha_-^2}{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C}{\sqrt{N_1}} & \frac{2\alpha_- \beta_-}{\sqrt{N_1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2\alpha_- \beta_-}{\sqrt{N_1}} & \frac{C}{\sqrt{N_1}} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где

$$A = \sqrt{1 + 5\alpha_-^2}, \quad B = \sqrt{1 + 4\alpha_-^2 \beta_-^2}, \quad C = 5(\beta_-^2 - \alpha_-^2) + \sqrt{25 - 96\alpha_-^2 \beta_-^2} \\ N_1 = C^2 + 4\alpha_-^2 \beta_-^2, \quad N_2 = (A^2 C + 2\alpha_-^2 \beta_-^2)^2 + 24\alpha_-^2 \beta_-^2. \quad (22)$$

В результате преобразования $\mathbf{H}'_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{U}_1^\dagger$ получим

$$\mathbf{H}'_1 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & 0 & \mathbf{0} & -\frac{1}{2}\Omega'_1 & -\frac{1}{2}\Omega'_2 \\ 0 & \delta_- & 0 & \mathbf{0} & -\frac{1}{2}\Omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_- & \mathbf{0} & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \delta_- & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\frac{1}{2}\Omega'_1 & -\frac{1}{2}\Omega_1 & 0 & \mathbf{0} & -\frac{1}{2}iA_e & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_2 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_2 & \mathbf{0} & 0 & -\frac{1}{2}iA_e \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где возникает «темное» поляризационно-одетое состояние - суперпозиция $F_f=1$ $M=0, \pm 2$ (выделено жирным шрифтом). Рабиевские частоты в (23) даются соотношениями

$$\Omega'_1 = \frac{\beta_+ C + 2\alpha_+ \alpha_- \beta_-}{\sqrt{N_1}} \Omega_+, \quad \Omega'_2 = \frac{\alpha_+ C - 2\beta_+ \alpha_- \beta_-}{\sqrt{N_1}} \Omega_+ \\ \Omega_1 = A^{-1} \sqrt{\frac{N_2}{3N_1}} \Omega_-, \quad \Omega_2 = AB \sqrt{\frac{2N_1}{N_2}} \Omega_- \quad (24)$$

которые определяют их зависимость от поляризационных характеристик поля E_- .

Дальнейшее решение задачи заключается в определении собственных значений матриц эффективного гамильтониана подсистем (18) и (23) и построении решения (8) из соответствующих собственных векторов. Однако в ряде случаев решение можно получить более простым способом. Для этого потребуются проведение дополнительных преобразований матриц (18) и (23).

КПН-резонансы в спектрах поглощения пробного поля

В случае $E_+ \ll E_-$ (или $\Omega_+ \ll \Omega_-$) матрицу эффективного гамильтониана подсистемы $\mathbf{H}_0$ можно представить в сокращенном виде, убирая строки и столбцы соответствующие «темных» состояний

$$\tilde{\mathbf{H}}'_0 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_+ \\ 0 & \delta_- & -\frac{1}{2}\Omega_- \\ -\frac{1}{2}\Omega_+ & -\frac{1}{2}\Omega_- & -\frac{1}{2}iA_e \end{pmatrix}. \quad (25)$$

В случае малости Ω_+ эту матрицу можно преобразовать без учета первой строки и столбца. Это соответствует применению теории возмущения для переходов из соответствующего состояния под действием слабого поля. В результате преобразования подобия $\tilde{\mathbf{H}}''_0 = \tilde{\mathbf{U}}'_0 \tilde{\mathbf{H}}'_0 \tilde{\mathbf{U}}'^{-1}_0$, где

$$\tilde{\mathbf{U}}'_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & b_0 \\ 0 & -b_0 & a_0 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

получим

$$\tilde{\mathbf{Z}}''_0 = \begin{pmatrix} \delta_+ & -\frac{1}{2}\Omega_+ b_0 & -\frac{1}{2}\Omega_+ a_0 \\ -\frac{1}{2}\Omega_+ b_0 & \varepsilon_- & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega_+ a_0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_- &= \frac{1}{4} A_e \left[2\delta_- / A_e - i + \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_-^2 / A_e^2} \right] \\ \varepsilon_e &= \frac{1}{4} A_e \left[2\delta_- / A_e - i - \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_-^2 / A_e^2} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

- собственные значения для двух базисных подуровней F_f и F_e , связанных полем E_- ,

$$a_0 = \left[1 + \frac{4\Omega_-^2 / A_e^2}{[2\delta_- / A_e + i + \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_-^2 / A_e^2}]^2} \right]^{-1/2}, \quad b_0 = \sqrt{1 - a_0^2} \quad (30)$$

- элементы матрицы преобразования или коэффициенты смешивания подуровней. Здесь использовано условие нормировки $a_0^2 + b_0^2 = 1$ для комплексных, вообще говоря, коэффициентов, что является следствием неэрмитовости матрицы (28) и приводит к биортогональности ее собствен-

ных векторов.

Комплексные собственные значения (29) определяют положения (вещественные части) и ширины (мнимые части) резонансов, наблюдаемых в спектрах поглощения пробного поля.

Резонансные сечения фотопоглощения

Собственное значение для базисного состояния δ_+ , возбуждаемого пробным полем $\mathbf{E}_+$, следует из (28)

$$\varepsilon_0^+ = \delta_+ + \frac{1}{4}\Omega_+^2 \left(\frac{b_0^2}{\delta_+ - \varepsilon^-} + \frac{a_0^2}{\delta_+ - \varepsilon^e} \right) \quad (31)$$

Поскольку величины $\bar{\varepsilon}$, ε^e , a_0 и b_0 комплексны, собственное значение (31) также является комплексной величиной. Ее мнимая часть определяет стационарную скорость переходов (возбуждение) из базисного состояния под действием пробного поля. Соответствующее сечение процесса поглощения пробного излучения определяется отношением этой скорости к его интенсивности $I_+ = cE_+^2/(8\pi)$:

$$\sigma_{abs}(\delta_+) = -\frac{2\hbar\omega_+}{I_+} \text{Im} \varepsilon^+ \quad (32)$$

Вводя в (31) обозначения $\varepsilon^- = E_0^- - i\Gamma_0^-/2$ и $\varepsilon^e = E_0^e - i\Gamma_0^e/2$, из (32) получим

$$\sigma'_{abs}(\delta_+, E_-) = \frac{\lambda_{eg}^2}{4} \frac{g_e \gamma_{eg}}{\pi} \left[\frac{A_e}{\Gamma_0^e} \frac{\text{Re}(a_0^2) - \text{Im}(a_0^2)X_0}{X_0^2 + 1} + \frac{A_e}{\Gamma_0^-} \frac{\text{Re}(b_0^2) - \text{Im}(b_0^2)x_0}{x_0^2 + 1} \right], \quad (33)$$

где λ_{eg} – длина волны перехода, g_e – статвес возбужденного уровня F_e , γ_{eg} – коэффициент ветвления перехода

$\text{Fe} \rightarrow \text{Fg}$, $x_0 = 2(\delta_+ - E_0^-)/\Gamma_0^-$, $X_0 = 2(\delta_+ - E_0^e)/\Gamma_0^e$ – расстройки резонансов в единицах соответствующих полуширин.

