

ОПТИЧЕСКИЙ СТАНДАРТ ЧАСТОТЫ НА ИОНАХ АЛЮМИНИЯ: ОЦЕНКИ ЭФФЕКТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПОЛЕМ ИОННОЙ ЛОВУШКИ И ИЗЛУЧЕНИЕМ ЧЕРНОГО ТЕЛА

В.Г. Пальчиков

ФГУП «ВНИИФТРИ, Московская область;

Московский ядерный университет МИФИ, Москва, palchikov@vniiftri.ru

В.Д. Овсянников, С.И. Мармо, С.Н. Мохненко

Воронежский госуниверситет, Воронеж

В работе излагаются принципы работы оптического стандарта времени и частоты на ионах алюминия. Проводится детальный анализ бюджета неопределенностей оптического стандарта.

The main principles of the work for an optical frequency standard on aluminium ion are given in the present paper. Detailed analysis for the budget of uncertainties for such kind of standard is given.

Ключевые слова: ионный стандарт, квадрупольная ловушка, эффекты излучения черного тела

1. Введение

Стандарты частоты-времени на ионах алюминия Al^{+} достигли рекордных показателей относительной точности на уровне $10^{-17} - 10^{-18}$ [1]. Для удержания ионов в ограниченной области пространства в течение длительного периода времени, необходимого для сверхточных измерений, используются ловушки Пеннинга и Пауля. Ионные ловушки находят применение во многих областях атомной и молекулярной физики, квантовых вычислений, фундаментальной спектроскопии [1–5]. Благодаря возможности использования механизма симпатического охлаждения, а также долгосрочного хранения, сильной изоляции ионов, позволяющей практически исключить воздействие окружающей среды, ионные ловушки являются наиболее перспективными приборами для создания фундаментальных стандартов частоты и времени, а также для осуществления квантовых вычислительных операций. Движение заряженных частиц можно ограничить в определенной области пространства путем соответствующего подбора электрических и магнитных полей. Локализовать частицы таким способом можно в очень малом объеме пространства. Согласно классической электродинамике (теореме Ирншоу), не существует конфигурации статического электрического поля, позволяющей удерживать заряженную частицу в ограниченной области пространства. Поэтому для удержания ионов в ловушке используется подбор полей, включающий наряду с электростатическим полем переменное монохроматическое поле (в ловушке Пауля) или постоянное магнитное поле (в ловушке Пеннинга). Благодаря наличию заряда, напряженности полей, удерживающих предварительно охлажденный ион, могут быть достаточно малыми, так что их влияние на частоту часового перехода достаточно мало.

Однако полного устранения влияния всех внешних полей на частоту электромагнитного перехода в ионе добиться практически невозможно. К таким полям могут относиться случайные аппаратурные поля, флуктуирующее магнитное поле Земли, а также неустранимое и вездесущее поле теплового излучения – излучения черного тела (ИЧТ). Спектр интенсивности ИЧТ описывается распределением Планка, существенно зависящим от температуры окружающей среды T . При комнатной температуре $T \approx 300$ К максимум и основной вклад в интенсивность ИЧТ дают частоты ниже 2 ТГц, почти на 2 порядка ниже резонансных частот основного и метастабильного часовых уровней ионов Al^+ . Это позволяет считать поле ИЧТ идентичным стационарному, так что термоиндуцированный сдвиг полностью определяется разностью статических поляризуемостей рабочих уровней. По сравнению с другими атомами и ионами, рассматриваемыми в настоящее время в качестве перспективных объектов для использования в качестве оптических стандартов частоты, у ионов Al^+ данная разность минимальна [5], так что рассматриваемый тепловой сдвиг не превышает $4 \cdot 10^{-18}$ от частоты часового перехода. Таким образом, знание статической поляризуемости с погрешностью не более 10% , а температуры ИЧТ с погрешностью не более 6.5% (при комнатной температуре окружающей среды), позволяет оценить относительную погрешность частотного стандарта, связанного с влиянием окружающей среды на уровне $4 \cdot 10^{-19}$. Это рекордно малая погрешность от теплового излучения среди известных на сегодняшний день погрешностей в других атомах и ионах. Это обстоятельство существенно повышает интерес к ионам Al^+ , как к наиболее перспективным кандидатам для создания стандартов частоты нового поколения.

Основной проблемой, препятствующей высокоэффективному использованию Al^+ является отсутствие лазерного излучения на частоте сильного резонансного перехода между основным $3s^2(^1S_0)$ и возбужденным состоянием $3s3p(^1P_1)$ состояниями с длиной волны 167 нм для первичного охлаждения ионов. Загрузка иона возможна только при достаточно малой его скорости относительно ловушки. Поэтому перед загрузкой необходимо понизить тепловую скорость иона до скоростей, соответствующих сверхнизким температурам. Структура и оптические свойства энергетических уровней ионов Al^+ не позволяют охлаждать их напрямую до температуры порядка 1 мкК, требуемой для эффективной загрузки ловушки. Поэтому здесь используется метод симпатического охлаждения за счет передачи тепловой энергии иона Al^+ сильно охлажденным ионам элементов группы II периодической системы.

Раздел 1 настоящей работы посвящен обсуждению энергетического сдвига часовых уровней и оценке неопределенностей частоты часового перехода в ионах алюминия, индуцируемых взаимодействием с симпатическим ионом магния, с полем ионной ловушки и с излучением черного тела.

В разделе 2 настоящей работы обсуждается разрабатываемый в последние годы метод симпатического охлаждения и логического считывания частоты часового перехода 3P_0 - 1S_0 в Al^+ спарринг-ионом щелочноземельного элемента. Представленный здесь материал демонстрирует необходимость подробных численных расчетов радиационных характеристик как рабочих ионов стандарта Al^+ , так и наиболее вероятных кандидатов в качестве спарринговых ионов – Be^+ , Mg^+ , Ca^+ , Ba^+ , Zn^+ , Cd^+ , Hg^+ .

Раздел 3 описывает основные характеристики ионных ловушек и фундаментальные принципы симпатического охлаждения и удержания ионов Al^+ и охлаждающего (симпатического) спарринг-иона в ловушке Пауля. Определяется сдвиг часовых уровней и частоты стандарта полем ловушки.

Раздел 4 представляет результаты исследования влияния теплового излучения окружающей среды на часовые уровни ионов Al^+ , а также на энергетические уровни спарринг-ионов, используемые для охлаждения лазерным излучением. Численные расчеты сдвига и уширения энергии рассматриваемых состояний производятся на основе теории Галлагера-Куке и Фарлея-Винга, развитой для ридберговских атомов в начале 1980-х годов, а также метода МПФ и МКД, хорошо апробированных в расчетах амплитуд электромагнитных переходов и восприимчивостей атомов, молекул и ионов.

2. Общие свойства уровней энергии в ионах алюминия

2.1. Энергетический спектр ионов Al^+

Возможность использования переходов из основного 1S_0 -состояния в метастабильное 3P_0 -состояние в ${}^{27}Al^+$ и в других ионах группы IIIa в качестве оптического стандарта частоты была впервые высказана Демельтом [3]. Эти переходы имеют экстремально высокий фактор добротности Q при нулевом квадрупольном моменте, поскольку полные моменты обоих часовых уровней $J=0$. В частности для ионов ${}^{27}Al^+$ этот фактор оценивается на уровне $Q = \nu_{clock} / \Gamma_{{}^3P_0}^{sp} \approx 1.4 \cdot 10^{17}$, где $\Gamma_{{}^3P_0}^{sp} \approx 8$ мГц – естественная ширина метастабильного уровня 3P_0 , $\nu_{clock} \approx 1.12$ ПГц – частота стандарта [4]. На рис. 1 показана структура уровней ${}^{27}Al^+$, связанных со стандартом. Сильный резонансный 167 нм $3s^2 {}^1S_0$ - $3s3p {}^1P_1$ переход мог бы служить для лазерного охлаждения и последующего детектирования связанных состояний, однако перестраиваемых узкополосных лазеров с такой длиной волны не существует. Поэтому была выдвинута идея одновременного захвата вспомогательного иона, который мог бы охлаждаться и оптически детектироваться на более удобной длине волны [4]. Часовой ион также охлаждается, поскольку он сильно связан кулоновским взаимодействием со вспомогательным ионом.

Используя тот факт, что оба иона захвачены в одно и то же вибрационное состояние, суперпозиция состояний часового иона передается вспомогательному и влияет на суперпозицию сверхтонких состояний последнего. Таким образом, переход часового иона в метастабильное состояние можно фиксировать по флуоресценции вспомогательного иона. В качестве охлаждающих ионов могут служить ионы щелочноземельных элементов, имеющие сильный резонансный переход в области длин волн, доступных для перестраиваемых лазеров. В частности, длина волны резонансного излучения на переходе $2s(^2S)-2p(^2P_J)$ для ионов Be^+ составляет 313 нм, для ионов Mg^+ – 280 нм на переходе $3s(^2S)-3p(^2P_J)$, для ионов Ca^+ – 397 нм на переходе $4s(^2S)-4p(^2P_{1/2})$ и 393.5 нм на переходе $4s(^2S)-4p(^2P_{3/2})$, для ионов Sr^+ – 422 нм на переходе $5s(^2S)-5p(^2P_{1/2})$ и 408 нм на переходе $5s(^2S)-5p(^2P_{3/2})$.

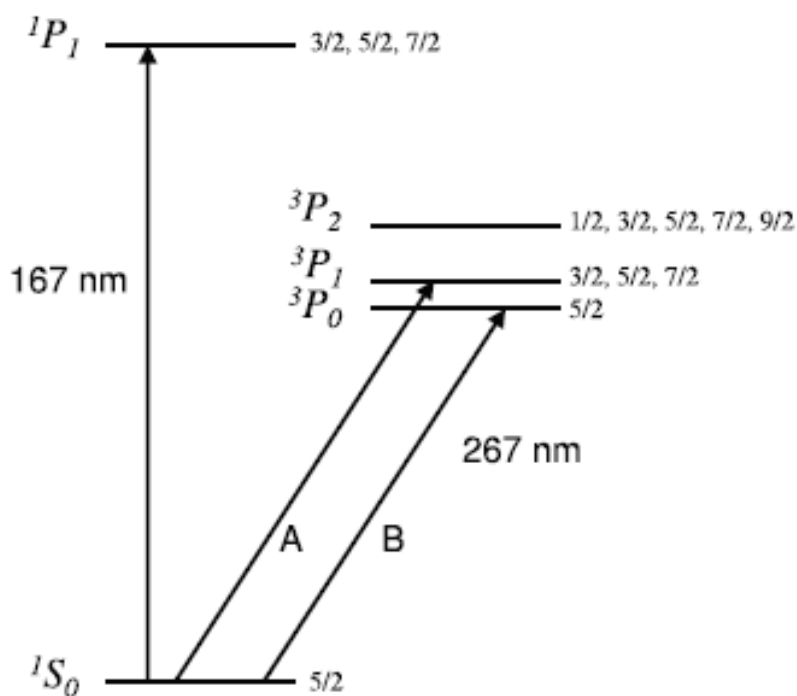


Рис. 1.

Энергетические уровни иона $^{27}Al^+$. Справа от энергетических уровней указаны их полные моменты F . Тонкое расщепление существенно увеличено, сверхтонкое не показано. Ширина перехода А $\Gamma_A \approx 500$ Гц, более добротный переход В имеет ширину $\Gamma_B \approx 8$ мГц и наблюдался с помощью логического иона Be^+ в [4].

