УДК 52.08, 528.223

СИСТЕМА ОРТОГОНАЛЬНЫХ НЕВЕСОМЫХ СТЕРЖНЕЙ С КОНЦЕВЫМИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМИ МАССАМИ В АНОМАЛЬНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В.Ф. Фатеев, А.О. Долгодуш

ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.
fateev@vniiftri.ru,
dolgodush@vniiftri.ru

Рассмотрено использование механической колебательной системы из двух ортогональных невесомых стержней с чувствительными массами на концах для определения направления на сосредоточенную возмущающую массу вблизи поверхности Земли. Измерения азимута возмущающей массы возможны по величине постоянной составляющей, получаемой при перемножении выходного сигнала системы с опорным сигналом от приводного двигателя, а также по разности фаз выходного и опорного сигналов. В обоих случаях результаты измерений слабо зависят от добротности колебательных систем стержней и масштабных коэффициентов систем съёма информации.

Метод может быть использован в системах навигации по аномалиям гравитационного поля Земли, в системах поиска полезных ископаемых, а также для ориентации по полям Солнца и Луны в изолированных автономных системах.

Ключевые слова: невесомые стержни, концевые чувствительные массы, гравитационное поле, метод измерения

SYSTEM OF ORTHOGONAL GRAVITY-FREE RODS WITH END SENSITIVE MASSES IN ANOMALOUS GRAVITATIONAL FIELD

V.F. Fateev, A.O. Dolgodush

FSUE “VNIIFTRI”, Mendeleevo, Moscow region
fateev@vniiftri.ru,
dolgodush@vniiftri.ru

The use of a mechanical vibration system of two orthogonal gravity-free rods with sensitive masses at the ends to determine the direction to a concentrated disturbing mass near the surface of the Earth is considered. The azimuth of the disturbing mass can be measured by the value of the constant component obtained by multiplying the output signal of the system with the reference signal from the drive motor, as well as by the phase difference of the output and reference signals.

In both cases, the measurement results are weakly dependent on the quality factor of the vibrational systems of the rods and the scale coefficients of the information retrieval systems.

The method can be used in navigation systems for anomalies of the Earth's gravitational field, in mineral wealth search systems, as well as for orientation along the fields of the Sun and Moon in isolated autonomous systems.

Key words: gravity-free rods, end sensitive masses, gravitational field, measurement method.

Введение

В известных работах, посвящённых исследованию поведения невесомых стержней с концевыми чувствительными массами в мощном возмущающем гравитационном поле, задача определения азимута возмущающей массы либо вообще не ставилась (например, [1, 2]), либо характеризуется большим периодом измерений — до десятков минут [3]. В этой связи представляют интерес методы оперативного определения направления на возмущающую массу.

Определим возможность измерения направления на сосредоточенную возмущающую массу с помощью механической колебательной системы, состоящей из двух ортогональных невесомых стержней с чувствительными массами на концах. Основные соотношения, определяющие работу прибора, рассмотрим в нескольких режимах.

Режим 1. Частота резонанса колебательной системы равна удвоенной частоте вращения

Рассмотрим плоскую задачу, когда плоскость вращения системы стержней с концевыми массами и аномальная масса находятся в горизонтальной плоскости XOY, а частота вращения системы составляет ω. Ось вращения ортогональна плоскости горизонта, каждый из стержней, согласно условию, имеет упругий подвес с резонансной частотой 2ω. В силу неравномерности вращения приводного двигателя в широком спектре его выходного напряжения, кроме частоты ω, имеется составляющая $J^{2\omega}$ с частотой 2ω. Обозначим расстояние между чувствительной массой на конце стержня и сосредоточенной аномальной массой M через r. Угол между стержнем длиной $2R$ и направлением на аномальную массу из центра вращения обозначим θ. Условимся, что длина стержней существенно меньше расстояния до возмущающей массы, т.е. $2R \ll r$.