Таким образом, сечение перехода (33) содержит два резонансных вклада, являющихся результатом смешивания соответствующих подуровней F_e и F_f под действием поля $\mathbf{E}_-$. Каждый из резонансов в общем случае содержит симметричную и антисимметричную по форме компоненты. Как следует из (29) и (30), их соотношение, а также положения и ширины резонансов определяются степенью смешивания подуровней F_e и F_f (рабиевской частотой Ω_- и расстройкой δ_-). Из условия нормировки коэффициентов a_0 и b_0 следует связь между симметричными компонентами резонансов ($\text{Re} b_0^2 = 1 - \text{Re} a_0^2$) и антисимметричными ($\text{Im} b_0^2 = -\text{Im} a_0^2$).

В частности, при условии точного резонанса на переходе $F_f \leftrightarrow F_e$ ($\delta_- = 0$) из (29) следует

$$\varepsilon^- = -\frac{1}{4}iA_e \left(1 - \sqrt{1 - 4\Omega_-^2 / A_e^2} \right), \quad \varepsilon^e = -\frac{1}{4}iA_e \left(1 + \sqrt{1 - 4\Omega_-^2 / A_e^2} \right) \quad (34)$$

при $2\Omega_-/A_e \leq 1$, и

$$\varepsilon^- = \frac{1}{4} A_e \left(\sqrt{4\Omega_-^2 / A_e^2 - 1} - i \right), \quad \varepsilon^e = \frac{1}{4} A_e \left(-\sqrt{4\Omega_-^2 / A_e^2 - 1} - i \right) \quad (35)$$

при $2\Omega_-/A_e > 1$.

На рис. 6 показаны зависимости положений и ширин резонансов от интенсивности смешивающего поля при точном резонансе. При интенсивности поля меньшей критической, соответствующей $\Omega_- = A_e/2$, положения резонансов совпадают (нижние кривые). При этом происходит сближение ширин резонансов с ростом интенсивности (верхние кривые). Изначально широкий резонанс соответствует возбужденному состоянию F_e , смешивающемуся с состоянием F_f . Узкий резонанс соответствует примеси возбужденного состояния к состоянию F_f . В критической точке оба состояния смешиваются в равных долях. При дальнейшем увеличении интенсивности ширины резонансов не меняются, а положения резонансов симметрично расходятся.

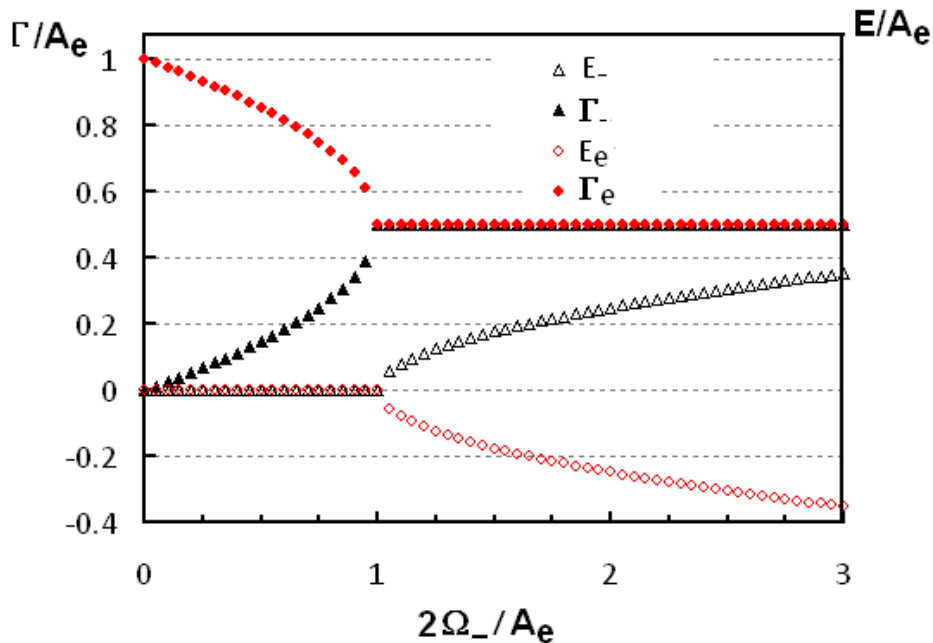


Рис. 6. Поведение положений и ширин резонансов (35) и (36) от интенсивности смешивающего поля $I_- \sim \Omega_-^2/A_e^2$

Изменение формы резонансов определяется поведением величин a_0 и b_0 из (30). При $\delta_- = 0$ получим

$$a_0 = \frac{\cos(\frac{1}{2}\varphi)}{\sqrt{\cos(\varphi)}}, \quad b_0 = i \frac{\sin(\frac{1}{2}\varphi)}{\sqrt{\cos(\varphi)}} \quad (36)$$

$$\cos(\varphi) = \sqrt{1 - 4\Omega_-^2 / A_e^2}$$

при $2\Omega_- / A_e < 1$, и

$$a_0 = \frac{\exp(\frac{1}{2}i\phi)}{\sqrt{2\cos(\phi)}}, \quad b_0 = \frac{\exp(-\frac{1}{2}i\phi)}{\sqrt{2\cos(\phi)}} \quad (37)$$

$$\text{ctg}(\phi) = \sqrt{4\Omega_-^2 / A_e^2 - 1}$$

при $2\Omega_- / A_e > 1$.

Поскольку в (33) $\text{Im } a_0 = \text{Re } b_0 = 0$, из (36) следует, что при $2\Omega_- / A_e < 1$ совпадающие по положению узкий и широкий резонансы имеют симметричную форму и обратные знаки вкладов в полное сечение, причем узкий резонанс имеет форму окна прозрачности:

$$\sigma'_{abs}(\delta_+, E_-) = \frac{\lambda_{eg}^2}{4} \frac{g_e \gamma_{eg}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - 4\Omega_-^2 / A_e^2}} \left(\frac{1}{X_0^2 + 1} - \frac{1}{x_0^2 + 1} \right). \quad (38)$$

Этот результат проиллюстрирован на рис. 7 для некоторых значений интенсивности поля I_- . С ростом интенсивности узкий резонанс расширяется, оставляя в центре окно прозрачности.