2.2. Механизм лазерного охлаждения.

Симпатическое охлаждение в двухионной системе $^{27}\text{Al}^+ - ^{24}\text{Mg}^+$

Большая глубина потенциальной ямы в ионных ловушках позволяет удерживать ионы с достаточно большой энергией. Глубина ямы может достигать 2 эВ и, если допустить, что кинетическая энергия ионов составляет 10% от глубины ямы, то их кинетическая энергия соответствует температуре приблизительно в 80 раз выше комнатной, $k_0T \approx 1/40$ эВ. Соответствующий относительный сдвиг частоты часового перехода, вызванный эффектом Доплера второго порядка [6], для иона с массовым числом 200 равен $\Delta\nu/\nu = -v^2/2c^2 = -(mv^2/2)/mc^2 \approx 10^{-11}$, что существенно ограничивает точность стандарта частоты.

Эффективными средствами уменьшения кинетической энергии атомов являются методы лазерного охлаждения. Данные методы основаны на общем принципе, заключающемся в том, что энергия фотона, поглощенная ионом, должна быть меньше энергии, теряемой атомом при последующей (чаще всего, спонтанной) релаксации иона.

Ион в ловушке находится в связанном состоянии, и его энергетические колебательные уровни дискретны. Пусть расстояние между колебательными уровнями равно Ω . Далее кратко описаны два метода лазерного охлаждения, отвечающих случаям $\Omega \ll \gamma$ и $\Omega \gg \gamma$, где γ – естественная ширина линии внутриаомного перехода.

В первом случае ($\Omega \ll \gamma$) ширина линии велика, и под влиянием лазерного поля возбуждается множество пространственных колебательных состояний иона. В этом случае квантовый характер пространственного движения иона несуществен и процессы охлаждения сходны с доплеровским охлаждением свободных атомов.

Если в системе, связанной с атомом, частота фотона равна ω_0 (и совпадает с частотой внутриаомного перехода), то в лабораторной системе частота того же фотона сдвинута за счет эффекта Доплера:

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_k}{c} \right), \quad \mathbf{e}_k = \frac{\mathbf{k}}{\kappa}, \quad \kappa = \frac{\omega}{c} \quad (1)$$

и зависит от взаимной ориентации вектора скорости атома \mathbf{v} и волнового вектора фотона $\mathbf{k} = \kappa \mathbf{e}_k$. Если направление испускания фотона (вектор \mathbf{e}_k) и скорость движения атома \mathbf{v} противоположны друг другу, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_k < 0$, то частота фотона в лабораторной системе меньше частоты перехода, $\omega < \omega_0$. Тем не менее, энергии этого фотона хватает для возбуждения атома (происходящего в собственной системе отсчета) в силу эффекта Доплера (1). Релакси-

рующий атом спонтанно испускает фотон изотропно в пространство, поэтому в среднем (при усреднении по направлениям испускания спонтанно излученного фотона) второе слагаемое в скобках (1) исчезает, и средняя частота спонтанно излученного фотона равна ω_0 . Разница между энергиями поглощенного и излученного фотона $\hbar\omega_0 - \hbar\omega$ компенсируется за счет кинетической энергии атома, приводя к его замедлению.

Доплеровское охлаждение может быть пояснено и на языке переданного импульса. Для охлаждения необходимо отстроить частоту охлаждающего лазерного поля в красную область спектра относительно резонансной линии. При этом ионы будут поглощать фотоны из охлаждающего поля в том случае, если они движутся навстречу волновому вектору поля \mathbf{k} . Каждый процесс поглощения соответствует уменьшению импульса иона на величину $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$. Спонтанное испускание фотона происходит изотропно, и средний переданный в процессе переизлучения импульс равен нулю.

Предельная температура T_D , которая достигается таким методом, отвечает доплеровскому пределу, $kT_D = \hbar\gamma/2$. В случае сильного охлаждающего перехода, имеющего спектральную ширину γ в несколько десятков мегагерц, доплеровский предел соответствует температуре $T_D \approx 1$ мК. Для достижения более низких температур порядка 1 мК требуется вторичное охлаждение на частоте перехода с шириной не более 10 кГц.

Симпатическое лазерное охлаждение представляет собой важный экспериментальный инструмент в таких областях, как квантовые вычисления, квантовая химия и прецизионная спектроскопия. Наибольший интерес представляет симпатическое охлаждение облака ионов со сложными структурами уровней, которые нельзя охладить лазером напрямую. Прецизионная спектроскопия одиночных или нескольких ионов с симпатическим охлаждением с помощью хорошо управляемого или логического иона в линейной ловушке Пауля может быть реализована использованием квантово-логической спектроскопии (QLS). Здесь лазерное охлаждение логического иона обеспечивает не только симпатическое охлаждение, но также помогает считывать состояние второго иона [7].

Одним из требований для применения этого метода является эффективное доплеровское лазерное охлаждение небольших линейных ионных кристаллов. Доплеровское охлаждение сначала было экспериментально продемонстрировано для захваченных в ловушку ионов магния. После этого стало ясно, что сильное электростатическое взаимодействие между лазерно охлаждаемыми ионами и ионами, которые не поддаются лазерному охлаждению, позволяет эффективно охлаждать последние в больших ионных облаках. С помощью одного лазерно охлаждаемого иона можно симпатически охладить кристаллизованную линейную цепочку до 15 ионов аналогичной массы.

Альманах современной метрологии, 2017, № 9

Симпатическое доплеровское охлаждение было успешно реализовано в двухионных кристаллах с массовым соотношением до 3.

Для охлаждения ионов с ещё большим соотношением масс был предложен захват этих двух видов ионов в отдельные потенциальные ямы. Структура, динамика и охлаждение линейных ионных кристаллов составляющих их ионов различных масс были исследованы теоретически в основном в контексте квантовой обработки информации, с основным акцентом на структуру и скорость охлаждения.

Для таких приложений, как оптические стандарты частоты, требующие высокоточной спектроскопии, самая низкая температура для доплеровского охлаждения будет определяться индуцированными сдвигами уровней под действием поля ловушки и релятивистских эффектов. Нагрев ионов в ловушке за счет движения в результате колебаний электрического поля существенно изменяет достижимую доплеровским охлаждением температуру.

Достижимый предел охлаждения сильно зависит от колебаний напряженности внешнего электрического поля, отношения масс между охлаждаемым и спектроскопическим ионом и параметров ловушки. Например, температура доплеровского охлаждения в радиальном направлении является гораздо более чувствительной к различию в массах по сравнению с осевым.

Очевидно, для охлаждения ионов $^{27}\text{Al}^+$ наиболее эффективным является использование ионов $^{25}\text{Mg}^+$, так как они выделяются из-за почти идеального совпадения масс. Однако было показано [7], что использование ионов $^{40}\text{Ca}^+$ будет давать аналогичные, а в некоторых случаях даже лучшие результаты, чем ионы Mg^+ , вследствие более низкой температуры, достижимой доплеровским охлаждением.

Минимальная энергия часового иона для различных скоростей нагрева электрическим полем всегда достигается при массовом соотношении $\mu = 8/11$. Абсолютное значение для предела охлаждения зависит от ширины линии охлаждаемых ионов. В два раза большая ширина охлаждающего перехода Mg^+ по сравнению с другими ионами приводит к удвоению всех ограничений для охлаждения.

В качестве кандидата на роль логического иона наиболее подходят $^{25}\text{Mg}^+$, $^9\text{Be}^+$, $^{40}\text{Ca}^+$ даже при наличии умеренной скорости внешнего нагрева. Причем последние два имеют меньшую ширину охлаждающего перехода, чем $^{25}\text{Mg}^+$, что приводит к снижению доплеровского предела температуры и, следовательно, имеет меньшие доплеровские сдвиги второго порядка.

Атомные часы достигают своей максимальной точности в условиях стабильности, когда часовой переход считывается без задержек между последовательными показаниями [7]. Одним из вкладов в эти задержки является время, необходимое для охлаждения ионов в случае их столкновения с час-

тицами горячего фонового газа. На кристаллический ион передается тепловая энергия порядка комнатной температуры, в результате чего происходит нагревание и декристаллизация ионных кристаллов. Это значит, что необходимо учитывать нелинейный вклад кулоновских сил для оценки динамики охлаждения при таких высоких температурах. Охлаждение ионов Al^+ с помощью ионов кальция занимает примерно 100 мс, что не создаст ограничения для стабильности часов.

Пусть $\Omega \gg \gamma$ и ловушка функционирует в режиме Лэмба – Дике, т.е. частота, соответствующая энергии отдачи фотона, существенно меньше величины Ω . В этом случае можно спектрально разрешить «боковые» частоты ловушки, т.е. частоты $\omega = \omega_0 \pm n \Omega$, где ω_0 – частота внутриатомного перехода. Пусть частота охлаждающего лазерного излучения равна $\omega = \omega_0 - \Omega$. Ион поглощает фотон с такой частотой, а затем спонтанно релаксирует в основное состояние, теряя энергию (см. рис. 2.). В результате многочисленных актов поглощения/испускания ион может быть охлажден вплоть до основного колебательного уровня. Такое охлаждение называется охлаждением на боковых частотах; экспериментально достигнутые таким методом температуры составляют менее 50 мК.

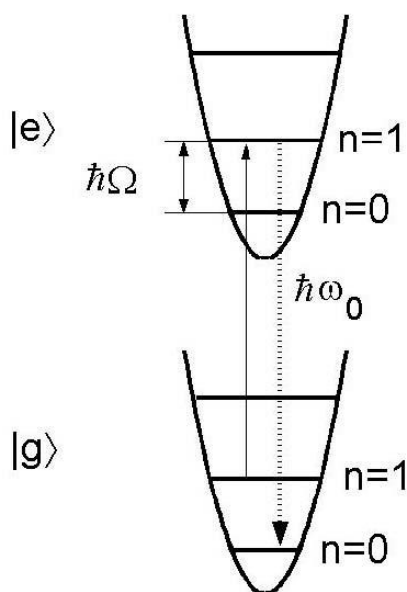


Рис. 2. Охлаждение на боковых частотах

До сих пор для простоты рассматривался один ион, помещенный в ловушку с характерной частотой Ω . Все рассуждения можно распространить и на случай нескольких захваченных ионов. Следует лишь выбрать нормальную моду колебаний с частотой Ω_α (наименьшую из возможных, для минимизации энергии нулевых колебаний, т.е. энергии в состоянии $|0\rangle_\alpha$) и выбрать подходящий переход одного из ионов для целей охлаждения. Таким образом, вся ионная подсистема будет охлаждена как целое (как единая частица). Подобное охлаждение называется симпатическим или индуцированным охлаждением, которое эффективно применяется в двухионных системах, содержащих «часовой» и вспомогательный (симпатический) ионы.

Симпатическое охлаждение применяется в тех случаях, когда непосредственное лазерное охлаждение ионов затруднено или вообще невозможно. Например, при неподходящем спектре иона или при отсутствии лазерных источников на длине волны охлаждающего перехода [8].

В этом случае охлаждение можно осуществить с помощью добавления ионов другого типа, для которых применим метод лазерного охлаждения. Термин «Симпатическое» означает процесс, когда ионы одного типа за счёт теплового обмена энергией охлаждают частицы другого [9]. Этот способ, конечно, предполагает, что эти два вида частиц могут быть приведены в тепловой контакт, то есть при перекрытии распределениями на время необходимое для достижения равновесия. В принципе, симпатическое лазерное охлаждение можно осуществить в любой ловушке Пауля или Пеннинга [8].

