УДК 528.225:629.783

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫСОТЫ СПУТНИКА «ГЕО-ИК-2» НАД МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Д.И. Плешаков

НПК «СПП», e-mail: mrplesh@mail.ru

В статье предложен алгоритм обработки отраженного сигнала радиовысотомера САДКО, установленного на борту космического аппарата «ГЕО-ИК-2», основанный на определении четырех параметров модели Брауна с использованием нелинейного метода наименьших квадратов с коррекцией решения по типу доверительной области. Приведены результаты сравнения результатов работы алгоритма с данными спутника Jason-1.

Ключевые слова: алгоритм обработки, отражённый сигнал, нелинейный метод наименьших квадратов

В настоящее время завершается создание космической геодезической системы (КГС) ГЕОИК-2. Летные испытания ГЕОИК-2 были приостановлены. Запланировано продолжение испытаний.

В состав КГС входит наземный специальный комплекс (НСК) с полигоном калибровки высокоточного радиовысотомера (ПК ВРВ). Полигон создан для метрологической проверки ВРВ САДКО, установленного на геодезическом спутнике ГЕОИК-2.

ВРВ САДКО, поставлен фирмой Alcatel Alenia Space и является аналогом высотомера Poseidon-2. Данный высотомер обеспечивает проведение измерений на двух несущих частотах – 13,575 ГГц (Ku-диапазон) и 5,3 ГГц (С-диапазон) и является эффективным средством изучения топографии морской поверхности (МП).

Радиовысотомер измеряет высоту спутника над МП. Радиоимпульс высотомера является сложно - модулированным сигналом. Непосредственно измеренной величиной является спектральная плотность свертки «эталонного сигнала» и отраженного сигнала от МП. Вид выходного сигнала приведен на рис. 1.

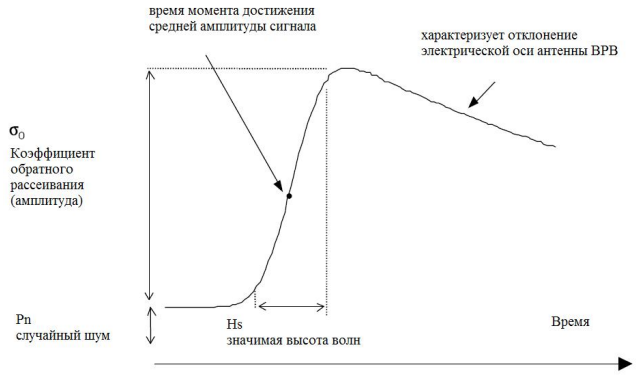


Рис. 1. График отраженного сигнала радиовысотомера

Определение высоты выполняют с использованием моделей отраженного сигнала радиовысотомера от взволнованной МП. В настоящее время существуют три основные модели: Брауна; Хайна; статистическая модель.

Наиболее широко используется модель Брауна [1]. Данная модель описывает зависимость мощности отраженного сигнала от времени (t) следующей формулой:

$$\overline{P}(t) = \frac{\sigma_0}{2}\exp\left\{-\frac{4}{\gamma}\sin^2\xi\right\}\left[1+erf\left(\mathrm{u}\right)\right]\exp\left\{-\alpha_\xi\left(t-\tau-\frac{\alpha_\xi}{2}\sigma_c^2\right)\right\}+P_n, \quad (1)$$

$$\gamma = 0,724\sin^2\Theta_{3dB}, \quad \sigma_c = \sqrt{\sigma_F^2+\sigma_s^2}, \quad \sigma_F = \frac{0,5}{B}, \quad \sigma_s = \frac{H_s}{2c}, \quad (2)$$

$$\alpha_\xi = \frac{4c}{\gamma H\left(1+\frac{H}{R}\right)}\left(\cos 2\xi - \frac{\sin^2 2\xi}{\gamma}\right), \quad \mathrm{u}=\frac{t-\tau-\alpha_\xi\sigma_c^2}{\sqrt{2}\sigma_c}, \quad (3)$$

где H – высота спутника;

R – средний радиус Земли;

c – скорость света;

ξ – отклонение электрической оси антенны ВРВ относительно локальной нормали;

B – ширина полосы ЛЧМ-импульса ВРВ;

Θ_{3dB} – ширина луча антенны ВРВ (3 дБ для антенны ВРВ САДКО);

erf - функция ошибок, определяемая выражением

$$erf(\mathrm{x})=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\mathrm{x}}\left[\exp(-\mathrm{t}^2)\mathrm{dt}\right];$$

σ_0 – коэффициент обратного рассеивания (амплитуда);

τ – время распространения импульса от фазового центра антенны ВРВ до поверхности моря и обратно;

H_s - значимая высота морских волн;

P_n – случайный шум.