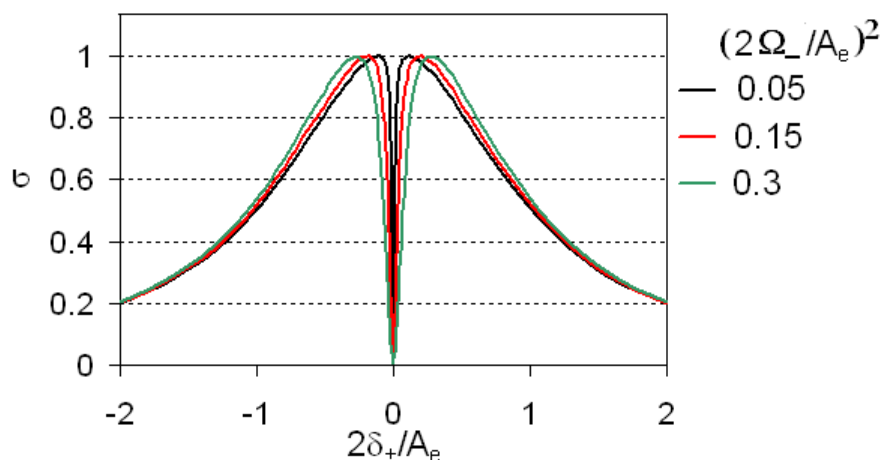


Рис. 7. Дисперсионные кривые сечения поглощения пробного поля для различных значений интенсивности связывающего поля $I_- \sim \Omega_-^2 / A_e^2$

При $2\Omega_- / A_e > 1$ из (33), (35) и (37) следует, что оба резонанса при равных ширинах ($\Gamma_-^0 = \Gamma_e^0 = \frac{1}{2} A_e$) и амплитудах имеют одинаковую форму, но с противоположной асимметрией:

$$\sigma'_{abs}(\delta_+, E_-) = \frac{\lambda_{eg}^2}{4} \frac{g_e \gamma_{eg}}{\pi} \left(\frac{1 - X_0 / \sqrt{4\Omega_-^2 / A_e^2 - 1}}{X_0^2 + 1} + \frac{1 + x_0 / \sqrt{4\Omega_-^2 / A_e^2 - 1}}{x_0^2 + 1} \right). \quad (39)$$

Асимметрия резонансов уменьшается с ростом интенсивности смешивающего поля E_- , т.е. при удалении их друг от друга.

Так как для стабилизации частоты в стандартах требуется использование достаточно узких резонансов (по сравнению с шириной возбужденного уровня), в рассматриваемом случае, как видно из рис. 6, следует ограничиваться величинами интенсивности, при которых $\Omega_-/A_e \ll 1$. Отметим, что это условие сильнее того, что указывалось выше для малости световых сдвигов. На практике оно уже выполняется при интенсивностях порядка 1 мкВт/см^{-2} .

При наличии расстройки ($\delta \neq 0$) резонансы сдвигаются относительно друг друга при меньших интенсивностях поля, как это видно из зависимости на рис. 8, рассчитанной по формулам (29) для $\delta_- = 0.1A_e$. Ширины сближаются медленнее с ростом $I_- \sim \Omega_-^2$. При отрицательной расстройке кривые E_e и E_- зеркально отражаются относительно $E=0$.

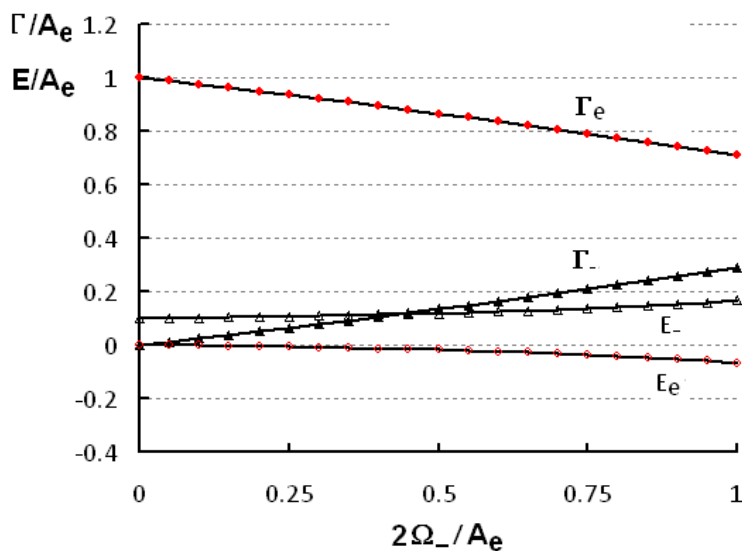


Рис. 8. То же, что на рис. 6, но для расстройки резонанса $\delta_- = 0.1A_e$

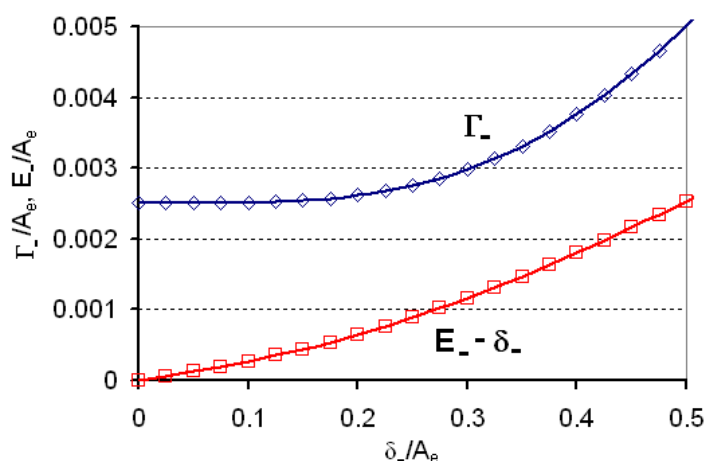


Рис. 9. Зависимость сдвига положения и ширины узкого резонанса от расстройки резонанса для смешивающего поля при $4\Omega_-^2/A_e^2=0.01$

На рис. 9 представлены результаты расчета ширин и положений резонансов в зависимости от расстройки резонанса δ_- при $4\Omega_-^2/A_e^2=0.01$. Пределы изменения ширины довольно ограничены. Изменение положения резонанса в основном обусловлено самой расстройкой.