Симпатическое охлаждение было предложено сразу же после демонстрации охлаждения лазерным рассеянием, в первую очередь для сильного снижения ограничений последнего [10]. Название «sympathetic» означало «сочувственно (sympathetically)» охлаждение через столкновения, которое приводило ионы разных типов в общее температурное равновесие [9]. Для достижения этого параметры ловушки должны быть выбраны таким образом, чтобы оба охлаждающихся симпатически вида ионов выполняли критерии стабильности для ловушки, будь то Пауля или Пеннинга. Захваченные одновременно в ловушку ионы разных типов с перекрывающимися распределениями будут взаимодействовать через кулоновские столкновения, которые могут привести к обмену тепловой энергией и переходу к тепловому равновесию. Впервые этот метод использовался для охлаждения двух изотопов одного элемента ($^{25}\text{Mg}^+$ и $^{26}\text{Mg}^+$) ионами $^{24}\text{Mg}^+$ [10, 11].

В дополнение к расширению области применимости техники лазерного охлаждения, симпатическое охлаждение позволяет избежать сильного оптического возмущения энергетических уровней атомных ионов, иначе лазерное охлаждение приходится выключать на время опроса состояния иона, чтобы избежать световых сдвигов и уширений [12] уровней энергии. Все ос-

новые преимущества лазерного охлаждения, такие как долгосрочное удержание частиц, высокая плотность, низкая температура, переносятся и на симпатическое охлаждение [13]. В результате ионы хорошо локализованы и хранятся при температуре в несколько десятков мК в течение длительного периода времени без возмущения оптическими лазерными полями.

Скорость снижения температуры при симпатическом охлаждении зависит от количества охлаждённых ионов и пространственного перекрытия волновых функций двух видов ионов, однако кулоновское рассеяние на больших дистанциях допускает эффективное охлаждение даже в случае лишь частичного перекрытия электронных оболочек ионов.

Важным аспектом в ионной ловушке является то, что при достаточно сильном охлаждении формируются упорядоченные структуры – кулоновские кристаллы [14]. Кулоновский кристалл – кристаллический массив, который образуется при лазерном охлаждении захваченных в ловушку ионов, когда взаимное расположение ионов примерно фиксируется и определяется балансом между силой, удерживающей ионы в ловушке, и кулоновским отталкиванием ионов. Кулоновский кристалл также известен как ионный кристалл. Когда кинетическая энергия каждой из частиц становится достаточно малой, кулоновское отталкивание начинает доминировать [15, 16]. Кулоновская кристаллизация, достигнутая симпатическим охлаждением, наблюдалась в работах [18, 19].

Поскольку лазерное охлаждение больших ионных облаков работает только в ловушках Пеннинга, то соответственно и метод симпатического охлаждения для большого количества атомов может быть использован только в них [9].

2.3. Высокодобротные переходы для оптического стандарта частоты на ионах Al^+

Алюминий по распространённости в земной коре занимает первое место среди металлов и 3-е место среди элементов, уступая только кислороду и кремнию. Алюминий составляет около 8% от веса твердой поверхности в земной коре. Природный алюминий в земной коре практически полностью состоит из изотопа ^{27}Al со следами ^{26}Al , радиоактивного изотопа с периодом полураспада 717 тыс. лет, который образуется при бомбардировке ядер аргона протонами космических лучей. Алюминий имеет много известных изотопов, массовые числа которых лежат в диапазоне от 21 до 42. Однако только ^{27}Al (стабильный изотоп) и ^{26}Al (радиоактивный изотоп) встречаются в природе, причем 99.9% природного алюминия приходится на долю стабильного изотопа ^{27}Al [20].

Содержание магния в земной коре 19 кг/т. Это один из самых распространенных элементов земной коры. В природе встречается три стабильных изотопа ^{24}Mg (79%), ^{25}Mg (10%) и ^{26}Mg (11%).

Таблица 1

Добротность стандартов частоты на основе некоторых атомов и ионов

Ион/Атом	Часовой переход	λ , нм	Неопределенность частоты [21]	Добротность ($\nu_0 / \Delta \nu$)	Лаборатория
$^{27}\text{Al}^+$ ион	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$	267	$9 \cdot 10^{-18}$	$1.4 \cdot 10^{17}$ [22]	NIST
$^{199}\text{Hg}^+$ ион	$^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{D}_{5/2}$	282	$2 \cdot 10^{-17}$	$1.6 \cdot 10^{14}$ [23]	NIST
^{87}Sr в решетке	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$	698	$1.6 \cdot 10^{-16}$	$2.4 \cdot 10^{14}$ [24]	JILA
^{171}Yb в решетке	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$	578	$3.4 \cdot 10^{-16}$		NIST
$^{171}\text{Yb}^+$ ион	$^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{D}_{3/2}$	436	$4.5 \cdot 10^{-16}$		PTB
$^{40}\text{Ca}^+$ ион	$^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{D}_{5/2}$	729	$2.4 \cdot 10^{-15}$	$2 \cdot 10^{15}$ [25]	Innsbruck
$^{88}\text{Sr}^+$ ион	$^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{D}_{5/2}$	674	$3.8 \cdot 10^{-15}$		NPL
^{40}Ca атом	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_1$	657	$7.5 \cdot 10^{-15}$		NIST
$^{171}\text{Yb}^+$ ион	$^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{F}_{7/2}$	467	$1.8 \cdot 10^{-14}$		NPL
$^{115}\text{In}^+$ ион	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$	237	$1.8 \cdot 10^{-13}$	$1.6 \cdot 10^{15}$ [26]	MPQ
$^{199,201}\text{Hg}$ в решетке	$^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$	266			SYRTE

Для стандарта частоты оптического диапазона нужен высокий фактор добротности, определяемый отношением частоты перехода к его ширине. Для этого нужен переход между электронными термами с характерными атомными частотами, но с макроскопически большим временем жизни возбужденного состояния, то есть с сильно подавленной вероятностью спонтанного распада в основное состояние.

Оценки добротности линий переходов между нормальным и метастабильным уровнями в некоторых атомах и ионах приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что наибольшей добротностью обладает ион $^{27}\text{Al}^+$.

Переходы, обладающие такими характеристиками, есть у нейтральных атомов и у ионов, имеющих в основном состоянии два валентных электрона на оболочке с главным квантовым числом $n \geq 2$. Здесь для определенности будем говорить об однозарядных ионах, сосредоточившись, главным образом, на ионе $^{27}\text{Al}^+$ ($Z = 13$). Основному состоянию с электронной конфигурацией ns^2 отвечает один уровень $n^1\text{S}_0$. В дальнейшем букву n будем опускать. Низшим возбужденным состоянием отвечает электронная конфигура-

ция sp . Для этой конфигурации в приближении LS-связи возникают 4 термина 1P_1 , 3P_0 , 3P_1 , 3P_2 . На рис. 3 схематически (без соблюдения масштаба) изображены указанные уровни – основной и 4 возбужденных [27], из которых возможны электродипольный («E1»), магнитно-квадрупольный («M2»), интеркомбинационный («IC»), а также индуцированный сверхтонким взаимодействием («hfs») радиационные переходы.

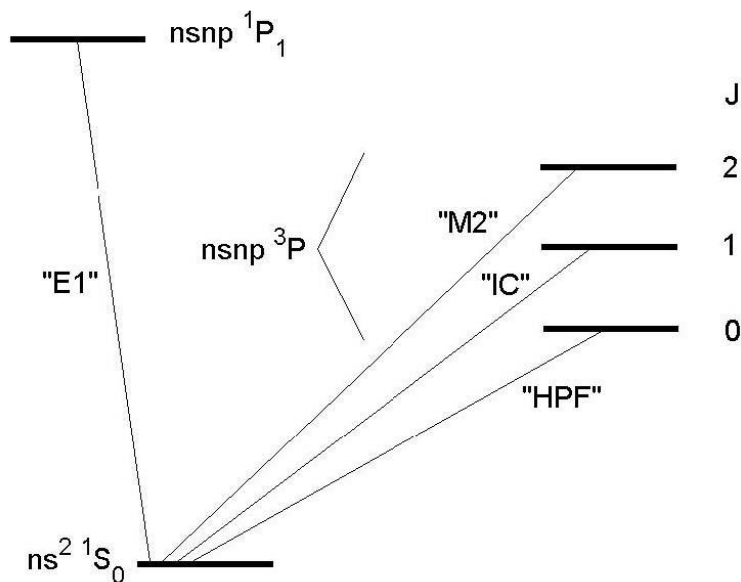


Рис. 3. Основной и возбужденные уровни двухвалентного атома

Расщепление возбужденных уровней $^3P_{J=0,1,2}$ обусловлено, главным образом, спин-орбитальным взаимодействием для данного LS-терма. Относительно них терм 1P_1 смещен вверх и отделен большим энергетическим потенциалом из-за электростатического отталкивания двух электронов. Это отталкивание в синглетном состоянии с суммарным спином $S = 0$, т.е. для симметричной по пространственным координатам волновой функции, значительно больше, чем в триплетном состоянии с суммарным спином $S = 1$, когда антисимметрия координатной волновой функции приводит к уменьшению роли электростатического отталкивания. Например, переходу $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ в ионе Al^+ соответствует длина волны 167 нм, в то время как переходам $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ и $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ отвечают гораздо большие длины волн, а именно, 267.4 нм и 267 нм соответственно.

Теперь рассмотрим радиационные ширины возбужденных состояний относительно спонтанных переходов в основное состояние. Как следует из стандартных правил отбора, дипольный матричный элемент перехода между состояниями $|^1P_1\rangle$ и $|^1S_0\rangle$ отличен от нуля. Поэтому радиационное время жизни состояния $|^1P_1\rangle$ имеет характерный атомный масштаб. Так, у иона алюминия время жизни состояния $|^1P_1\rangle$ составляет 0.6 нс.

У остальных возбужденных состояний, представленных на рис. 3, спин $S=1$, и переход в основное состояние сопровождается изменением полного спина. Такие переходы в приближении LS-связи запрещены. Правило отбора $\Delta S=0$, однако, не является строгим и нарушается из-за магнитных взаимодействий, которые могут перемешивать различные LS-термы.

Рассмотрим более подробно так называемый интеркомбинационный переход $^3P_1 \leftrightarrow ^1S_0$. Для вычисления силы осциллятора такого перехода надо отказать от приближения LS-связи, которое в первом порядке учитывает спин-орбитальное взаимодействие магнитного момента каждого электрона со своей орбитой. Это приводит только к тонкому расщеплению каждого LS-терма по величине полного момента J . Одновременно с указанным вкладом надо учесть и другие релятивистские эффекты того же порядка $(v/c)^2$, т.е. взаимодействие спина с «чужой» орбитой, спина со спином, а также электростатические обменные эффекты. В результате возникнут поправки к уровням энергии и волновым функциям.