Как известно [1], приливный потенциал, создаваемый возмущающей точечной массой в точке размещения чувствительной массы гантели, определяется соотношением:

$$\delta\varphi = \frac{\gamma M R^2}{2r^3}\left(3\cos^2\theta - 1\right), \tag{1}$$

где $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{11}$ м^3/кг · с^2 — гравитационная постоянная.

Дифференцируя это соотношение по R, получаем выражение для приливного гравитационного ускорения, вызванного этой возмущающей массой:

$$\delta g_M = -\frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial R} = -\frac{\gamma M R}{r^3}\left(3\cos^2\theta - 1\right) = -W_r R\left(3\cos^2\theta - 1\right), \tag{2}$$

где $W_r = \dfrac{\gamma M}{r^3}$ — гравитационный аномальный градиент, создаваемый возмущающей массой *M*.

Дифференцируя далее по углу θ, находим выражение для линейного ускорения одной концевой массы стержня, вызванного влиянием центрального гравитационного поля массы *M*:

$$g^*_M = \frac{\partial(\delta g)}{\partial\theta} = \frac{3\gamma MR}{r^3}\sin 2\theta = 3W_r R\sin 2\theta. \tag{3}$$

При использовании двух концевых масс стержня, разнесённых по углу θ на 180°, ускорение стержня удваивается:

$$g_M = 2g*_M = \frac{6\gamma MR}{r^3}\sin 2\theta = 6W_r R\sin 2\theta. \tag{4}$$

Далее введём угол начального азимутального положения вращающейся гантели *A* относительно направления на возмущающую аномальную массу *M*. Для этого текущий угол поворота стержня θ определим в виде:

$$\theta = \omega t + A, \tag{5}$$

где ω — угловая скорость гантели вокруг оси, перпендикулярной плоскости *XOY*, в направлении против часовой стрелки.

В начальный момент времени $t = 0$ (положение гантели совпадает с осью *OX*) имеем $\theta = A$.

В этом случае соотношение (4) принимает вид, удобный для вычисления угловых линейных перемещений гантели:

$$g_M = 6W_r R\sin 2\left(\omega t + A\right). \tag{6}$$

Как отмечалось выше, неравномерность вращения двигателя имеет широкий спектр. Поэтому угловую помеху, возникающую вследствие неравномерности вращения на частоте полезного сигнала 2ω, представим в виде дополнительного линейного ускорения первого ортогонального стержня:

$$g_{2\omega} = J^{2\omega}\sin(2\omega + \psi_{2\omega}), \tag{7}$$

где $J^{2\omega}\left[\dfrac{м}{c^2}\right], \psi_{2\omega}\left[рад\right]$ — амплитуда линейного ускорения и случайная начальная фаза помехового гармонического колебания конца стержня на частоте 2ω.

На основе (6) и (7) получаем выражение для суммарного ускорения концевых масс первого горизонтального стержня:

$$g_\theta = 6W_r R\sin 2\left(\omega t + A\right) + J^{2\omega}\sin(2\omega + \psi_{2\omega}). \tag{8}$$

Дважды интегрируя это соотношение по времени, находим общее выражение для пространственного отклонения конца первого стержня, вызванного действием приливных сил от возмущающей массы, в состоянии резонанса колебательной системы на частоте 2ω:

$$\delta l_1 = -D_1\left[W_r C \sin 2(\omega t + A) + T_{2\omega}\sin(2\omega t + \psi_{2\omega})\right], \qquad (9)$$

где

$$C = \frac{3R}{2\omega^2}; \qquad (10)$$

$$T_{2\omega} = \frac{J^{2\omega}}{4\omega^2}; \qquad (11)$$

D_1 — добротность колебательной системы первого стержня (например, торсиона и др.).

Система измерения пространственного отклонения концов стержня (оптическая, ёмкостная и др.) преобразует это отклонение в переменное напряжение с той же частотой:

$$U_1 = -D_1 L_1\left[W_r C \sin 2(\omega t + A) + T_{2\omega}\sin(2\omega t + \psi_{2\omega})\right], \qquad (12)$$

где L_1 — масштабный коэффициент преобразования пространственного отклонения в напряжение для первого стержня.