Параметры сечения поглощения (30) в (33) можно определить в следующем виде:

$$a_0^2 = \frac{D+1}{2D}, \quad b_0^2 = \frac{D-1}{2D}$$

$$D = \sqrt{1 - \frac{4\Omega_-^2/A_e^2}{(1-i2\delta_-/A_e)^2}}, \quad (40)$$

Откуда следует

$$\text{Re } a_0^2 = \frac{|D| + \cos \Phi}{2|D|}, \quad \text{Re } b_0^2 = \frac{|D| - \cos \Phi}{2|D|}$$

$$\text{Im } b_0^2 = -\text{Im } a_0^2 = \frac{\sin \Phi}{2|D|}, \quad (41)$$

где

$$\Phi = \arg D = \arctg \frac{(2\Omega_-/A_e)^2 \sin 2\varphi}{1 + (2\delta_-/A_e)^2 - (2\Omega_-/A_e)^2 \cos 2\varphi}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{2\delta_-}{A_e}$$

Зависимость величин (41) от интенсивности поля при $\delta_- = 0.1A_e$ приведена на рис. 10. С ростом интенсивности увеличивается асимметрия резонансов. Происходит также обращение амплитуд узкого резонанса при смене знака $\text{Re } b_0^2$ в окрестности $4\Omega_-^2/A_e^2=0.85$.

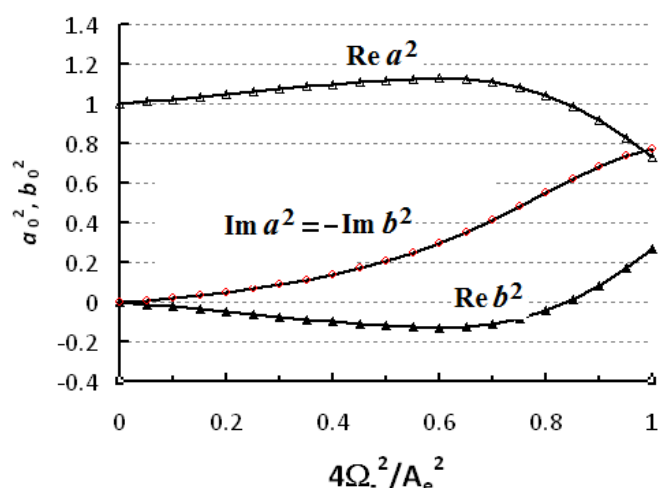


Рис. 10. Зависимость амплитуд резонансов от интенсивности поля I_- при $\delta_- = 0.1A_e$

Изменение формы линии КПН-резонанса при расстройке резонанса $\delta_- = 0.1A_e$ в зависимости от интенсивности поля I_- показана на рис. 11.

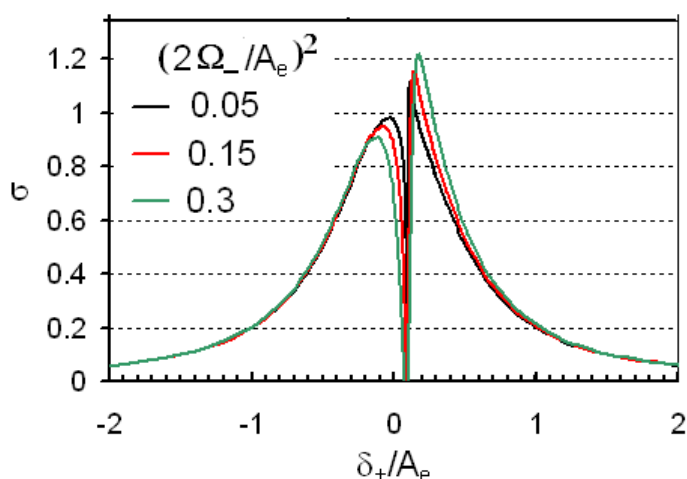


Рис. 11. То же, что на рис. 7, но для расстройки резонанса $\delta_- = 0.1A_e$

До сих пор здесь рассматривалось поглощение пробного поля на состоянии, относящемся к первой группе переходов (см. рис. 5а). Интересно отметить, что параметры связанного с ним КПН-резонанса не зависят от поляризации полей. Это можно объяснить выбором коллинеарных их волновых векторов, при котором «темные» состояния, являющиеся суперпозицией магнитных подуровней, однозначно определяются поляризационными компонентами полей. Вероятности переходов из соответствующих «светлых» состояний на единственный возбужденный подуровень при этом не зависят от поляризации, поскольку являются суммарным вкладом двух составляющих поляризации, как следует из (25).

Зависимость сечений поглощения от поляризации излучения

Иная ситуация имеет место для второй группы подуровней, участвующих в переходах на рис. 5б. В матрице эффективного гамильтониана (23) (без учета «темного» состояния и с перестановкой двух строк и столбцов) остаются два базисных вектора состояния F_f , связанных с разными векторами состояний F_e :

$$\mathbf{H}'_1 = \begin{pmatrix} \delta_+ & 0 & -\frac{1}{2}\Omega'_1 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega'_2 \\ 0 & \delta_- & -\frac{1}{2}\Omega_1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_1 & -\frac{1}{2}\Omega_1 & -\frac{1}{2}iA_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_- & -\frac{1}{2}\Omega_2 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Omega_2 & -\frac{1}{2}iA_e \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где рабиевские частоты определяются поляризационными параметрами поля в (24).

Применяя к матрице (42) следующее преобразование:

$$\mathbf{U}'_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & -b_1 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & -b_2 & a_2 \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где $a_n^2 + b_n^2 = 1$ ($n = 1, 2$), получим

$$\mathbf{H}''_1 = \mathbf{U}'_1 \mathbf{H}'_1 \mathbf{U}'_1{}^{-1} = \begin{pmatrix} \delta_+ & -\frac{1}{2}\Omega'_1 b_1 & -\frac{1}{2}\Omega'_1 a_1 & -\frac{1}{2}\Omega'_2 a_2 & -\frac{1}{2}\Omega'_2 a_2 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_1 b_1 & \varepsilon_1^- & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_1 a_1 & 0 & \varepsilon_1^e & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_2 b_2 & 0 & 0 & \varepsilon_2^- & 0 \\ -\frac{1}{2}\Omega'_2 a_2 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_2^e \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_n^- &= \frac{1}{4} A_e \left[2\delta_- / A_e - i + \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_n^2 / A_e^2} \right], \\ \varepsilon_n^e &= \frac{1}{4} A_e \left[2\delta_- / A_e - i - \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_n^2 / A_e^2} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

для $n=1, 2$ - аналогично (29), и

$$a_n = \left[1 + \frac{4\Omega_n^2 / A_e^2}{[2\delta_- / A_e + i + \sqrt{(2\delta_- / A_e + i)^2 + 4\Omega_n^2 / A_e^2}]^2} \right]^{-1/2}, \quad b_n = \sqrt{1 - a_n^2} \quad (44)$$

- аналогично (30).