Процедура расчета этих поправок состоит в следующем. Пусть все указанные вклады описываются некоторым гамильтонианом $\delta\hat{H}$. Строим матрицу этого оператора, используя в качестве базиса четыре уже известных нам возбужденных состояния, $|^1P_1\rangle, |^3P_0\rangle, |^3P_1\rangle, |^3P_2\rangle$, полученных в рамках приближения LS-связи. Поправки к энергиям невозмущенных термов и правильные волновые функции получаются с помощью стандартной процедуры диагонализации этой матрицы. Инвариантность взаимодействий относительно вращений означает, что оператор $\delta\hat{H}$ коммутирует с оператором полного момента, \hat{J} и его матрица диагональна по J . Поэтому из недиагональных матричных элементов отличен от нуля только элемент $\langle ^3P_1 | \delta\hat{H} | ^1P_1 \rangle$. Это означает, что в поправленный вектор состояния $|^3P'_1\rangle$ терма 3P_1 , кроме кет-вектора $|^3P_1\rangle$, будет входить дополнительное слагаемое

$$\frac{\langle ^3P_1 | \delta\hat{H} | ^1P_1 \rangle}{E(^3P_1) - E(^1P_1)} |^1P_1\rangle,$$

пропорциональное кет-вектору $|^1P_1\rangle$ и содержащее некоторый малый коэффициент. В результате появляется отличный от нуля дипольный матричный элемент перехода между состояниями $|^3P'_1\rangle$ и $|^1S_0\rangle$. Поскольку этот дипольный матричный элемент пропорционален малому коэффициенту смешивания «невозмущенных» состояний $|^3P_1\rangle$ и $|^1P_1\rangle$, вероятность интеркомбинационного перехода существенно меньше характерной атомной константы распада. Так, у иона алюминия время жизни триплетного состояния $|^3P_1\rangle$ составляет $3 \cdot 10^{-4}$ с., почти на 6 порядков больше, чем время жизни синглетного состояния $|^1P_1\rangle$.

Теперь перейдем к обсуждению интересующего нас высокодобротного часового перехода $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$.

2.4. Часовой переход $^1S_0 - ^3P_0$

Состояния $|3s3p\ ^3P_0\rangle$ и $|3s^2\ ^1S_0\rangle$ в ионе $^{27}Al^+$ характеризуются нулевым полным орбитальным моментом. По правилам отбора однофотонный переход между этими состояниями запрещен в любом порядке мультипольного разложения (магнитного или электрического типа). Данный переход с очень малой вероятностью реализуется через двухфотонный процесс.

Отметим, что представленная картина игнорирует сверхтонкое взаимодействие между электронной подсистемой и ядром. В таком случае задача сводится к отысканию собственных функций $|\xi JM_J\rangle$ «электронного» гамильтониана \hat{H}_{el}

$$\hat{H}_{el}|\xi JM_J\rangle = E(\xi J)|\xi JM_J\rangle \quad (2)$$

и, возможно, поправок к энергиям за счет тонкого (спин-орбитального) взаимодействия $E(\xi J)$. В рассматриваемом приближении функции $|\xi JM_J\rangle$ являются также собственными функциями операторов \hat{J}^2 полного момента электронной подсистемы и его проекции на ось квантования \hat{J}_m – сохраняющимися в рассматриваемом приближении величинами. Здесь и далее индексы ξ и Ξ означают совокупность остальных квантовых чисел, характеризующих состояния, а также, в зависимости от контекста, ту или иную конфигурацию заполненных электронных оболочек.

Если же по тем или иным причинам приходится учитывать взаимодействие ядра с полем, создаваемым электронной подсистемой (сверхтонкое взаимодействие), полный гамильтониан будет содержать оператор сверхтонкого взаимодействия \hat{H}_{hfs} :

$$\hat{H} = \hat{H}_{el} + \hat{H}_{hfs}, \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_{hfs} = \hat{H}_{hfs}^{M1} + \hat{H}_{hfs}^{E2} + \dots. \quad (4)$$

Оператор сверхтонкого взаимодействия (1.24) в общем случае содержит вклады от магнитодипольного \hat{H}_{hfs}^{M1} и электрического квадрупольного \hat{H}_{hfs}^{E2} взаимодействия, а также слагаемые, отвечающие высшим мультипольным моментам (напомним, что в стационарном состоянии электрический дипольный момент ядра равен нулю). Обычно ограничиваются рассмотрением главного члена \hat{H}_{hfs}^{M1} , дающего вклад в энергию сверхтонкого взаимодействия примерно на порядок больше, чем все последующие члены (\hat{H}_{hfs}^{E2} и т.д.) в сумме (4) (см. [28]).

При учете сверхтонкого взаимодействия полный момент электронной подсистемы не сохраняется. Интегралом движения выступает сумма электронного \mathbf{J} и ядерного \mathbf{I} углового момента, $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$. Собственные состояния $|\Xi FM_F\rangle$ полного гамильтониана \hat{H} характеризуются сохраняющимися квантовыми числами F и M_F .

Характерная величина сверхтонкого взаимодействия, определяемая оператором \hat{H}_{hfs}^{M1} , примерно на три порядка меньше интервалов тонкой структуры рассматриваемого мультиплета, в нашем случае 3P . Действительно, гироманнитное отношение e/mc для электрона в $m_p/m_e \approx 1836$ раз больше аналогичного показателя для нуклона. Следовательно, энергия взаимодействия, определяемая оператором \hat{H}_{hfs}^{M1} , в m_p/m_e раз меньше энергии спин-орбитального взаимодействия электронов.

Поэтому сверхтонкое взаимодействие можно рассматривать как малое возмущение в гамильтониане (3). Оно не только сдвигает и расщепляет уровни тонкой структуры, определяемые из решения уравнения (2) (возможно, с поправками на спин-орбитальное взаимодействие), но и приводит, в рамках теории возмущений, к перемешиванию состояний с различными значениями полного углового момента J . В частности, интересующее нас состояние $|3s3p^3P_0 I(F=I)\rangle$ при учете сверхтонкого взаимодействия может быть представлено в виде суммы

$$|{}^3S_3p^3P_0F = IM_F\rangle = c_0 |{}^3S_3p^3P_0F = IM_F\rangle + \sum_{i \neq 0} c_i |\xi_i J_i = 1F_i M_{F_i}\rangle, \quad (5)$$

где $F_i = I, I \pm 1$, $|c_i| \ll |c_0| \approx 1$, $i \neq 0$, определяются по формулам стационарной теории возмущений

$$c_i \approx \frac{\langle \xi_i J_i = 1F_i M_{F_i} | \hat{H}_{hfs}^{M1} | {}^3S_3p^3P_0F = IM_F \rangle}{E({}^3S_3p^3P_0) - E(\xi_i J_i = 1)}.$$

Кавычки в левой части равенства (5) подчеркивают доминирующий характер состояния $|{}^3S_3p^3P_0I(F=I)\rangle$ в суперпозиции (5). Из формулы (5) видно, что за счет примешивания состояний с $J_i = 1$ становится возможным однофотонный электродипольный переход из состояния $|{}^3S_3p^3P_0F = IM_F\rangle$ (правильной волновой функции в нулевом приближении теории возмущений) в основное состояние $|3s^2 {}^1S_0F' = IM'_F\rangle$ со скоростью

$$\gamma(\Xi F \rightarrow \Xi' F') = \frac{4\omega^3}{3c^3} \frac{1}{2F+1} \left| \langle \Xi F | \hat{d} | \Xi' F' \rangle \right|^2, \quad (6)$$

где \hat{d} – оператор дипольного момента электронной подсистемы, ω – частота перехода между состояниями $|\Xi F\rangle$ и $|\Xi' F'\rangle$. Под состояниями $|\Xi F\rangle$ и $|\Xi' F'\rangle$ в формуле (1.6) следует понимать суперпозицию (1.5) и $|3s^2 {}^1S_0F' = IM'_F\rangle$, соответственно. Подчеркнем, что за счет малости коэффициентов c_i этот переход сильно подавлен (в $|c_i|^2$ раз, по порядку величины) по сравнению с вероятностью «чистого» перехода $|\xi_i J_i = 1F = IM_F\rangle \Leftrightarrow |3s^2 {}^1S_0F' = IM'_F\rangle$.

Поясним также, что мы удерживаем в суперпозиции (1.5) только состояния с $J_i = 1$, приводящие к наиболее вероятному, электродипольному, распаду. Учет состояний с высшими значениями моментов, например, с $J_i = 2$, привел бы к квадрупольному переходу, существенно менее вероятному по сравнению с дипольным, и являлся бы лишь малой поправкой к вероятности (6), что является превышением точности для оценки времени жизни и соответствующей ширины часового перехода.

Нетрудно показать [29], что скорость распада состояния (5) (через электродипольный канал) определяется выражением

$$\gamma("3s3p \ ^3P_0" \rightarrow 3s^2 \ ^1S_0) \approx \mu_I^2 (1 + I^{-1}) \frac{4\omega^3}{27c^3} \left| \sum_i \frac{\langle \xi_i J_i = 1 \parallel \hat{T}^{(1)} \parallel 3s3p \ ^3P_0 \rangle}{E(3s3p \ ^3P_0) - E(\xi_i J_i = 1)} \langle \xi_i J_i = 1 \parallel \hat{d} \parallel 3s^2 \ ^1S_0 \rangle \right|^2, \quad (7)$$

где I и μ_I – механический и магнитный момент ядра, λ – длина волны, отвечающая разнице между энергиями состояний $|3s3p \ ^3P_0\rangle$ и $|3s^2 \ ^1S_0\rangle$, $\hat{T}^{(1)}$ – неприводимый тензорный оператор первого ранга.

Если провести грубую оценку величины (7) положим $\mu_I \sim 10^{-23}$ CGSE, $\lambda \sim 10^{-5}$ см, $E(3s3p \ ^3P_0) - E(\xi_i J_i = 1) \sim 10^{-15}$ эрг. Величину приведенного матричного элемента дипольного момента оценим как $\langle \xi_i J_i = 1 \parallel \hat{d} \parallel 3s^2 \ ^1S_0 \rangle \sim 10^{-18}$ CGSE,

а величину $\langle \xi_i J_i = 1 \parallel \hat{T}^{(1)} \parallel 3s3p \ ^3P_0 \rangle$, определяющую по порядку величины взаимодействие между электронами и ядром, положим равной 10^{-19} эрг. В результате имеем

$$\gamma("3s3p \ ^3P_0" \rightarrow 3s^2 \ ^1S_0) \sim 10^{-1} c^{-1}. \quad (8)$$

Точное значение обратной константы распада (7) равно

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \sim 20.6 \pm 1.4 \text{ с.}$$

Ответим на вопрос, какие состояния с моментом $J_i = 1$ должны включаться в суперпозицию (5). Из выражения (7) видно, что вклад состояния $|\xi_i J_i = 1\rangle$ в суперпозиции (5) обратно пропорционален энергетической щели между уровнями $|3s3p \ ^3P_0\rangle$ и $|\xi_i J_i = 1\rangle$. Поэтому самыми очевидными кандидатами являются другие компоненты тонкой структуры того же мультиплетта.

Однако вклад в окончательную скорость перехода определяется также и скоростью чистого перехода $|\xi_i J_i = 1F = IM_i\rangle \leftrightarrow |3s^2 \ ^1S_0\rangle$. Переход $|3s3p \ ^3P_1\rangle \leftrightarrow |3s^2 \ ^1S_0\rangle$ является интеркомбинационным, требует переворота спина и индуцируется спин-орбитальным (тонким) взаимодействием. Можно показать, что вклад такого перехода в окончательный результат сравним с вкладом от состояния $|3s3p \ ^1P_1\rangle$ из мультиплетта 1P_1 , распадающегося в основное состояние обычным электродипольным образом [29]. Наконец, двухфотонный переход между состояниями $|3s3p \ ^3P_0\rangle$ и $|3s^2 \ ^1S_0\rangle$ характеризуется скоростью порядка $5 \cdot 10^{-8} c^{-1}$ (см. [29]), что гораздо меньше скорости распада за счет сверхтонкого взаимодействия.