Основными определяемыми параметрами являются:

- время момента достижения средней амплитуды сигнала τ;
- значимая высота волн H_s;
- коэффициент обратного рассеивания σ_0.

Дополнительно оценивается отклонение электрической оси антенны высотомера от местной нормали ξ.

Входная информация включает:

- калиброванный отраженный сигнал на двух частотах Ku и C;
- предварительные значения определяемых параметров.

Минимизируемый функционал имеет вид

$$F = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_p} q_i \left(P(t_i) - \overline{P}(t_i) \right)^2 , \qquad (4)$$

где $P(t_i)$ – измеренный отсчет отраженного сигнала в момент времени t_i;

N_p– число отсчетов, принятых в обработку;

q_i – вес i-го отсчета, обратно пропорциональный СКП i-го отсчета.

Экспериментальные исследования показали, что минимизация данного нелинейного функционала является неустойчивой процедурой, а оптимальным методом получения определяемых параметров является метод наименьших квадратов (МНК) с коррекцией решения по типу доверительной области (модифицированный метод Левенберга-Маркварда [2]). В случае успешного решения выполняется оценка точности определения параметров по МНК.

Решение системы уравнений поправок имеет вид:

$$\mathrm{x}_{j+1} = \mathrm{x}_j + \Delta\mathrm{x} = \mathrm{x}_j - \left(\mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{A}_j + \eta_j \mathrm{I} \right)^{-1} \mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{L}_j ,$$

$$\begin{cases} \eta_j = 0, \ \text{если}, \ \delta_j \geq \left\| \left(\mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{A}_j + \eta_j \mathrm{I} \right)^{-1} \mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{L}_j \right\| \\ \eta_j > 0, \ \text{если}, \ \delta_j < \left\| \left(\mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{A}_j + \eta_j \mathrm{I} \right)^{-1} \mathrm{A}_j^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathrm{L}_j \right\| \end{cases}, \qquad (5)$$

где $\Delta\mathrm{x}$ – вектор поправок к предварительным значениям определяемых параметров;

A – матрица коэффициентов уравнений поправок;

L – вектор коэффициентов уравнений поправок;

Q – весовая матрица.

I – единичная матрица;

$\|...\|$ – норма в пространстве L2;

δ_j – радиус доверительной области;

η_j - параметр регуляризации;

x_j - вектор уточняемых параметров в j-ом приближении.

Число уточняемых параметров может изменяться в зависимости от режима работы алгоритма и выбора состава уточняемых геофизических параметров.

Использование МНК корректно при условии, что погрешности отсчетов являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону, в связи с чем были исследованы погрешности измеренных отсчетов форм мощности. Первичные отсчеты представляют собой случайные величины, распределенные по экспоненциальному закону, т.е. их дисперсия равна квадрату амплитуды. Оценка точности выполняется на интервале 1 с. Аналогичный интервал используется для усреднения первичных отсчетов.

После усреднения закон распределения отсчетов приближается к нормальному с дисперсией, равной исходной дисперсии деленной на число усреднений.

Число повторений импульсов зависит от комбинации импульсов в Ku- и C-диапазонах. В стандартной комбинации 2Ku1C2Ku соответствующее число усреднений будет 1600 и 400 для Ku и C-диапазона соответственно [3]. Вычисления проводились по измерениям, прошедшим предварительное усреднение и распределенным по случайному квазинормальному закону. Для 50 мс число усреднений составит 80 и 20 соответственно для Ku и C-диапазонов.

Оценкой теоретического значения погрешности отсчетов будет

$$m_{\mathrm{i}} = \begin{cases} \dfrac{|\mathrm{P_i}|}{\sqrt{80}}, \text{ для Ku} \\ \dfrac{|\mathrm{P_i}|}{\sqrt{20}}, \text{ для C} \end{cases}, \quad i = 1,\ldots 128, \tag{6}$$

где m_{i} и $|P_i|$ – соответственно СКП и амплитуда i-го отсчета формы мощности.

Приведенные теоретические оценки проверены на примере реальных альтиметрических данных спутника Jason-1 в формате SGDR (радиовысотомер Poseidon-2). Анализ сигнала проводился на интервале 10 с. Отклонения отдельных форм от усредненной формы, которая рассматривалась как истинная, графически показаны на рис. 2 для 104 отсчетов - с 13 по 116 (а- Ku-диапазон, б – C-диапазон).