Комплексный сдвиг энергии для базисного вектора δ_+ (подуровень $F_g=1M=0$)

$$\varepsilon_1^+ = \delta_+ + \frac{1}{4} \Omega_1'^2 \left(\frac{b_1^2}{\delta_+ - \varepsilon_1^-} + \frac{a_1^2}{\delta_+ - \varepsilon_1^e} \right) + \frac{1}{4} \Omega_2'^2 \left(\frac{b_2^2}{\delta_+ - \varepsilon_2^-} + \frac{a_2^2}{\delta_+ - \varepsilon_2^e} \right) \quad (45)$$

дает вклад в сечение поглощения пробного поля согласно (32):

$$\sigma_{abs}''(\delta_+) = \frac{\lambda_{eg}^2}{4} \frac{g_e \gamma_{eg}}{\pi} \sum_{n=1,2} w_n \left[\frac{A_e}{\Gamma_n} \frac{\operatorname{Re}(a_n^2) - \operatorname{Im}(a_n^2) X_n}{X_n^2 + 1} + \frac{A_e}{\Gamma_n} \frac{\operatorname{Re}(b_n^2) - \operatorname{Im}(b_n^2) x_0}{x_n^2 + 1} \right]. \quad (46)$$

При одинаковой поляризации пробного и связывающего полей, согласно (24)

$$w_1 = \Omega_1'^2 / \Omega_+^2 = \frac{\beta_-^2 (C + 2\alpha_-^2)^2}{N_1}, \quad w_2 = \Omega_2'^2 / \Omega_+^2 = \frac{\alpha_-^2 (C - 2\beta_-^2)^2}{N_1}, \quad (47)$$

где

$$C = 5(\beta_-^2 - \alpha_-^2) + \sqrt{25 - 96\alpha_-^2\beta_-^2}, \\ N_1 = C^2 + 4\alpha_-^2\beta_-^2,$$

так что $w_1 + w_2 = 1$.

Таким образом, зависимость сечения поглощения пробного поля (46) от поляризации поля проявляется различным образом: через перераспределение их вкладов резонансов $n=1$ и $n=2$ (особенно за счет узких компонент), а также за счет зависимости от поляризации их положений и ширин. В первом случае играет роль изменение весовых множителей (47), а во втором – зависимость Ω_n в (43) от поляризации, согласно (24).

На рис. 12 приведены зависимости весовых факторов (47) от поляризации поля при ее изменении от правой круговой ($\beta = 0$) до левой круговой ($\beta = 1$). Заметное доминирование w_1 над w_2 обусловлено, видимо, особым характером смешивания между подуровнями $F_e M = \pm 1$ и $F_f M = 0, \pm 2$. Причем w_2 обращается в ноль при $\beta = 2^{-1/2}$, что связано с проявлением правил отбора для линейной поляризации.

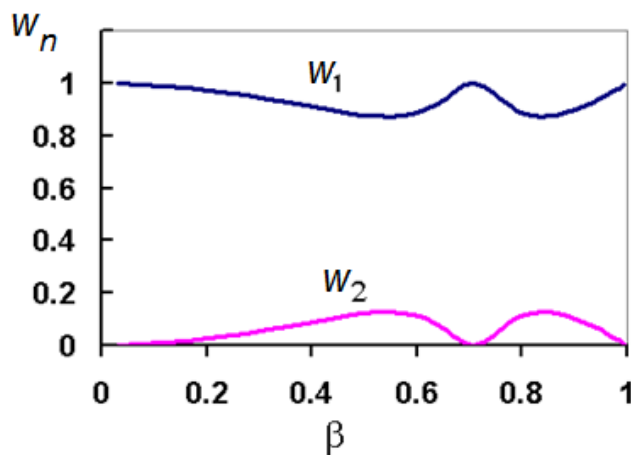


Рис. 12. Поляризационная зависимость весовых факторов вклада двух пар резонансов (47) в сечение поглощения пробного поля (46) состоянием $F_g=1M=0$

Более заметные изменения в зависимости от поляризации поля наблюдаются в сдвигах положений и вариациях ширин двух пар резонансов, как показано на рис. 13 для соответствующих рабиевских частот. Поскольку при малых интенсивностях связывающего поля ширина узкого резонанса пропорциональна Ω_n^2 , то в широкой области значений более интенсивный резонанс $n=1$ имеет существенно меньшую ширину даже по сравнению с резонансом $n=0$, не зависящим от поляризации и имеющим соразмерную амплитуду.

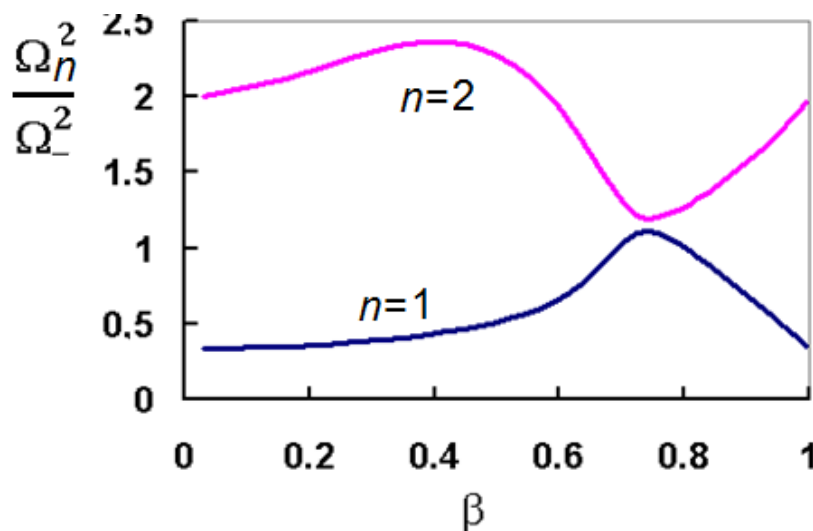


Рис. 13. Поляризационная зависимость рабиевской частоты смешивания подуровней $n=1$ и $n=2$ состояний $F_e=1$ и $F_f=2$ в (42)

Это подтверждается результатами расчета на рис. 14, показана зависимость ширин узких резонансов от поляризации поля $\mathbf{E}_-$, смешивающего подуровни F_e и F_f , при точном резонансе $\delta_- = 0$ и интенсивности, соответствующей $2\Omega_-/A_e = 0.1$. При этом положения всех резонансов совпадают.

В случае расстройки резонанса δ_- положения узких резонансов незаметно различаются, как видно на рис. 15. Их положение определяется самой величиной δ_- .