3. Оценка эффектов взаимодействия с полем ионной ловушки

3.1. Основные свойства ионной ловушки

Квадрупольная ионная ловушка (КИЛ) существует как в линейном, так и в 3D (ловушка Пауля) варианте, и относится к ионной ловушке, использующей для удержания ионов постоянное (DC) и радиочастотное (ВЧ) осциллирующее (AC) электрические поля. Она обычно используется в качестве компонента масс-спектрометра. Изобретение самой 3D квадрупольной ионной ловушки связывается с именем Вольфганга Пауля [30, 31].

На рис. 4 показана схема 3D ловушки. Она обычно состоит из двух гиперболических металлических электродов с их фокусами, обращенными друг к другу, и гиперболического кольцевого электрода на полурасстоянии между другими двумя электродами. Конструкция имеет осевую симметрию. Ионы захватываются в пространстве между этими тремя электродами электрическими полями переменного тока (осциллирующее, не статическое) и DC (не осциллирует, статическое). Напряжение переменного ВЧ тока колеблется между двумя гиперболическими металлическими электродами-заглушками, если требуется возбуждение ионов; управляющее переменное напряжение прикладывается к кольцевому электроду. Ионы сначала тянутся аксиально вверх и вниз, в то же время толкаются в радиальном направлении. При этом облако приобретает форму длинной сигары. Затем ионы вытягиваются радиально и толкаются в осевом направлении (сверху и снизу), приобретая форму плоского пирога. Таким образом, ионы движутся сложным образом, периодически переходя между двумя показанными состояниями. С середины 1980-х годов большинство 3D ловушек (ловушки Пауля) использовались с гелием при давлении $\sim 10^{-3}$ Тор. Использование демпфирующего газа и режима масс-селективной нестабильности, разработанной Стаффордом и др., привело к созданию первых коммерческих 3D ловушек ионов [32].

Использование демпфирующего газа и режима масс-селективной нестабильности, разработанной Стаффордом и др., привело к созданию первых коммерческих 3D ловушек ионов [32].

КИЛ имеет две конфигурации: трехмерный вид (рис. 4) и линейную форму из 4 параллельных электродов. Используется также упрощенная прямолинейная конфигурация [33]. Преимущество линейной конструкции заключается в ее простоте, но это оставляет особое ограничение на ее моделирование. Чтобы понять, как это происходит, полезно представить себе линейную форму. Ловушка Пауля предназначена для создания седлообразного поля для удержания заряженного иона. Однако с квадруполем это седлообразное электрическое поле не может вращаться вокруг ионов, находящихся в центре. Квадруполь может только периодически переворачивать поле вверх и вниз. По этой причине движение одного иона в ловушке описывается уравнениями Матье. Эти уравнения могут быть решены только численно, или, что эквивалентно, компьютерным моделированием.

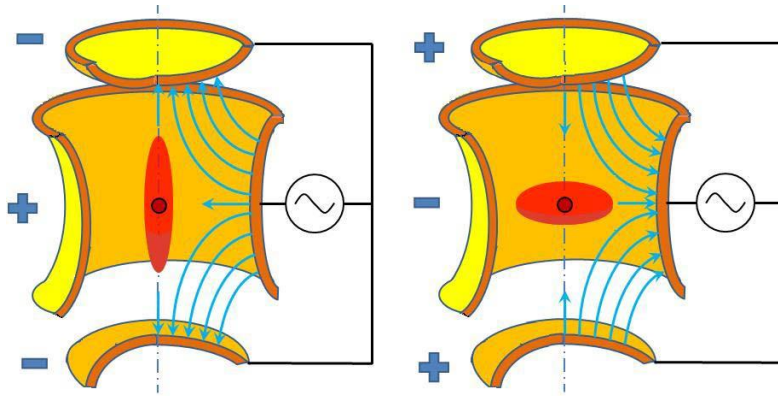


Рис. 4. Схема квадрупольной ионной ловушки классического вида с частицей положительного заряда (коричневый кружок), окруженной облаком одноименно заряженных частиц (красный). Электрическое поле с осевой симметрией E (синие стрелки) порождается квадруполем из заглушек и кольцевого электрода. Показаны два состояния ионного облака за время периода переменного поля

Интуитивное объяснение и низший порядок приближения такой же, как и для сильной фокусировки в физике ускорителей. Так как поле влияет на ускорение, положение отстает (в низшем порядке на половину периода). Так, частицы находятся в расфокусированном положении, когда поле является фокусирующим и наоборот. Будучи дальше от центра, они испытывают более сильное фокусирующее поле, чем когда оно расфокусирующее.

3.2. Регистрация захваченных ионов

Ионы, вылетевшие из ловушки можно обнаружить, например, с помощью канального электронного умножителя, но для стандартов частоты необходимо использовать другие методы, позволяющие детектировать ионы непосредственно в ловушке.

3.2.1. Электронная регистрация

Для определения температуры ионов можно использовать болометрический метод [49]. В нём регистрируются микроволновые переходы в ионах по температуре ионного газа. К торцевым электродам ловушки присоединяется резистор, шумовое напряжение на нём усиливается и измеряется [42].

Существуют и более чувствительные методы, основанные на использовании активных электронных схем, с помощью которых можно управлять движением ионов за счёт приложенного к электродам напряжения. Однако если частота контура настроена на частоту колебательного движения иона, поглощение ионом энергии из контура приводит к уменьшению добротности [38].

В процессе регистрации ионы нагреваются, кроме того, этот метод имеет низкое отношение сигнал/шум. Всё это создаёт проблемы и делает малопривлекательным способ электронной регистрации для стандартов частоты.

3.2.2. Оптическая регистрация

С помощью лазерного излучения в удерживаемых ионах можно селективно возбуждать переходы между определёнными энергетическими уровнями. Возбуждённые ионы можно регистрировать либо по спектру поглощения, либо по спектру люминесценции, которая возникает в процессе радиационного распада возбуждённых уровней.

В том случае, когда возбуждённые состояния всегда распадаются на один определённый исходный уровень, можно возбуждать различные переходы в одном ионе и регистрировать большое количество фотонов даже в случае одиночного иона.

Это может оказаться важным, когда электроды ионной ловушки своим размером сильно ограничивают область и угол наблюдения, в которых возможно детектирование излучения люминесценции.

Несмотря на то, что для селективного оптического возбуждения требуется ещё один лазер, что усложняет систему, метод регистрации излучения люминесценции может использоваться даже в случае измерения расщепления основного состояния, частота которого лежит в микроволновом диапазоне [51]. Однако для стандартов частоты часто применяется лазерное охлаждение для снижения скорости захваченных ионов, в этом случае охлаждающий лазер можно также использовать и для оптической регистрации ионов.

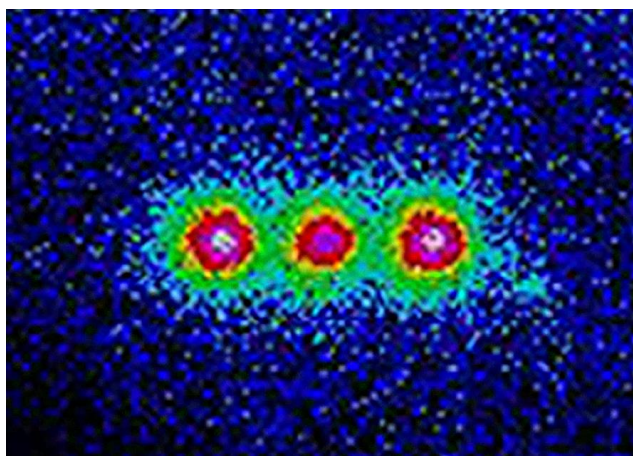


Рис 5. Раскрашенное изображение флуоресценции трёх захваченных ионов бериллия, освещённых ультрафиолетовым лазерным лучом [50]. Чёрные и синие области указывают на низкую интенсивность, а красные и белые на высокую

3.2.3. Метод квантовых скачков

Для оптической регистрации возбуждённых ионов можно использовать метод квантовых скачков (electron shelving), который основан на двойном резонансе в квантовой системе [52].

Его обычно применяют к ионам, которые обладают V-системой уровней, когда оба перехода, обозначаемых как сильный (охлаждающий) переход и слабый (часовой) переход имеют одно общее основное состояние.

Пусть ион взаимодействует с двумя лазерными полями, одно из которых настроено в резонанс с сильным (охлаждающим) переходом, а другое – в резонанс с узкими метрологическим переходом.

В возбужденном состоянии ион живет порядка нескольких наносекунд, после чего состояние претерпевает радиационный распад в основное состояние с испусканием фотона. За одну секунду может происходить порядка 10^8 актов излучения. Эффективность регистрации люминесценции составляет обычно порядка 10^{-3} , это значит можно зарегистрировать до 10^5 отсчётов в секунду.

Если за счёт поглощения фотона из поля часового лазера произойдёт переход в возбужденное состояние с долгим временем жизни, то возбуждение сильного циклического перехода блокируется на время, в течение которого ион будет оставаться в этом верхнем состоянии.

При этом будет прекращена и люминесценция на частоте сильного перехода. Это будет продолжаться до тех пор пока электрон не вернётся в основное состояние. Из-за этого в сигнале люминесценции будут наблюдаться темные периоды, как видно на рис. 5.

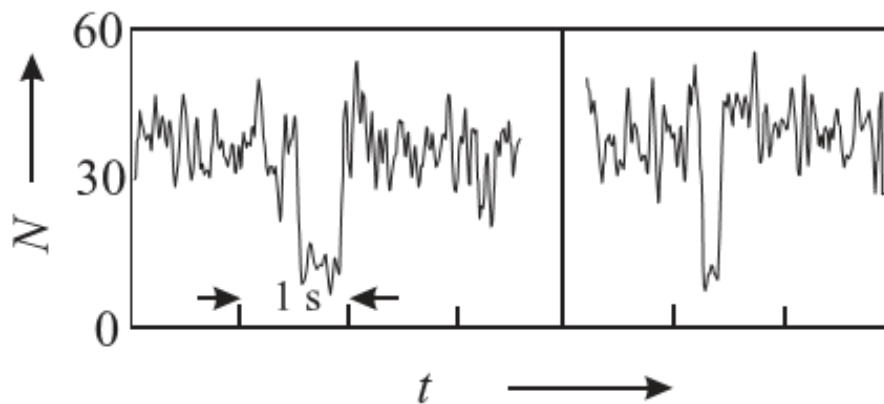


Рис. 6. Темные периоды в спектре люминесценции одиночного иона In^+ в ловушке соответствуют переходам иона в долгоживущее возбуждённое состояние [53]

Для измерения количества возбужденных ионов в ловушке метод квантовых скачков уже успел превратиться в обычный метод за время, прошедшее с момента экспериментальных исследований [52, 54].