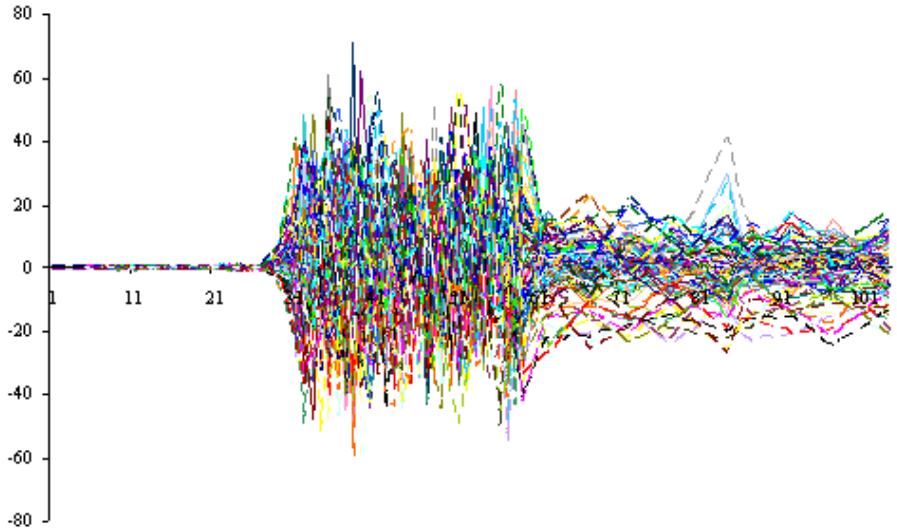


Рис. 2а. Отклонения отсчетов от усредненного сигнала на интервале 10 с

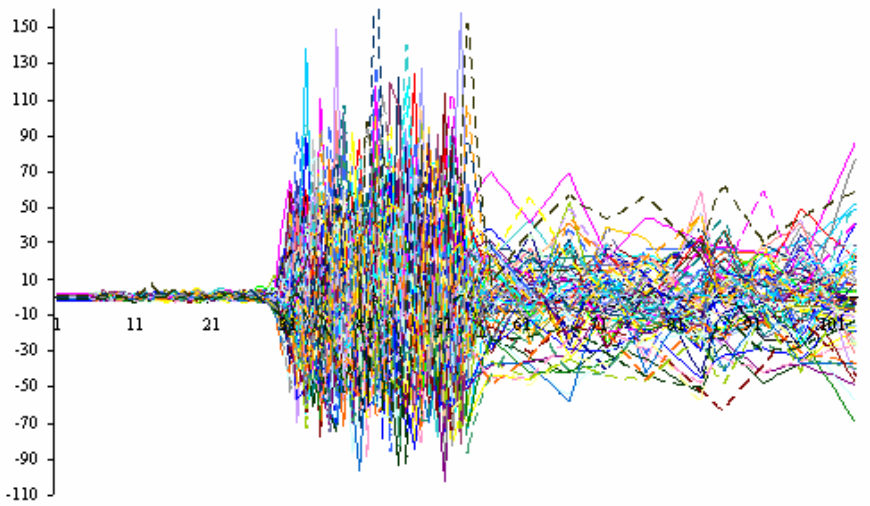
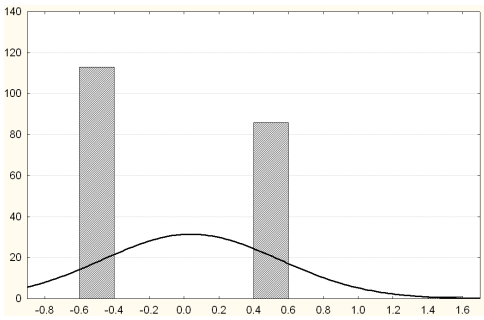
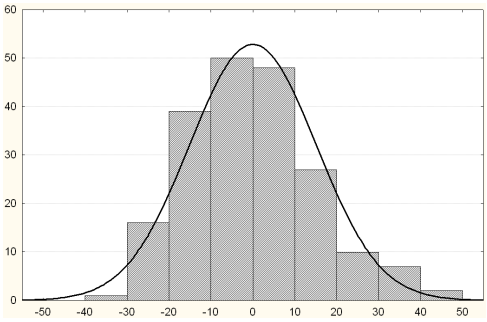


Рис. 2б. Отклонения отсчетов от усредненного сигнала на интервале 10 с

Полученные отклонения позволяют выделить четыре зоны с изменением дисперсии отсчетов. Первая зона – шумовая, вторая – фронтальная; третья – зона ближнего плато; четвертая – зона дальнего плато. Для проверки условия нормальности распределения погрешностей отсчетов на рис. 3 сопоставлены гистограммы разностей форм отдельных отсчетов в различных зонах и графики плотности нормального распределения с эмпирическими значениями, соответствующими исследуемой выборке. Под каждой гистограммой приведены значения Хи-квадрат.



