

УДК 006.91:53.082.4

ИЗМЕРЕНИЕ И АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В СФЕРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ГАЗООБРАЗНЫМ ГЕЛИЕМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

В.Г. Кытин, Г.А. Кытин, А.Н. Щипунов

ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.

kytin@vniiftri.ru, schipunov@vniiftri.ru

Проведены измерения частотных зависимостей акустического резонанса в сферическом резонаторе, заполненном газообразным гелием высокой чистоты. Полученные частотные зависимости аппроксимированы функциями, применяемыми в настоящее время в акустической термометрии. Полученные в результате аппроксимации частоты акустического резонанса использованы для расчёта термодинамической температуры. Для выяснения влияния вида аппроксимирующих функций на определяемую термодинамическую температуру проведен расчёт частот зависимостей акустического резонанса в сферическом резонаторе на основе решения уравнений линейной акустики с учётом вязкости и теплопроводности газа.

Ключевые слова: акустический резонанс, сферический резонатор, термодинамическая температура

Введение

В основе метода акустической газовой термометрии лежит соотношение между скоростью звука и температурой в идеальном газе [1]. Основным достоинством данного метода является возможность определять скорость звука в газах резонансным методом с высокой точностью. Для этого проводят измерения комплексной амплитуды акустического давления в резонаторе, заполненном инертным газом и оснащённом излучателем и приёмником акустических колебаний.

Для определения резонансной частоты измеренные частотные зависимости в настоящее время, как правило, аппроксимируют линейной комбинацией функций вида [2]:

$$S(f) = \frac{A}{f^2 - F_a^2} + B + Cf, \quad (1)$$

где A , B , C – комплексные постоянные, $F_a = f_a + ig_a$, f_a – резонансная частота, g_a – полуширина резонансного максимума. Вид первого слагаемого аппроксимирующей функции основан на методе функций Грина для решения дифференциальных уравнений [3]. Добавочная линейная функция в выражении (1) описывает вклад от соседних резонансных максимумов.

Реализация метода акустической термометрии с точностью современных эталонов температуры является сложной научно-технической задачей и требует как точного изготовления акустического резонатора, так и

детального анализа факторов, влияющих на определяемую частоту акустического резонанса.

Целью данной работы было проведение предварительных измерений частотных зависимостей акустического резонанса в сферическом резонаторе и их анализа в рамках разработки акустического газового термометра ВНИИФТРИ, а также теоретический анализ отклонения частотных зависимостей акустического давления вблизи резонансных максимумов от функции (1).

Методика измерения и моделирования акустического резонанса

Измерения частотных зависимостей акустического давления проводились в герметичном сосуде дьюара. Резонатор располагался во внутренней полости сосуда, которая заполнялась газообразным гелием с содержанием примесей менее 0,00001%. Для очистки от примесей полость сосуда дьюара предварительно 5 раз откачивалась до давления менее 10-2 мм рт. ст. и заполнялась газообразным гелием указанной чистоты под давлением 1,5 атм.

Для измерений был использован сферический акустический резонатор, изготовленный из меди МОБ с содержанием примесей менее 0,01 %. Фотография резонатора представлена на рис. 1



Рис. 1. Сферический акустический резонатор ВНИИФТРИ

Для прецизионного определения радиуса резонатора были проведены измерения частотных зависимостей комплексного коэффициента пропускания электромагнитного излучения на частотах, близких к максимумам моды TM₁₁ электромагнитного резонанса [4]. Измерения электромагнитного резо-

нанса проводились в вакууме при давлении менее 10^{-2} мм рт. ст. Для измерений применялся векторный анализатор цепей E5071C-4КА. Для определения радиуса резонатора полученная частотная зависимость была аппроксимирована линейной комбинацией трёх функций (1). При расчётах радиуса резонатора учитывалась поправка к резонансной частоте, обусловленная конечной электропроводностью стенок резонатора. Для определения величины радиуса резонатора, использованной при расчёте термодинамической температуры, было взято среднее арифметическое частот трёх компонент моды TM₁₁, которое, как было показано ранее [5], определяет частоту радиальных мод акустического резонанса.