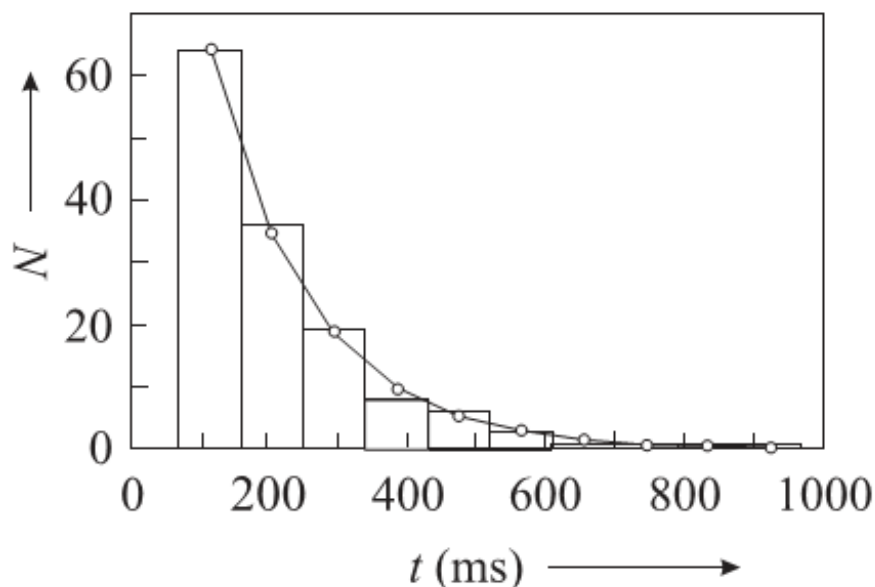


Рис. 7. Количество темных периодов (рис. 6) в зависимости от их длительности [53]. Подгонка экспоненциальной кривой позволяет определить время жизни долгоживущего состояния

Время жизни долгоживущего возбуждённого состояния можно определить по продолжительности темных периодов, построив гистограмму, как на рис. 7.

В некоторых случаях спонтанный распад может занять годы [55], однако в стандартах частоты обычно нет необходимости ждать момента распада.

После того как по темному периоду люминесценции мы однозначно идентифицировали квантовый скачок, ион можно вернуть в основное состояние с помощью дополнительного лазерного возбуждения в короткоживущее состояние, которое быстро распадается в основное.

3.3. Бюджет неопределённостей стандарта на ионах Al^+

Систематические эффекты, которые сдвигают часы от идеальной невозмущённой частоты [5], приведены в таблице 2. Для симпатически охлаждаемых ионов $^{27}\text{Al}^+$ $^{25}\text{Mg}^+$ сдвиги и неопределённости даны в относительных $\Delta\nu/\nu$ единицах частоты.

Таблица 2

Сдвиги и неопределенности стандарта частоты на основе иона Al^+

Эффект	Описание	Сдвиг (10^{-18})	Неопределенность (10^{-18})
Избыточные микродвижения	Эффект Доплера второго порядка для микродвижений от осевого радиочастотного поля и радиального статического поля	-9	6
Вечное движение	Квадратичный вклад эффекта Доплера от радиальной температуры	-16.3	5
Тепловой сдвиг	Рабочая температура (31 ± 9) °C	-9	3
Штарковский сдвиг охлаждающего лазера		-3.6	1.5
Квадратичный зеемановский сдвиг		-1079.9	0.7
Линейный доплеровский сдвиг	Эффект Доплера первого порядка от коррелированного движения ионов	0	0.3
Штарковский сдвиг часового лазера		0	0.2
Столкновения с фоновым газом		0	0.5
Ошибка частоты акустооптического модулятора		0	0.2
Всего		-1117.8	8.6

3.4. Вклад эффекта Штарка на часовых уровнях иона Al^+ в поле ловушки Пауля в неопределённости частотного стандарта

Поскольку управление микродвижением иона в ловушке Пауля осуществляется суперпозицией постоянного и микроволнового электрических полей, сдвиг часовых уровней под действием поля ловушки определяется общеизвестным выражением для эффекта Штарка в постоянном электрическом поле

$$\Delta E_{g(e)} = -\frac{1}{2} \alpha_{g(e)} F_{eff}^2, \quad (9)$$

где $\alpha_{g(e)}$ – скалярная часть статической поляризуемости основного (возбужденного) часового уровня, $F_{eff}^2 = F_0^2 + F^2 / 2$ – средний по периоду осцилляций микроволнового поля $\tau_{mw} = 2\pi / \omega$ квадрат напряженности электрического поля ловушки; здесь F_0, F – напряженность постоянной и амплитуда напряженности микроволновой компоненты электрического поля соответственно. Следовательно, сдвиг частоты стандарта полем ловушки определяется разностью поляризуемостей верхнего и нижнего часовых уровней $\Delta\alpha = \alpha_e - \alpha_g$:

$$\Delta\nu_{trap} = -\frac{1}{2}\Delta\alpha F_{eff}^2. \quad (10)$$

Аналогичное выражение определяет и термоиндуцированный сдвиг, где вместо квадрата напряженности эффективного поля ловушки стоит квадрат напряженности поля теплового излучения, зависящей от температуры T окружающей среды $F_{BBR}^2 = 4\pi^3 (kT)^4 / (15c^3)$ (см. ниже раздел 4 данного отчета). Следует отметить, что рабочие напряженности постоянного и микроволнового полей в ловушке Пауля соизмеримы с напряженностью поля теплового излучения при комнатной температуре ($T = 300$ К), для которой вышеприведенная формула дает $F_{BBR}(T) = 8.3194 \cdot (T/300)^2$ В/см. Таким образом, в дополнение к неопределенностям, перечисленным в табл. 2, в бюджет неопределенностей стандарта частоты следует добавить неопределенности сдвига (41) полем ловушки. Снижение последних может быть достигнуто уточнением статической поляризуемости часового перехода $\Delta\alpha$ и снижением неопределенности эффективного поля F_{eff} , удерживающего ионы в решетке.

В дополнение к перечисленным следует также добавить неопределенности отмеченных выше сдвигов часовых уровней, индуцированные излучением черного тела

$$\Delta E_{g(e)}^{BBR}(T) = -\frac{1}{2}\alpha_{g(e)} F_{BBR}^2(T). \quad (11)$$

Общие свойства поля теплового излучения и его влияния на частоту стандарта на ионах алюминия обсуждаются далее в разделе 4.

Кроме того, часовые уровни иона Al^+ могут изменять свое положение и под действием кулоновского поля симпатического иона магния. Как правило, расстояние R между ионами существенно превышает размеры иона Al^+ в рабочих (часовых) состояниях. Поэтому для расчета соответствующих сдвигов достаточно использовать асимптотическую теорию взаимодействия атомных частиц [56].

4. Оценка эффектов взаимодействия ионов алюминия и щелочноземельных элементов с излучением черного тела

Равновесное тепловое излучение, часто определяемое в литературе термином «излучение черного тела» (ИЧТ), является универсальным возмущающим фактором, существование которого обусловлено спонтанным стремлением к термодинамическому равновесию между нагретым веществом и вакуумом. Носителем энергии равновесного теплового излучения являются электромагнитные волны/фотоны, которые, двигаясь со скоростью

света, заполняют пространство между телами. При этом тела постоянно генерируют и поглощают энергию излучения. Процессы взаимодействия ИЧТ с атомами и ионами приводят к изменению энергетического спектра, существенно влияющему на зависящую от температуры окружающей среды неопределенность частоты стандарта. Знание температурной зависимости сдвигов и уширения энергетических уровней позволяет не только строго контролировать, но и свести к минимуму эту неопределенность. В данном разделе обсуждаются основные закономерности индуцируемых ИЧТ изменений частоты стандарта и предлагается метод прецизионного расчета сдвигов и уширений как рабочих уровней Al^+ , так и произвольных состояний этих ионов и их партнеров по симпатическому охлаждению – ионов щелочноземельных элементов. В частности, наиболее чувствительные к внешним полям высоковозбужденные ридберговские электроны могут служить своеобразным «ридберговским термометром» для прецизионного контроля температуры ИЧТ непосредственно в области локализации иона в ловушке [60].

4.1. Основные свойства теплового излучения

Равновесное тепловое излучение теоретически содержит фотоны всевозможных энергий (электромагнитные волны всевозможных частот): от нуля до бесконечности. Однако его спектр (распределение энергии по частотам) существенно зависит от температуры.

Спектральная плотность энергии равновесного теплового излучения черного тела (ИЧТ) при температуре T в единице объема определяется формулой Планка

$$u(\omega) = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\omega}{kT}\right) - 1}, \quad (12)$$

где абсолютная температура равновесного теплового излучения выражена в Кельвинах, а постоянная Больцмана $k = 1/T_a = 3.1668 \cdot 10^{-6}$ ат. ед./К является величиной, обратной атомной единице абсолютной температуры $T_a = 315776$ К.

Максимум спектральной плотности равновесного излучения приходится на частоту $\omega_m = 2.8214 kT$. При частотах, превышающих ω_m в 30 раз, спектральная плотность становится исчезающе малой в сравнении с максимальной, а при частоте в 30 раз меньшей ω_m – менее 0.6%. Вне пределов диапазона частот $[\omega_m/30, 30\omega_m]$ лежит не более одной десяти тысячной энергии теплового излучения, распределенной по всем частотам.

Взаимодействие равновесного теплового излучения со спектром атомов (или ионов) будем описывать по теории возмущений, так как практический интерес представляют температуры гораздо меньше характерной температуры в системе атомных единиц ($T_a = 315776$ К), что позволяет рассматривать тепловое поле в качестве поправки к внутриатомному. Оператор взаимодействия атома с полем теплового излучения в дипольном приближении можно представить в виде $\hat{V}(\omega) = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}(\omega))$, где \mathbf{r} – радиус-вектор внешнего электрона, $\mathbf{F}(\omega)$ – эффективная напряженность электрического поля равновесного теплового излучения на частоте ω .

Так как равновесное тепловое излучение изотропно, а атом центрально-симметричен, то первый порядок теории возмущений по взаимодействию атома с тепловым излучением обращается в нуль, и основным становится второй порядок. Для спектральных плотностей квадратов электрической напряженности $F^2(\omega, T)$ и магнитной индукции $B^2(\omega, T)$ поля равновесного теплового излучения, соответствующего температуре T , имеем:

$$F^2(\omega, T) = B^2(\omega, T) = \frac{4\alpha^3}{\pi} \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\omega}{kT}\right) - 1}, \quad (13)$$

где $\alpha = 1/137.036$ – постоянная тонкой структуры.