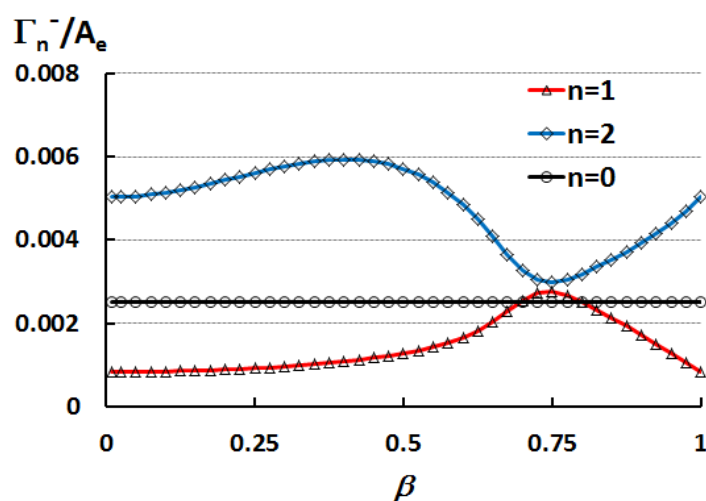


Рис. 14. Поведение ширин узких КПН-резонансов в зависимости от поляризации смешивающего поля ($\beta=0$ – правая круговая поляризация, $\beta=1$ – левая круговая поляризация) при $\delta_-=0$ и $2\Omega_-/A_e=0.1$

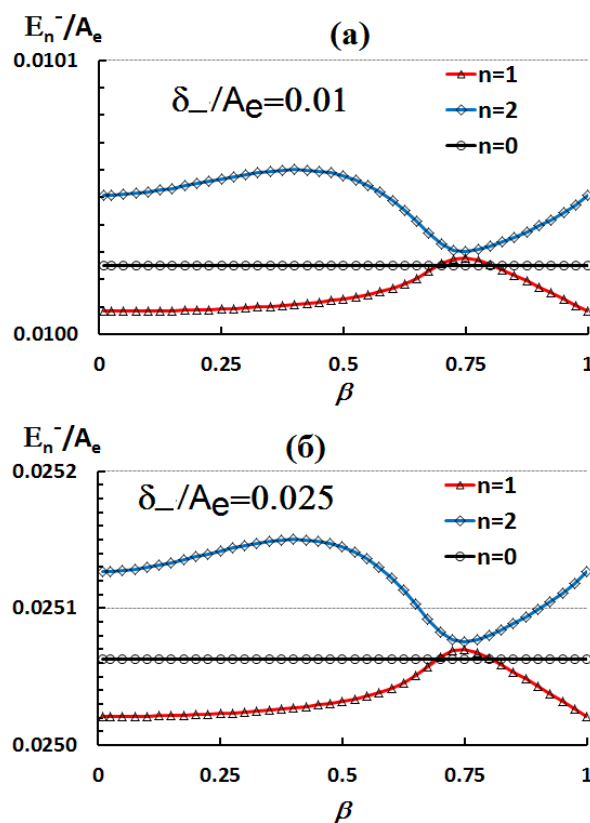


Рис. 15. Положения узких резонансов в зависимости от поляризации смешивающего поля для различных величин расстройки резонанса δ_- и $2\Omega_-/A_e=0.1$

Наконец, на рис. 16 показаны результаты расчета амплитуд узких резонансов (b_n^2 в формуле (49)) в зависимости от поляризации смешивающего поля E_- при указанных значениях лазерных характеристик. Асимметричные амплитуды ($\text{Im}b_n^2$) зависят главным образом от величины расстройки δ_- и почти не меняются с поляризацией.

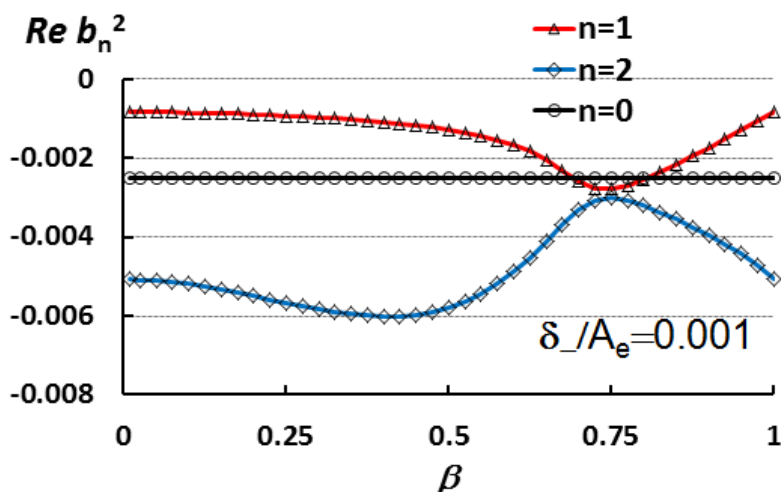


Рис. 16. Зависимость амплитуд узких резонансов от поляризации смешивающего поля для расстройки резонанса $\delta_-/A_e = 0.005$ и $2\Omega_-/A_e = 0.1$

Отметим, что изменения величин, показанные на рис. 14-16, носят одинаковый качественный характер. Это связано с тем, что при малых интенсивностях они определяются поведением рабиевских частот, показанных на рис. 13.

В предыдущих расчетах частоты полей ω_+ и ω_- менялись независимо. На практике, при использовании амплитудной СВЧ-модуляции между ними существует связь $\omega_+ - \omega_- = \omega_{rf}$, так что они меняются синхронно. Таким образом, при изменении δ_+ в формулах для сечения поглощения меняется также δ_- , т.е. сами параметры, определяющие форму линии. На рис. 17 показана зависимость сечения поглощения от $\Delta\omega_{rf} = \omega_{rf} - \omega_{fg}/2$ для различных значений частоты основной гармоники лазера, значения $(\omega_0 - \omega_{eg} + \omega_{fg}/2)/A_e$ указаны в порядке расположения кривых.

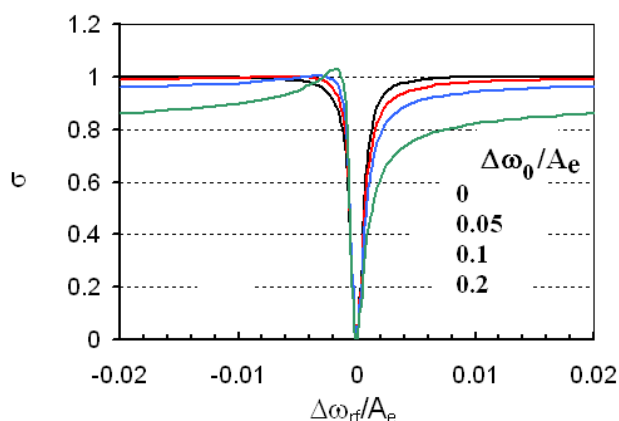


Рис. 17. Контур линии КПН-резонанса в зависимости от частоты модулирующего СВЧ генератора. Кривые соответствуют разным значениям лазерной частоты. Интенсивность поля соответствует $2\Omega_e/A_e=0.1$

Результаты расчета показывают, что положение КПН-резонанса не зависит от частоты лазерного излучения. Однако при увеличении $\Delta\omega_0=\omega_0-\omega_{eg}+\omega_{fg}/2$ растет ширина линии поглощения и ее асимметрия. Также уменьшается средний уровень сигнала. При отрицательных $\Delta\omega_0$ зеркально меняется асимметрия узкого резонанса (знак Φ в выражении (41)), как видно из рис. 18.