Измерения частотных зависимостей акустического резонанса проводились по методике, представленной в работе [7]. Для возбуждения и детектирования использовались преполяризованные конденсаторные микрофоны BK4944. При этом на микрофон-излучатель подавалось напряжение синусоидальной формы от генератора DS335 амплитудой 10 В. Переменное напряжение с микрофона-приёмника подавалось на синхронный усилитель SRS830, синхронизируемый по генератору. Измерения проводились при давлении газа в резонаторе, близком к 141 кПа. Температура резонатора измерялась родий-железным термометром сопротивления, воспроизводящим шкалу МТШ-90 с неопределённостью 2 мК.

Для аппроксимации частотных зависимостей была реализована методика, учитывающая тот факт, что линейная комбинация функций (1) сводится к рациональной функции. Аппроксимация дробно-рациональной функции сводится к последовательности линейных аппроксимаций, которая быстро сходится [6].

Для расчёта термодинамической температуры по частоте акустического резонанса были учтены поправки к резонансным частотам на конечную теплопроводность газа, присутствие микрофонов и отверстий в резонаторе, а также отклонение газа от идеальности. Величина поправок была рассчитана по формулам, представленным в [2].

Теоретический расчёт частотных зависимостей акустического давления проводился по методике, представленной в работе [7], основанной на решении уравнений линейной акустики.

Электромагнитный резонанс и определение радиуса резонатора

Частотная зависимость модуля амплитуды комплексного коэффициента пропускания резонатора в вакууме и её аппроксимация линейной комбинацией трёх функций (1) представлены на рис. 2.

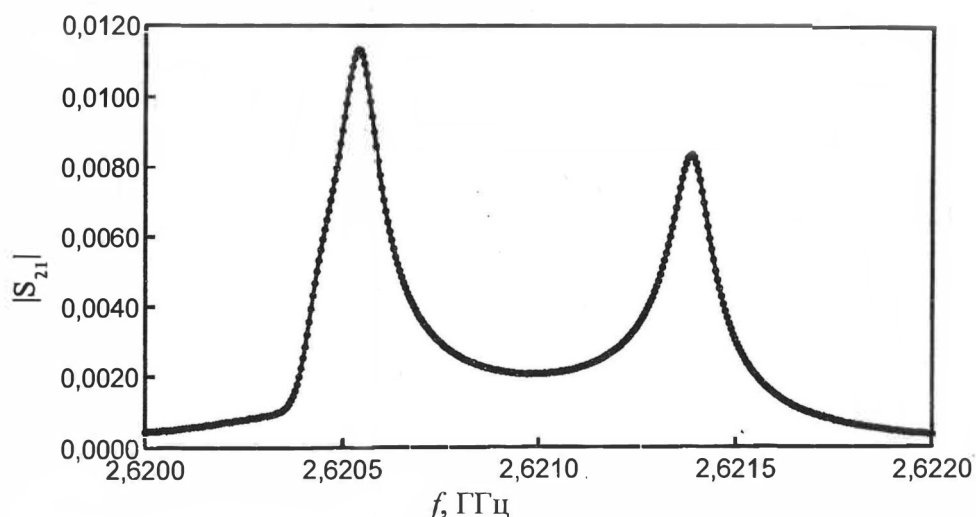


Рис. 2. Частотная зависимость модуля амплитуды комплексного коэффициента пропускания резонатора $|S_{21}|$ вблизи максимумов моды TM11. Точки — эксперимент, сплошная линия — аппроксимация комбинацией функций (1)

В табл. 1. представлены значения резонансных частот f_m , добротности Q , определённых при аппроксимации частотной зависимости и рассчитанных для различных компонент моды TM11 значений радиуса резонатора a и относительного отклонения от сферичности $\Delta a/\langle a \rangle$.

Таблица 1

Резонансные частоты f_m , добротности Q , определённые при аппроксимации частотной зависимости и рассчитанные для различных компонент моды TM11 значения радиуса резонатора a и относительного отклонения от сферичности $\Delta a/\langle a \rangle$

TR, К	f_m , МГц	Q	a , мм	$\Delta a/\langle a \rangle$
$296,002 \pm 0,001$	$2621,144 \pm 0,001$	25900	$49,93988 \pm 0,00002$	-0,00025
$296,002 \pm 0,001$	$2620,470 \pm 0,001$	26900	$49,95736 \pm 0,00002$	0,00012
$296,002 \pm 0,001$	$2620,593 \pm 0,001$	26000	$49,95500 \pm 0,00002$	0,00007

Относительное отклонение формы резонатора от сферической меньше, чем у зарубежных аналогов, а добротность больше. Последнее связано с использованием бескислородной меди, обладающей высокой электропроводностью.