Во втором порядке теории возмущений эффект Штарка для состояния $|nl\rangle$ определяется величиной

$$\delta\varepsilon_{nl}(T) = -\frac{1}{4} \int_0^\infty \alpha_{nl}^s(\omega) F^2(\omega, T) d\omega, \quad (14)$$

где $\alpha_{nl}^s(\omega)$ – скалярная часть дипольной динамической поляризуемости, которая может быть рассчитана по формуле:

$$\alpha_{nl}^s(\omega) = \frac{1}{3(2l+1)} \sum_{l'=l\pm 1} l_{>} \langle nl|r'| [g_{l'}^{E_{nl}+\omega+i0}(r, r') + g_{l'}^{E_{nl}-\omega+i0}(r, r')] r|nl\rangle, \quad (15)$$

где $l_{>} = (l+l'+1)/2$ – большая из величин l и l' ; $g_{l'}^{E_{nl}\pm\omega+i0}(r, r')$ – радиальная часть функции Грина. Ее разложение по спектру невозмущенного атома можно представить в виде [59]

$$\begin{aligned} g_{l'}^{E_{nl}\pm\omega+i0}(r, r') &= \\ &= \sum_{n'} \langle r'|n'l'\rangle \langle n'l'|r \rangle \left[P\left(\frac{1}{\omega_{n'l'nl} \mp \omega}\right) + i\pi\delta(\omega \mp \omega_{n'l'nl}) \right] + \\ &+ \int_0^\infty \langle r'|\varepsilon l'\rangle \langle \varepsilon l'|r \rangle \left[P\left(\frac{1}{[\varepsilon - E_{nl}] \mp \omega}\right) + i\pi\delta(\omega \mp [\varepsilon - E_{nl}]) \right] d\varepsilon, \end{aligned} \quad (16)$$

где P означает интеграл в смысле главного значения, $\omega_{n'l'nl} = E_{n'l'} - E_{nl}$ представляет собой энергию перехода между связанными состояниями. Наличие мнимой части у функции Грина показывает, что штарковский сдвиг (45) комплексен. Если представить комплексную поправку к энергии в виде

$$\delta\varepsilon_{nl}(T) = \delta E_{nl}^{BBR}(T) - i \frac{\Gamma_{nl}^{BBR}(T)}{2},$$

то $\delta E_{nl}^{BBR}(T)$ определяет сдвиг положения уровня по шкале энергий, а $\Gamma_{nl}^{BBR}(T)$ – уширение уровня полем излучения черного тела (Black Body Radiation – BBR), приводящее к сокращению естественного времени жизни τ_{nl}^{SP} до величины

$$\tau_{nl}^{tot}(T) = 1 / \left(1 / \tau_{nl}^{SP} + \Gamma_{nl}^{BBR}(T) \right).$$

4.2. Термоиндуцированный сдвиг

С помощью (14)-(16) вещественную часть величины эффекта Штарка для равновесного теплового излучения можно выразить в виде:

$$\begin{aligned} \delta E_{nl}^{BBR}(T) = & -\frac{2\alpha^3}{3\pi(2l+1)} \sum_{l'=\pm 1} l_{>P} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\omega}{kT}\right) - 1} \times \\ & \times \left[\sum_{n'} \frac{2\omega_{n'l'nl} |\langle n'l'|r|nl \rangle|^2}{\omega_{n'l'nl}^2 - \omega^2} + \int_0^{\infty} \frac{2(\varepsilon + |E_{nl}|) |\langle \varepsilon l'|r|nl \rangle|^2}{(\varepsilon + |E_{nl}|)^2 - \omega^2} d\varepsilon \right] d\omega. \end{aligned} \quad (17)$$

Интегрирование по частоте излучения может быть упрощено и сведено к универсальному виду введением безразмерной переменной $y = \omega/(kT)$. Тогда $\delta E_{nl}^{BBR}(T) =$

$$= -\frac{2\alpha^3(kT)^3}{3\pi(2l+1)} \sum_{l'=\pm 1} l_{>P} \left(\sum_{n'} |\langle n'l'|r|nl \rangle|^2 \mathcal{F}\left(\frac{\omega_{n'l'nl}}{kT}\right) + \int_0^{\infty} |\langle \varepsilon l'|r|nl \rangle|^2 \mathcal{F}\left(\frac{\varepsilon + |E_{nl}|}{kT}\right) d\varepsilon \right), \quad (18)$$

где для удобства введена функция Фарлея-Винга [61]

$$\mathcal{F}(x) = -2xP \int_0^{\infty} \frac{y^3}{y^2 - x^2} \frac{1}{\exp(y) - 1} dy, \quad (19)$$

где символ P означает главное значение интеграла Коши с логарифмической особенностью.

Эта функция является нечетной функцией своего аргумента, она отрицательна при $0 < x < x_0$ проходит через нуль при $x = x_0 = 2.6162$, положительна при $x > x_0$, поэтому знак результирующего сдвига (17) зависит от соотношения энергетических расстояний между уровнями и температуры.

В случае часовых уровней Al^+ , которые являются достаточно удаленными (в сравнении с характерной тепловой энергией kT) от остального спектра, для аргументов функции Фарлея во всех слагаемых в (17) справедливо соотношение $\frac{\omega_{n'l'nl}}{kT} \gg 1$, $\frac{\varepsilon + |E_{nl}|}{kT} \gg 1$. Тогда в области частот, дающих основной вклад в интеграл (19), динамическую поляризуемость $\alpha_{nl}^s(\omega)$ можно заменить на статическую $\alpha_{nl}^s(0)$ и рассчитать интеграл аналитически. В результате имеем [62]:

$$\delta E_{nl}^{BBR}(T) \approx -\frac{2}{15}(\alpha\pi)^3(kT)^4 \alpha_{nl}^s(0) = -8.6112 \left(\frac{T}{300 K}\right)^4 \alpha_{nl}^s(0) \text{ (mHz)}, \quad (20)$$

где $\alpha_{nl}^s(0)$ – скалярная часть статической поляризуемости состояния $|nl\rangle$, выраженная в атомных единицах. В частности, для основного состояния атома водорода $\alpha_{1s}(0) = 9/2$ и $\delta E_{1s}^{BBR}(T = 300 \text{ K}) \approx -38.75 \text{ mHz}$ (в книге [62] приводится значение -36 mHz). Поскольку для основных и метастабильных состояний $\alpha_{nl}^s(0) > 0$, оценка (51) явно показывает, что под действием равновесного теплового излучения эти состояния испытывают сдвиг, уменьшающий энергию. Следует отметить, что первый расчет зависимости энергии низких уровней от температуры окружающей среды был выполнен в работе [63] для определения влияния излучения черного тела на частоту сверхтонкого расщепления основных $^2S_{1/2}$ – состояний атомов и ионов. Используя (20) для оценки термоиндуцированного сдвига частоты часового перехода в ионах Al^+ , получим

$$\Delta V_{BBR} = -8.6112(T/300)^4 \Delta\alpha = -4.26(T/300)^4 \text{ (мГц)}, \quad (21)$$

где $\Delta\alpha = 0.495$ ат.ед. – разность скалярных поляризуемостей часовых уровней.

В противоположном случае, для высоковозбужденных ридберговских состояний, когда выполняются неравенства $\frac{|\omega_{n'l'nl}|}{kT} \ll 1$, $\frac{\varepsilon + |E_{nl}|}{kT} \ll 1$ для слагаемых дискретного спектра и области непрерывного спектра, дающих основной вклад в сумму и интеграл в правой части выражения (18), можно использовать асимптотическое выражение для (действительной части) поляризуемости: $\alpha_{nl}^s(\omega) \approx -\omega^{-2}$ [59]. Подстановка этой асимптотики вместе с выражением (17) для напряженности поля теплового излучения в правую часть (18) позволяет рассчитать интеграл аналитически. В результате для термоиндуцированного сдвига получаем следующую оценку [61]:

$$\delta E_{nl}^{BBR}(T) \approx \frac{\pi\alpha^3}{3} (kT)^2. \quad (22)$$

Заметим, что эта оценка не зависит от каких-либо параметров выбранной серии ридберговских состояний, например, от спинорбитальных квантовых чисел. Поэтому выражение (22) справедливо, вообще говоря, только в случае водородоподобного атома, где сумма сил осцилляторов дипольных переходов из любого состояния строго равна единице. В случае многоэлектронного атома данное утверждение может быть несправедливым, поскольку движение валентного электрона происходит в нелокальном потенциале, зависящем от состояния электрона. Поэтому суммы одноэлектронных сил осцилляторов могут заметно отличаться от единицы и зависеть от набора спинорбитальных квантовых чисел. Этот результат можно наблюдать в конкретных численных расчетах, в том числе и в выполненных впервые для атомов гелия и щелочных металлов в работе [61].

Заключение

Теоретический расчет сдвига и уширения часовых уровней энергии в поле ионной ловушки, в поле излучения черного тела и в кулоновском поле спарринг-иона, рассмотренные в данной статье, дают важную количественную информацию для оценки неопределенностей стандарта частоты и времени на основе сильно запрещенного перехода $^1S_0-^3P_0$ в ионах Al^+ . Представленный в разделе 1.2 теоретический анализ показывает, что для оценки неопределенностей стандарта частоты, связанных с действием всех трех указанных эффектов, необходимо знание одной и той же спектроскопической характеристики – статической поляризуемости часового перехода $\Delta\alpha$.

Расчеты статических поляризуемостей связанных состояний ионов элементов группы II и Al^+ в рамках модельного потенциала демонстрируют хорошее согласие с наиболее достоверными данными, имеющимися в текущей литературе, поэтому представляются вполне надежными для оценки штарковских сдвигов в поле ловушки, а также термоиндуцированного сдвига и уширения часовых уровней в ионах Al^+ и уровней энергии охлаждающих (симпатических) спарринг-ионов. Рассчитанные значения статических поляризуемостей позволяют не только учитывать влияние низкочастотных полей на процесс охлаждения ионов, но и контролировать связанные с действиями этих полей неопределенности измерения эталона частоты. Полученные значения статических поляризуемостей показывают, что тепловые сдвиги рабочих уровней ионов II группы при комнатной температуре не превышают нескольких герц и не могут оказать заметного влияния на процессы лазерного охлаждения и симпатической передачи им энергии от ионов Al^+ . Напротив, термоиндуцированный сдвиг частоты часового перехода в Al^+ $\Delta\nu_{cl}^{BBR}$ требует последовательного учета.

Численные расчеты статических поляризуемостей часовых уровней показывают, что при комнатной температуре $\Delta\nu_{cl}^{BBR}$ составляет величину порядка 10^{-17} от частоты стандарта, $\nu_{cl} = 1.121$ ПГц. Для снижения погрешности учета этого сдвига до уровня не более 1 мГц, необходимого для снижения относительной неопределенности частоты стандарта до уровня 10^{-18} , требуется измерение температуры с погрешностью $\Delta T < 20$ К. Для прецизионного измерения температуры на месте, то есть в области локализации ионов, можно использовать измерение теплового сдвига ридберговских уровней. Для этой цели необходимо знание температурной зависимости частоты перехода в ридберговские состояния, позволяющей оценить температуру излучения черного тела с точностью $\Delta T \approx 10$ мК [60].

Аналогичные оценки для неопределенностей стандарта частоты, индуцированных полем ловушки, требуют снижения неопределенностей напряженности поля в области локализации иона $\Delta F_{eff} < 2$ В/см. Неопределенности, вносимые взаимодействием со спарринг-ионом, требуют поддерживать относительное расстояние между ионами $R > 5$ мкм.

Расчеты статических поляризуемостей в рамках приближения модельного потенциала демонстрируют хорошее согласие с имеющимися в литературе данными, поэтому представляются вполне надежными для оценки теплового сдвига и уширения рабочих уровней охлаждающих (симпатических) ионов и часовых уровней в ионах Al^+ . Рассчитанные значения поляризуемостей и термоиндуцированных поправок к энергиям позволяют учитывать влияние излучения черного тела на процесс охлаждения ионов, а также контролировать связанные с действием теплового излучения неопределенности эталона частоты-времени. Полученные значения статических поляризуемостей показывают, что тепловые сдвиги рабочих уровней ионов II группы при комнатной температуре не превышают нескольких герц и не могут оказать заметного влияния на процессы лазерного охлаждения и симпатической передачи им энергии от ионов Al^+ . Напротив, термоиндуцированный сдвиг частоты часового перехода в Al^+ $\Delta\nu_{cl}^{BBR}$ требует последовательного учета в прецизионной метрологии частоты и времени. Численные расчеты статических поляризуемостей часовых уровней показывают, что при комнатной температуре $\Delta\nu_{cl}^{BBR}$ составляет величину порядка 10^{-17} от частоты стандарта, $\nu_{cl} = 1.121$ ПГц. Для снижения погрешности учета этого сдвига до уровня не более 1 мГц, необходимого для снижения относительной неопределенности частоты стандарта до уровня 10^{-18} , требуется измерение температуры с погрешностью $\Delta T < 8$ К.