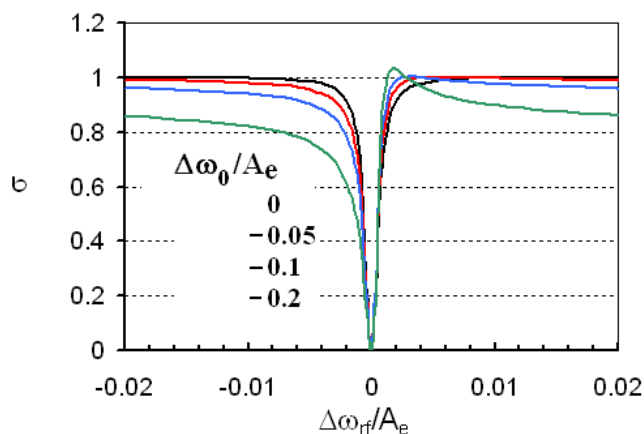


Рис. 18. То же, что на рис. 17, но для отрицательных $\Delta\omega_0$

Как следует из результатов расчета, представленных на рис. 13–16, параметры резонансов (ширины, положения, амплитуды) близки друг к другу при линейной поляризации поля ($\alpha^2=\beta^2=1/2$). При круговой поляризации вклад дают только два резонанса, хотя их параметры значительно различаются. При $\beta\approx 0.5$ важен вклад всех трех резонансов с отличающимися параметрами. На рис. 19 показаны суммарная форма КПН-резонанса и вклады его компонент при различных значениях $\Delta\omega_0$.

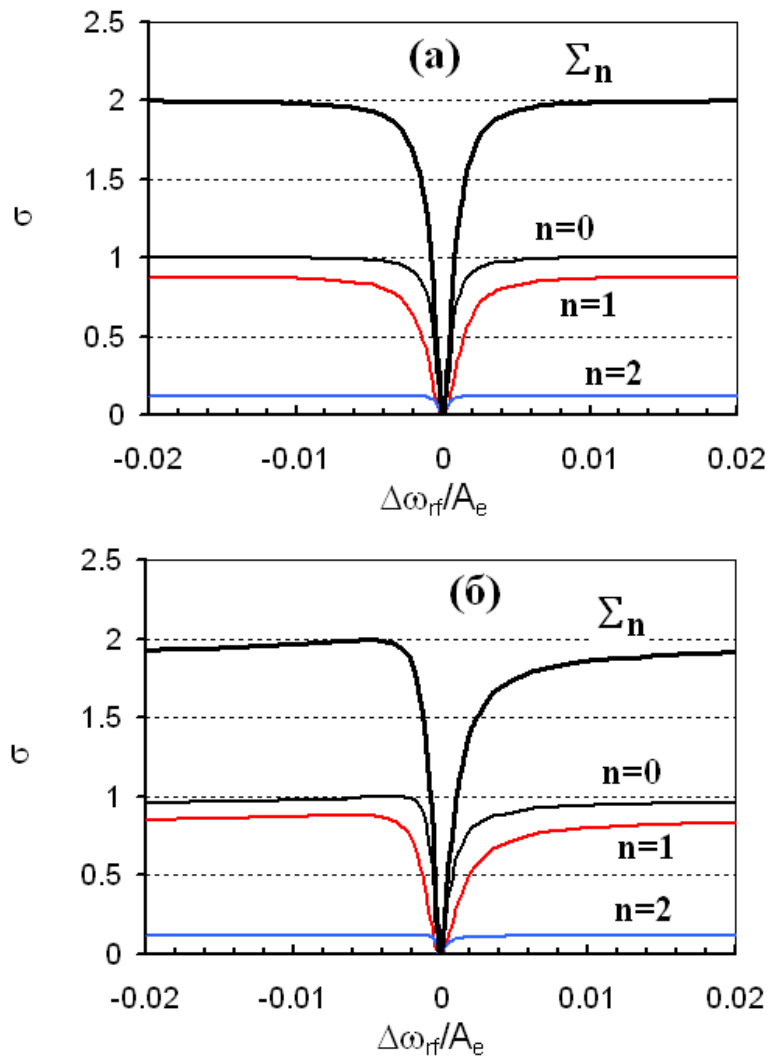


Рис. 19. Форма КПН-резонанса при значениях основной частоты лазера $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{eg} + \omega_{fg}/2 = 0$ (а) и $\Delta\omega_0/A_e = 0.1$ (б) для эллиптической поляризации $\beta \approx 0.5$. Тонкие кривые показывают вклады трех компонент

В завершение следует отметить, что предложенный метод исследования формы КПН-резонансов основывается на достаточно общем подходе для изучения открытых квантовых систем – методе эффективного неэрмитового гамильтониана [38,39]. Хотя рассмотренная здесь задача не включает важную особенность динамики открытой системы, а именно, возможность взаимодействия внутри системы через состояния «резервуара», использование такого подхода открывает перспективу дальнейшего развития. В частности, его рамки позволяют включить в рассмотрение процессы столкновений атомов, которые могут играть первостепенную роль в учете релаксационных процессов, протекающих в реальных системах, по-

Альманах современной метрологии, 2017, № 11

строенных на основе ячеек с наполнением буферным газом. Вклад этих процессов учитывается добавлением соответствующих элементов в матрицу эффективного гамильтониана, как это делается при учете спонтанных переходов.

Выводы и заключение

Исследованы механизмы формирования узких КПН-резонансов в спектре поглощения пробного излучения в Λ -схеме оптических переходов $F_g \rightarrow F_e \leftrightarrow F_f$ между сверхтонкими подуровнями основного и возбужденного состояний щелочных атомов.

Разработан теоретический метод, основанный на детальном аналитическом представлении атомных величин, определяющих форму резонансных линий, позволяющий выявить зависимость наблюдаемых спектров фотопоглощения от частотных, поляризационных и мощностных характеристик лазерных полей.

На примере Λ -схемы переходов $F_g=1 \rightarrow F_e=1 \leftrightarrow F_f=2$ линии D1 в атоме ^{87}Rb выполнены детальные расчеты изменения формы КПН-резонансов в зависимости от расстройки резонансных частот, при изменении поляризации полей и интенсивности излучения. Показано, что в данной схеме, при любой поляризации пробного поля, формируются три «темных» состояния (одно, как суперпозиция подуровней $F_g M=\pm 1$, и два других – как смесь подуровней $F_f M=\pm 1$ и подуровней $F_f M=0, \pm 2$).