Измерение акустического резонанса и определение термодинамической температуры

Частотные зависимости модуля амплитуды напряжения, выдаваемого микрофоном-приёмником вблизи максимумов радиальных мод (0,2), (0,3), (0,4) представлены на рис. 3. Сплошными линиями показана аппроксимация резонансных максимумов функцией (1).

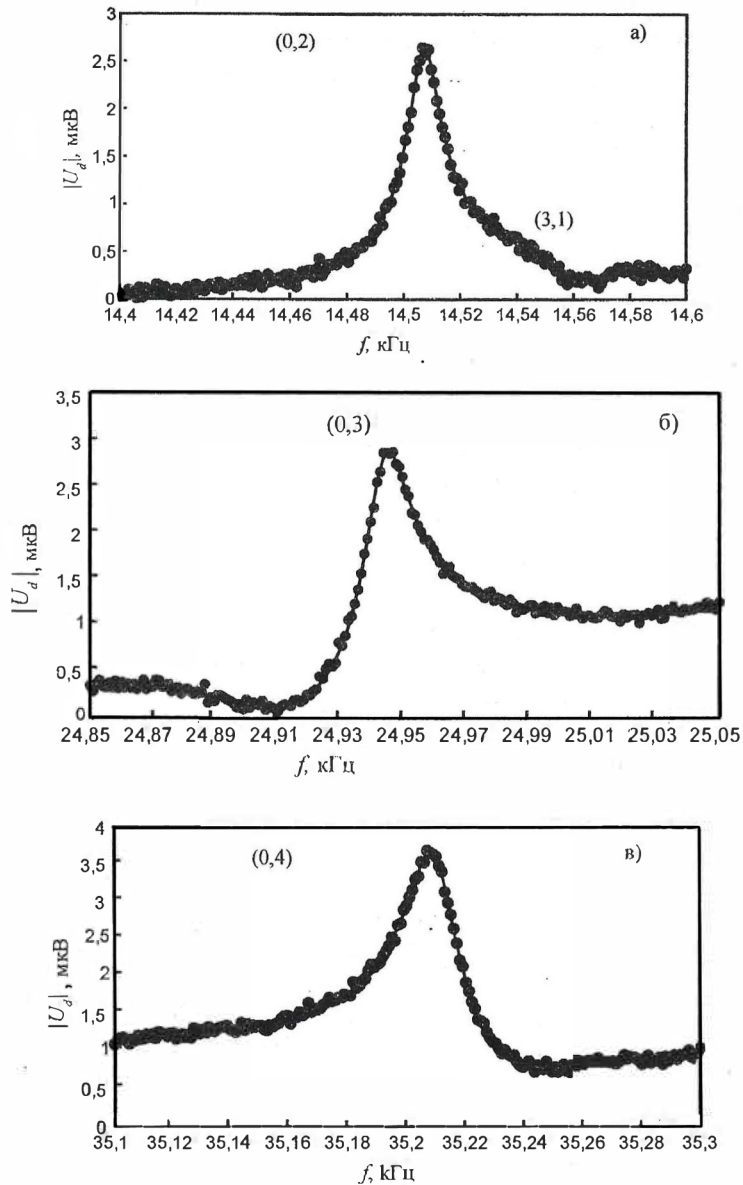


Рис. 3. Частотные зависимости модуля амплитуды акустического сигнала для моды: а) (0,2), б) (0,3), в) (0,4). Точки — эксперимент, сплошные линии — аппроксимация функциями (1)

Вблизи максимума моды (0,2) наблюдается особенность, обусловленная соседней нерадиальной модой (3,1). Расположение микрофона-приёмника в резонаторе выбрано под углом $39,2^\circ$, так чтобы минимизировать амплитуду данной моды. Поэтому величина данной особенности является мерой неточности расположения микрофонов, а также отклонения формы резонатора от сферической и неидеальности газа. Видно, что примесь соседних максимумов к радиальным модам достаточно заметная.

В табл. 2. представлены частоты акустического резонанса f_a и добротности Q_e , определенные в результате аппроксимации измеренных частотных зависимостей. В таблице также представлены значения термодинамической температуры T_A и средней температуры T_R , измеренной термометром сопротивления, а также давления газа p в резонаторе. Согласно показаниям термометра сопротивления дрейф температуры за время измерения частотной зависимости составил менее 2 мК.