Для прецизионного измерения температуры теплового излучения на месте, то есть в области локализации ионов, можно использовать измерение теплового сдвига ридберговских уровней. Для этой цели необходимо знание температурной зависимости частоты перехода в ридберговские состояния, позволяющей оценить температуру излучения черного тела с точностью порядка 10 мК [60].

Литература

1. Rosenband T., Hume D.B., Schmidt P.O. et al. // Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; Metrology at the 17th decimal place / Science, 2008, v. 319, p. 1808.
2. Bloom B.J., Nicholson T.L., Williams J.R., Campbell S.L., Bishof M., Zhang X., Zhang W., Bromley S.L. & Ye J. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level / Nature, 2014, v. 506, p. 71–75, doi:10.1038/nature12941.
3. Dehmelt H. // Bull.Am.Phys.Soc, 1975, v. 20, p. 60.
4. Rosenband T., Schmidt P.O., Hume D.B. et al. Observation of $^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$ clock transition in $^{27}\text{Al}^+$ // Phys.Rev. Lett, 2007, v. 98, p. 220801.
5. Safronova M.S., Kozlov M.G. and Clark C.W. Blackbody radiation shifts in optical atomic clocks // IEEE Transact. Ultrason. Ferroel. and Freq. Contr, 2012, v. 59, p. 439.
6. Риле Ф. Стандарты частоты. Принципы и приложения / Пер. с англ. – М.:Физматлит, 2009, 512 с.
7. Wubbena Jannes B., Amairi Sana, Mandel Olaf and Schmidt Piet O. Sympathetic Cooling of Mixed Species Two-Ion Crystals for Precision Spectroscopy / arXiv:1202.2730v2 [physics.atom-ph], 17 Feb 2012.
8. Itano W.M. et al. Cooling Methods in Ion Traps // Physica Scripta, 1995, v. 59, p. 106-120.
9. Gheorghe V.N., Major F.G., Werth G. Charged Particle Traps. Physics and Techniques of Charged Particle Field Confinement. – Berlin: Springer, 2005, 347 p.
10. Drullinger R.E., Wineland D.J., Bergquist J.C. High-Resolution Optical Spectra of Laser Cooled Ions // Appl. Phys, 1980, №22, p. 365-368.
11. Wineland D.J. et al. Spectroscopy of Stored Atomic Ions // Atomic Physics 9, Proc. of the Ninth Intern. Conf. on Atomic Physics, Seattle, 1984, p. 3-27.
12. Larson D.J. et al. Sympathetic cooling of trapped ions: A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma // Phys. Rev. Lett, 1986, v. 57, p.70-73.
13. Bollinger J.J. et al. Ion Trapping Techniques: Laser Cooling and Sympathetic Cooling / In “Intense Position Beams”, World Scientific:- Singapore, 1988, p. 63.

14. Schiller S., Lämmerzahl C. Molecular dynamics simulation of sympathetic crystallization of molecular ions // *Phys. Rev. A.*, 2003, v. 68, p. 053406.
15. Waki I. et al. Observation of ordered structures of laser-cooled ions in a quadrupole storage ring // *Phys. Rev. Lett.*, 1992, v. 68, p. 2007-2010.
16. Raizen M.G. et al // Ionic crystals in a linear Paul trap / *Phys. Rev. A.*, 1992, v. 45, p. 6493-6501.
17. Offenberg D. et al. Sympathetic cooling of complex molecular ions to milli-Kelvin temperatures / Poster presentation. Available at: http://www.exphy.uni-duesseldorf.de/ResearchInst/poster_barium.pdf.
18. Mølhave K., Drewsen M. Formation of translationally cold MgH⁺ and MgD⁺ molecules in an ion trap / *Phys. Rev. A.*, 2000, v. 62, p. 011401(R).
19. Rowe P. et al. Sympathetic Crystallization of Trapped Ions // *Phys. Rev. Lett.*, 1999, v. 82, p. 2071-2074.
20. Audi G. et al. The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties // *Nuclear Physics A.*, 2003, v. 729, p. 3-128.
21. Gill P. When should we change the definition of the second? / Discussion meeting, The Royal Society, London, 24-25 January 2011. – Available at: http://www.bipm.org/utis/common/pdf/RoySoc/Patrick_Gill.pdf
22. Chou C.W. et al. Optical Clocks and Relativity // *Science*, 2010, v. 329, № 5999, p. 1630-1633.
23. Lemonde P. // Atomic clocks with cold atoms / Laser cooling and applications, Les Houches, France, September 2004. – Available at: http://www.phlam.univ-lille1.fr/leshouches/Cours_Lemonde.pdf.
24. Ludlow A.D. et al. Quantum metrology with lattice-confined ultracold Sr atoms / Conference Paper, Seventh Symposium on Frequency Standards and Metrology, Singapore, 2009, p. 73-81.
25. Zumsteg C. et al. One and Two Photon Excitation of Radiofrequency Trapped Ca⁺ // *Chin. J. Chem. Phys.*, 2009, v. 22, № 2, p. 119-122.
26. Wang Y.H. et al. Absolute frequency measurement and high resolution spectroscopy of ¹¹⁵In⁺ 5s² ¹S₀–5s5p ³P₀ narrowline transition // *Optics Communications*, 2007, v. 273, p. 526-531.
27. Schippers S. et al. Storage-ring measurements of the hyperfine induced ⁴⁷Ti¹⁸⁺ (2s2p ³P₀-2s² ¹S₀) transition rate / arXiv: physics/0612154v1[physics.atom-ph], 15 Dec. 2006.
28. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматлит, 2004, 800 с.
29. Brage T. et al. Hyperfine Induced Transitions as Diagnostics of Isotopic Compositions and Densities of Low-density Plasmas // *Astrophys J.*, 1998, v. 500, p. 507-521.
30. Paul W. and Steinwedel H. Ein neues Massenspektrometer ohne Magnetfeld. // *R Zeitschrift für Naturforschung A.*, 1953, v. 8, № 7, p. 448-450.

31. Paul W. and Steinwedel H. // Verfahren zur Trennung bzw. zum getrennten Nachweis von Ionen verschiedener spezifischer Ladung / DE 9449nb00 filed on December 24, 1953, priority December 23, 1953.
32. Stafford G.C. et al. Recent improvements in and analytical applications of advanced ion trap technology // *Int. J. Mass Spectr. Ion Proc.*, 1984, v. 60, № 1, p. 85-98.
33. Ouyang Z. et al. Rectilinear ion trap: concepts, calculations, and analytical performance of a new mass analyzer // *Annal. Chem*, 2004, v. 76, № 16, p. 4595-4605.
34. March, R. An Introduction to Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometry // *J. Mass Spectr*, 1997, v. 32, № 4, p. 351-369.
35. McLachlan, N.W. Theory and Applications of Mathieu Functions / Oxford: Oxford University Press, 1947, 200 p.
36. Singer K. et al. Colloquium: Trapped ions as quantum bits: Essential numerical tools // *Rev. Mod. Phys*, 2010, v. 82, p. 2609-2632.
37. Dicke R.H. The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines // *Phys. Rev*, 1953, v. 89, p. 472-473.
38. Риле Ф. Стандарты частоты. Принципы и приложения / Пер. с англ. – М.: Физматлит, 2009, 512 с.
39. Schnatz H. et al. In-flight capture of ions into a Penning trap // *Nucl. Instrum. Meth. A.*, 1986, v. 251, p. 17-20.
40. Schweikhard L. et al. In-flight capture of an ion beam in a Paul trap // *J. Mod.Opt*, 1992, v. 39, p. 361–371.
41. Gabrielse G. et al. First capture of antiprotons in a Penning trap: A kiloelectronvolt source / *Phys. Rev. Lett*, 1986, v. 57, p. 2504-2507.
42. Gheorghe V.N., Major F.G., Werth G. Charged Particle Traps. Physics and Techniques of Charged Particle Field Confinement. – Berlin: Springer, 2005, 347 p.
43. Sheridan K., Lange W., Keller M. All-optical ion generation for ion trap loading // *Appl. Phys B.*, 2011, v. 104, p. 755–761.
44. Zimmermann K et al // Laser ablation loading of a radiofrequency ion trap // *Appl. Physics B*, 2012, v. 107, p. 883-889.
45. Deslauriers L. et al. Efficient Photoionization-Loading of Trapped Cadmium Ions with Ultrafast Pulses // *Phys. Rev. A*, 2006, v. 74, p. 063421.
46. Kjærgaard N. et al. Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization // *Appl. Phys. B*, 2000, v. 71, p. 207-210.
47. Gulde S. et al. Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments // *Appl. Phys. B*, 2001, v. 73, p. 861-863.
48. Steele A.V. et al. Photoionization and Photoelectric Loading of Barium Ion Traps // *Phys. Rev. A.*, 2007, v. 75, p. 053404.

49. Dehmelt H.G., Walls F.L. "Bolometric" Technique for the rf Spectroscopy of Stored Ions // *Phys. Rev. Lett*, 1968, v. 21, p. 127-131.
50. NIST Image Gallery [Электронный ресурс], 2005 – Режим доступа: <http://patapsco.nist.gov/imagegallery/details.cfm?imageid=97>.
51. Iffländer R., Werth G. Optical detection of ions confined in a rf quadrupole trap // *Metrologia*, 1977, v. 13, p. 167-170.
52. Nagourney W., Sandberg J., Dehmelt H. Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps // *Phys. Rev. Lett*, 1986, v. 56, p. 279-2799.
53. Peik E. Laserspektroskopie an gespeicherten Indium-Ionen: dissertation MPQ. – München, 1993, 181 p.
54. Wineland D.J. et al. Double-resonance and optical-pumping experiments on electromagnetically confined, laser-cooled ions. // *Opt. Lett*, 1980, v. 5, p. 245-247.
55. Roberts M. et al. Observation of an electric octupole transition in a single ion. // *Phys. Rev. Lett*, 1997, v. 78, p. 1876-1879.
56. Овсянников В.Д., Каменский А.А. Изменение частоты и интенсивности спектральных линий водородоподобного атома в поле точечного заряда // *Оптика и спектроскопия*, 2002, т. 92, с. 357-367.
57. Варшалович Д. А. Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. – Ленинград: Наука, 1975, 440 с.
58. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. В 3 т. Т. 1 Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. – М.: Наука, 1973, 296 с.
59. Manakov N.L., Ovsiannikov V.D. and Rapoport L.P. Atoms in a laser field // *Phys. Rep*, 1986, v. 141, p. 319-433.
60. Ovsiannikov V.D., Derevianko A., Gibble K. Rydberg spectroscopy in an optical lattice: Blackbody thermometry for atomic clocks // *Phys. Rev. Lett*, 2011, v. 107, p. 093003.
61. Farley J.W. and Wing W.H. Accurate calculation of dynamic Stark shifts and depopulation rates of Rydberg energy levels induced by blackbody radiation. Hydrogen, helium, and alkali-metal atoms // *Phys. Rev. A*, 1981, v. 23, p 2397 – 2424.
62. Gallagher T.F. Rydberg Atoms. – Cambridge University Press, New York, 1994, p 57.
63. Itano W.M., Lewis L.L. and Wineland D.J. Shift of $^2S_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation // *Phys. Rev. A*, 1982, v. 25, 1233–1235.