Для второго, ортогонального стержня с чувствительными массами на обоих концах, для которого $\theta = \omega t + A + \frac{\pi}{2}$, получаем аналогично:

$$U_2 = D_2 L_2\left[W_r C \sin 2(\omega t + A) - T_{2\omega}\sin(2\omega t + \psi_{2\omega})\right], \qquad (13)$$

где приняты те же обозначения, только с индексом 2.

Разность напряжений, снимаемых системами съёма информации двух стержней, определяемая на основе формул (12)–(13), определится выражением:

$$\begin{aligned}\Delta U = U_2 - U_1 = CW_r(D_1L_1 + D_2L_2)\sin 2(\omega t + A) - \\ -T_{2\omega}(D_2L_2 - D_1L_1)\sin(2\omega t + \psi_{2\omega}).\end{aligned} \qquad (14)$$

Сумма этих же напряжений составит:

$$\begin{aligned}U_1 + U_2 = -T_{2\omega}(D_2L_2 + D_1L_1)\sin(2\omega t + \psi_{2\omega}) - \\ -CW_r(D_2L_2 - D_1L_1)\sin 2(\omega t + A).\end{aligned} \qquad (15)$$

Режим 2. Калибровка прибора

В выражении (14) второй член является мешающей помехой и определяется разностью произведений масштабных коэффициентов и добротностей обеих колебательных систем. Для исключения этой помехи необходимо провести калибровку прибора.

Калибровка прибора проводится в отсутствие его вращения по углу, то есть при $\omega = 0$. При этом вал приводного двигателя приводится в состояние угловой вибрации на резонансной частоте 2ω с достаточно малой амплитудой $T_{2\omega}^k$.

В результате из соотношения (14) получаем выражение разностного напряжения для режима калибровки:

$$\Delta U^k = -T_{2\omega}^k\left(D_2L_2 - D_1L_1\right)\sin\left(2\omega t + \psi_{2\omega}\right). \qquad (16)$$

Далее средствами регулировки добротностей колебательных систем обоих стержней D_1, D_2 и коэффициентов усиления L_1, L_2 добиваемся нулевого выходного напряжения (16), которое достигается при условии:

$$D_2L_1 = D_2L_2. \qquad (17)$$

В результате с большой степенью точности можно записать выражение для выходного рабочего напряжения прибора в режиме 1:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = CW_r(D_1L_1 + D_2L_2)\sin 2\left(\omega t + A\right). \qquad (18)$$

Определение искомого угла азимута

Для измерения угла необходимо воспользоваться опорными сигналами, которые снимаются с приводного двигателя. С учётом неравномерности вращения двигателя опорные сигналы определяются выражениями:

$$\begin{aligned} U_{01} &= U_0\sin 2\omega t + U_J\sin(2\omega t + \psi_{2\omega}); \\ U_{02} &= U_0\cos 2\omega t + U_J\cos(2\omega t + \psi_{2\omega}), \end{aligned} \qquad (19)$$

где U_J — амплитуда помехи в опорном сигнале.

С помощью разностного напряжения (18) и опорных сигналов (19) можно определить направление на возмущающую массу.

Первый вариант: с помощью перемножителей поочерёдно перемножаем сигналы (19) с переменным напряжением (18). Далее, подавляя переменные сигналы с частотой 4ω и выше, выделяем на выходе перемножителей только постоянные составляющие результирующих напряжений. В результате получаем:

$$\begin{aligned} S_{\sin} &= \Delta U\cdot U_{01} = \frac{1}{2}W_rC\left(D_1L_1 + D_2L_2\right)\left[U_0\cos 2A + U_J\cos(2A + \psi_{2\omega})\right]; \\ S_{\cos} &= \Delta U\cdot U_{02} = -\frac{1}{2}W_rC\left(D_1L_1 + D_2L_2\right)\left[U_0\sin 2A + U_J\sin(2A + \psi_{2\omega})\right]. \end{aligned} \qquad (20)$$