Неопределённость определения термодинамической температуры была обусловлена главным образом неопределённостью измерения давления газа в резонаторе.

Наилучшее совпадение температуры, определённой из акустического резонанса, и температуры, измеренной термометром сопротивления, наблюдалось для моды (0,3), а наихудшее для моды (0,2), для которой максимум соседней моды (3,1) расположен наиболее близко. Это может быть связано с перемешиванием данных мод. При этом для мод (0,3) и (0,4) значения температуры совпадают в пределах неопределённости эксперимента.

Таблица 2

Частота акустического резонанса f_a , экспериментальная Q_e и рассчитанная добротность Q_t акустического резонанса, давление газа p и значения температуры T_A и T_R , рассчитанные из акустического резонанса и измеренные термометром сопротивления

Мода	p , кПа	f_a , Гц	Q_e	Q_t	T_R , К	T_A , К	$T_R - T_A$, мК
(0,2)	141,85±5,1	14506,95±0,10	1260	1440	296,416±0,001	296,392±0,013	24±13
(0,3)	141,85±5,1	24944,35±0,09	1730	1820	296,432±0,001	296,432±0,013	0±13
(0,4)	141,85±5,1	35210,44±0,09	1980	2090	296,446±0,001	296,440±0,013	6±13

Теоретический расчёт частотных зависимостей акустического сигнала

Расчёт частотных зависимостей акустического сигнала проводился как в широком диапазоне частот, так и вблизи максимумов радиальных мод.

Расположение и размеры отверстий и микрофонов были приняты такими же, как у исследованного резонатора. Единственным отличием было использование в расчётах микрофонов с внешней поляризацией, в то время как в экспериментах использовались преполяризованные микрофоны тех же размеров и той же чувствительности.

Пример рассчитанной частотной зависимости модуля амплитуды акустического сигнала представлен на рис. 4. При расчёте были использованы значения теплопроводности, вязкости и акустического вириального коэффициента гелия из работы [8].

На рис. 4 обозначены основные радиальные и некоторые нерадиальные моды. Видно, что частотная зависимость имеет сложный вид и к сигналу от радиальных мод примешивается сигнал от соседних нерадиальных мод.

Частотная зависимость потерь энергии в резонаторе [3] и примесь сигнала от соседних мод могут изменять резонансную частоту. Для анализа влияния этих факторов на определяемую термодинамическую температуру были рассчитаны частотные зависимости акустического сигнала вблизи максимумов радиальных мод (0,2), (0,3), (0,4). В этих расчётах температура T_1 принималась равной 295 К, давление гелия 1,5 атм. Рассчитанные зависимости были аппроксимированы функцией (1) или линейной комбинацией двух таких функций. Радиус резонатора был принят равным 50 мм. В результате аппроксимации были определены частоты резонанса и рассчитаны соответствующие значения термодинамической температуры по принятой в настоящее время методике [1]. Результаты расчётов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Значения термодинамической температуры, заложенные в расчёт частотных зависимостей акустического сигнала T_1 и определённой из аппроксимации рассчитанных зависимостей одной функцией (1) T_2 и комбинацией двух функций (1) T_3

Мода	T_1 , К	T_2 , К	T_3 , К	$T_1 - T_2$, мК	$T_1 - T_3$, мК
(0,2)	295	294,9998	-	0,2	-
(0,3)	295	294,9986	294,9998	1,4	0,2
(0,4)	295	295,0006	294,9996	-0,6	0,4
(0,5)	295	294,9998	-	0,2	-