Ширины всех резонансов при достаточно большой интенсивности связывающего поля стремятся к одной величине – половине ширины возбужденного уровня. Для целей использования КПН-резонансов в стандартах частоты интенсивности полей должны быть ограничены величинами, позволяющими пренебречь световыми сдвигами уровней за счет динамического эффекта Штарка ($I \leq 1 \text{ мкВт/см}^2$).

Структура спектра поглощения формируется за счет смешивания трех пар состояний ($F_e M=0 \leftrightarrow F_f M=\pm 1$ и двух суперпозиций $F_e M=\pm 1$, смешивающихся с соответствующей парой $F_f M=0, \pm 2$). Каждая пара дает по одному узкому резонансу в спектр поглощения имеющему специфическое положение, ширину, амплитуду и форму (асимметрию). Узкие резонансы могут сильно перекрываться друг с другом. Характеристики одного из них ($F_f M=\pm 1$) не зависят от поляризации полей. Остальные два меняют характеристики в зависимости от поляризации полей, в особенности, ширину.

Расчеты показывают, что для линейной поляризации связывающего поля параметры всех трех резонансов совпадают, сохраняя форму в суммарном сечении поглощения.

Предложенный метод допускает дальнейшее обобщение для учета процессов релаксации в столкновениях атомов, что принципиально важно

при использовании КПН-эффекта для стандарта частоты на щелочных атомах в ячейке с буферным газом.

Литература

1. Alzetta G., Gozzini A., Moi M., Orriols G.// *Nuovo Cimento B* 36, 5 (1976).
2. Bell W.E., Bloom A.L.// *Phys. Rev. Lett.* 6, 280 (1961).
3. Scully M.O., Fleischhauer M.// *Phys. Rev. Lett.* 69, 1360 (1992).
4. Nagel A., Graf L., Naumov A., Mariotti E., Biancalana V., Meschede D., Wynands R.// *Europhys. Lett.* 44, 31 (1998).
5. Harris S.E.// *Phys. Today* 50, 36 (1997).
6. Kasapi A., Jain M., Yin G.Y., Harris S.E.// *Phys. Rev. Lett.*, 74, 2447 (1995).
7. Scully M.O., Zubairy M.S.// *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999).
8. Aspect A., Arimondo E., Kaizer R., Vansteenkiste N., Cohen-Tannoudji C.// *J. Opt. Soc. Am. B* 6, 2112 (1989).
9. Wynands R., Nagel A.// *Appl. Phys.*, B 68, 1 (1999).
10. Avila G., Giordano V., Candelier V., Clercq E. de, Th'eobald G., C'erez P.// *Phys. Rev.*, A 36, 3719 (1987).
11. Vanier J., Audoin C. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards* (Adam Hilger, Bristol, UK, 1989).
12. Thomas J.E., Hemmer P.R., Ezekiel S., Leiby C.C., Picard H., Willis R.// *Phys. Rev. Lett.*, 48, 867 (1982).
13. Ramsey N.F.// *Phys. Rev.*, 78, 695 (1950).
14. Cyr N., T'etu M., Breton M.// *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 42, 640 (1993).
15. Levi F., Godone A., Novero C., Vanier J., in *Proceedings of the 11th European Frequency and Time Forum*, 216 (1997).
16. Vanier J., Godone A., Levi F.// *Phys. Rev. A* 58, 2345 (1998).
17. Vanier J., Levine M., Kendig S., Janssen D., Everson C., Delaney M., in *Proceedings of the IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference*, 92 (2004).
18. Vanier J., Levine M., Kendig S., Janssen D., Everson C., Delaney M.// *IEEE Trans. Instrum. Meas.* Feb. (2006).
19. Godone A., Levi F., Vanier J.// *Phys. Rev.*, A 59, R12 (1999).
20. Levi F., Calosso C., Micalizio S., Godone A., Bertacco E.K., in *Proceedings of the 34th Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting*, 139 (2002).
21. Zanon T., Gu'erandel S., Clercq E. De, Dimarcq N., Clairon A., in *Proceedings of the Joint IEEE Frequency Control Symposium/17th European Frequency and Time Forum*, 49 (2004).
22. Lutwak R., Emmons D., English T., Riley W., Duwel A., Varghese M., Serkland D.K., Peake G.M., in *Proceedings of the 35th Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting*, 1 (2003).

23. Zhu M., Cutler L.S., Berberian J.E., Denatale J.E., Stupar P.A., Tsai C., in Proceedings of the IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference, Montr'eal, 100 (2004).
24. Knappe S., Liew L.-A., Swchwind P., Shah V., Moreland J., Hollberg L., Kitching J., in Proceedings of the IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference, Montr'eal, 87 (2004).
25. Liew L.-A., Knappe S., Moreland J., Robinson H., Hollberg L., Kitching J.// Appl. Phys. Lett. 84, 2694 (2004); S. Knappe, P.D.D. Swchwind, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, L.-A. Liew, J. Moreland// Opt. Express 13, 1249 (2005).
26. Orriols G.// Nuovo Cimento, 53, 1 (1979).
27. Vanier J., Levine M., Janssen D., Delaney M.// Phys. Rev., A 67, 06581 (2003).
28. Renzoni F., Lindner A., Arimondo E.// Phys. Rev., A 60, 450 (1999).
29. Sortais Y., de Doctorat Th`ese, Universit'e de Paris VI, Paris, France (2001).
30. Sortais Y., Bize S., Abgrall M., Zhang S., Nicolas C., Mandache C., Lemonde P., Laurent P., Santarelli G., Dimarcq N., Petit P., Clairon A., Mann A., Luiten A., Chang S., Salomon C.// Phys. Scr. T 95, 50 (2001).
31. Berkeland D.J., Miller J.D., Bergquist J.C., Itano W.N., Wineland D.J.// Phys. Rev. Lett. 80, 2089 (1998).
32. Wallace C.D., Dinneen T.P., Tan K.-Y.N., Grove T.T., Gould P.L.// Phys. Rev. Lett. 69, 897 (1992).
33. Vanier J., Godone A., Levi F., Micalizio S., in Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium & PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2 (2003).
34. Arimondo E., in Progress in Optics, ed. by E. Wolf (Elsevier, Amsterdam), 257 (1996).
35. Vanier J.// Appl. Phys., B 81, 421 (2005).
36. Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И., Нанхис Г.// ЖЭТФ 126 1303 (2004).
37. Gryzlova E.V., Magunov A.I., Rotter I., Strakhova S.I.// Laser Phys., 15, 1568 (2005).
38. Rotter I.// Rep. Prog. Phys. 54, 635 (1991).
39. Okolowicz J., Ploszajczak M. and Rotter I.// Phys. Rep. 374, 271 (2003).