Учитывая, что U_J / U_0 $\ll$ 1, отсюда на основе полученных постоянных напряжений находим:

$$\frac{S_{\cos}}{S_{\sin}} = \mathrm{tg}2A\left[1 + \frac{U_J}{U_0}\left(\frac{\sin(2A+\psi_{2\omega})}{\sin 2A} - \frac{\cos(2A+\psi_{2\omega})}{\cos 2A}\right)\right]. \qquad (21)$$

При U_J / U_0 $\ll$ 1 вторым слагаемым в скобке можно пренебречь. Отсюда следует искомый азимут возмущающей аномальной массы относительно оси OX бортовой горизонтальной системы координат:

$$A = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{S_{\cos}}{S_{\sin}}. \qquad (22)$$

Таким образом, значение дроби (22), а соответственно, и результат определения искомого азимута не зависит от добротности колебательных систем стержней, от значений коэффициентов усиления их систем съёма, а также от амплитуды опорного напряжения. Эти параметры при вычислении дроби (22) полностью сокращаются.

Член в круглых скобках в формуле (22) внесёт погрешность определения, однако при $U_J / U_0 \ll 10^4$ она незначительна и не превышает долей градуса. При $\psi_{2\omega} \approx 0$ эта помеха исчезает совсем.

Во втором варианте измерение искомого азимута на возмущающую гравитационную аномалию выполняется путём измерения разности фаз полезного сигнала с пары стержней (18) и опорного сигнала на той же частоте (19), который представим в виде:

$$U_{01} = U_0 \sin 2\omega t + U_J \sin(2\omega t + \psi_{2\omega}) = U_0 \left[\sin 2\omega t + \frac{U_J}{U_0} \sin(2\omega t + \psi_{2\omega}) \right]. \quad (23)$$

Разность фаз определится в виде:

$$\Delta\Phi = \Phi_{\Delta U} - \Phi_{0x} \approx 2\omega t + 2A - 2\omega t = 2A, \quad (17)$$

откуда находится искомый азимут в виде:

$$A = \frac{\Delta\Phi}{2}. \quad (18)$$

Разность фаз $\Delta\Phi$ двух переменных сигналов измеряется путём измерения соответствующего временного сдвига обычными радиотехническими методами с помощью счётных импульсов. Второй член в скобке (23) вносит погрешность, которая тем меньше, чем меньше отношение U_J / U_0.

Заключение

Механическая колебательная система, состоящая из двух ортогональных невесомых стержней с чувствительными массами на концах, позволяет определить направление на сосредоточенную возмущающую массу, находящуюся вблизи поверхности Земли. При этом измерения азимута массы возможны двумя способами: по величине постоянной составляющей, получаемой при перемножении выходного сигнала системы ортогональных стержней с опорным сигналом от приводного двигателя, а также по разности фаз выходного и опорного сигналов. Результаты измерений слабо зависят от добротности колебательных систем стержней и масштабных коэффициентов систем съёма информации.

Метод может быть использован в системах навигации по аномалиям гравитационного поля Земли, в системах поиска полезных ископаемых, а также для ориентации по полям Солнца и Луны в изолированных автономных системах.

Литература

1. Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Сухоруков С.Я., Шкред В.К. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве / Под ред. Г.И. Джанджгавы. М.: Научтехлитиздат, 2015. 592 с.
2. Колесников А.В., Микаэльян С.В. Анализ влияния компонент гравитационного тензора и высоты полёта на точность КЭНС по аномальному гравитационному полю земли [Электронный ресурс] // Синергия наук. 2017. № 10. С. 562–574. URL: http://synergy-journal.ru/archive/article0427.
3. Огородова Л.В., Шимбирев Б.П., Юзефович А.П. Гравиметрия. М.: Недра, 1978. 325 с.
4. Юзефович А.П. Поле силы тяжести и его изучение. М.: Изд. МИИГАИК, 2014. 191 с.