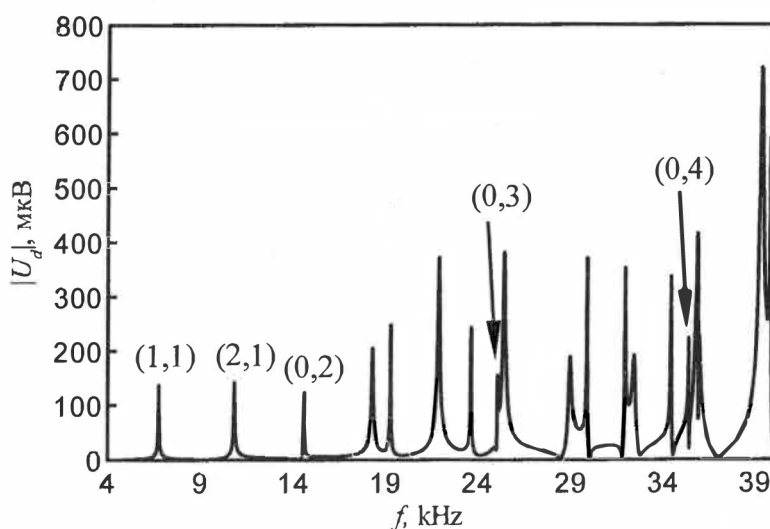


Рис. 4. Рассчитанная частотная зависимость модуля амплитуды акустического сигнала. Поляризация микрофонов 140 В. Амплитуда сигнала, подаваемого на излучатель 10 В. Давление гелия в резонаторе 1013 кПа. Температура гелия 300 К

Видно, что при аппроксимации одной функцией отличие температур составляет менее 1,5 мК, а при аппроксимации комбинацией двух функций менее 0,5 мК. Таким образом, стандартная процедура аппроксимации обеспечивает ошибку определения термодинамической температуры менее 0,5 мК.

Для анализа причин отклонения термодинамической температуры, определённой из акустического резонанса, от температуры, измеренной термометром сопротивления, были рассчитаны частотные зависимости акустического резонанса для температуры и давления газа, при которых были измерены экспериментальные частотные зависимости. В результате аппроксимации рассчитанных зависимостей функцией (1) была определена теоретическая добротность резонансных максимумов Q_i , представленная в табл. 2. Оказалось, что наибольшее отличие температуры, определённой из акустического резонанса, от температуры, измеренной термометром сопротивления, наблюдается для моды с максимальным отличием экспериментальной добротности от теоретической. Это указывает на то, что отличие экспериментальной добротности от теоретической может служить критерием точности определения температуры акустическим методом.

Заключение

Таким образом, при температуре, близкой к комнатной, были проведены измерения частотных зависимостей акустического сигнала в изготовленном во ВНИИФТРИ сферическом акустическом резонаторе, заполненном

газообразным гелием. В результате аппроксимации измеренных частотных зависимостей были получены значения термодинамической температуры и проведено их сравнение с температурой, измеренной термометром сопротивления. Были теоретически рассчитаны частотные зависимости акустического сигнала на основе решения уравнений линейной акустики, которые показали, что аппроксимация частотных зависимостей по принятой в настоящее время методике обеспечивает определение термодинамической температуры с ошибкой не более 0,5 мК.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии.

Литература

1. Moldover M.R. Acoustic gas thermometry / M.R. Moldover, R.M. Gavioso, J.B. Mehl, L. Pitre, M. de Podesta, J.T Zhang // *Metrologia*, 2014, v. 51, p. R1-R19.
2. Benedetto G. Acoustic measurements of the thermodynamic temperature between the triple point of mercury and 380K / G. Benedetto, R.M. Gavioso, R. Spagnolo, P. Marcarino, A. Merlone // *Metrologia*, 2004, v. 41, p. 74–98.
3. Moldover M.R. Measurement of universal gas constant R using a spherical acoustic resonator / M.R. Moldover, J.P.M. Trusler, T. J. Edwards, J.B. Mehl, R. S. Davis // *Journal of research of the national bureau of standards*, 1988, v. 2, p. 85-144.
4. Mehl J. B. Measurement of the ratio of the speed of sound to the speed of light / J.B. Mehl, M.R. Moldover // *Physical Review A*, 1986, v. 34, p. 3341-3344.
5. May E. F. Quasi-spherical cavity resonators for metrology based on the relative dielectric permittivity of gases / E. F. May, L. Pitre, J. B. Mehl, M. R. Moldover, J. W. Schmidt // *Review of scientific instruments*, 2004, v. 75, p. 3307-3317.
6. Калиткин Н.Н. Численные методы.- М.: Наука, 1978, 512 с.
7. Кытин В.Г. Моделирование акустического резонанса в сферических резонаторах для прецизионного определения термодинамической температуры / В.Г. Кытин Г.А. Кытин // *Измерительная техника*, 2015, № 1, с. 35-39.
8. Mehl J. B. Ab initio properties of gaseous helium / J. B. Mehl // *C. R. Physique*, 2009, v. 10, p. 859–865.