15 (833,0)



30 (12,7)

Рис. 3. Гистограммы разностей отсчетов мощности на 10 с интервале для диапазона Ku (15 – шумовая зона; 30 – фронтальная зона)

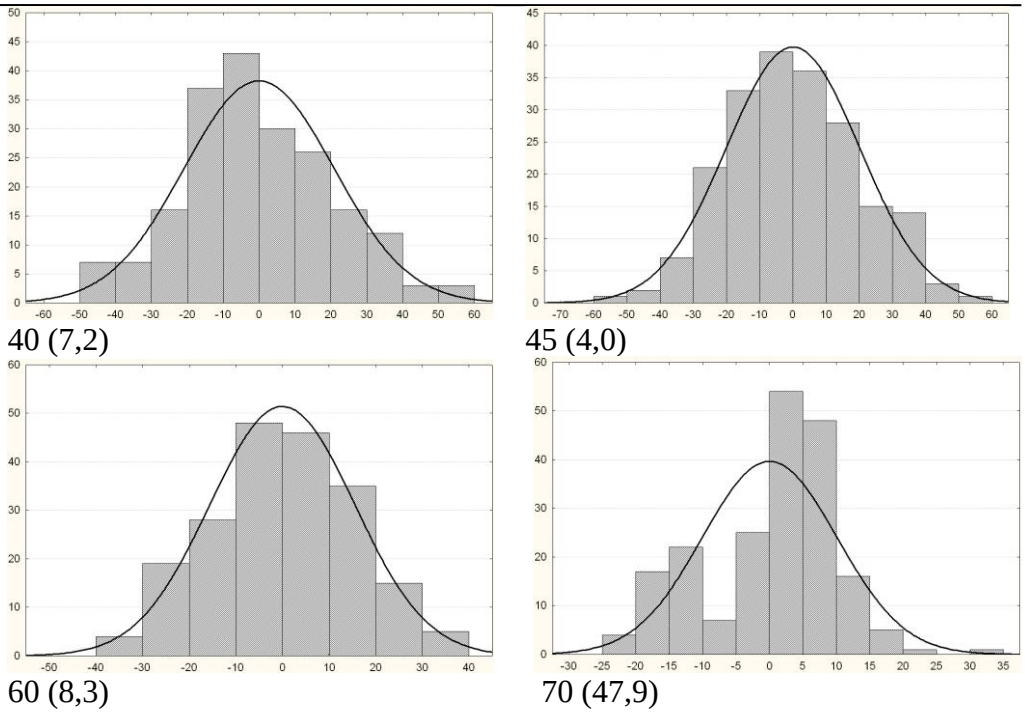


Рис. 3. Гистограммы разностей отсчетов мощности на 10 с интервале для диапазона Ku (40 – фронтальная зона; 45, 60 – зона ближнего плато; 70 – зона дальнего плато)

Результаты статистического анализа показывают, что для наиболее информативных зон фронта и переднего плато погрешности отсчетов форм мощности могут быть представлены нормальным законом распределения. Аналогичные результаты получены и для С-диапазона. Эмпирические погрешности описывается зависимостью

$$\overline{m}_i \approx \begin{cases} |P_i|/8 \ \text{ для Ku} \\ |P_i|/4 \ \text{ для C}, \quad i = 1,...128 \end{cases}, \tag{7}$$

которая достаточно хорошо согласуется с теоретической зависимостью (6).

Оценки точности, получаемые по МНК, должны быть масштабированы с учетом числа n отсчетов на интервале 1с. После такого масштабирования получаем:

$$\mathrm{M}_{\sigma_0} = \frac{1}{\left(\sqrt{n}\right)} 10 \cdot \log_{10}\left(1 + \sqrt{\frac{\mathrm{w}_{11}}{\sigma_0^2}}\right) \ \text{дб}, \ \mathrm{M}_{\tau} = \frac{1}{\left(\sqrt{n}\right)} \frac{\mathrm{c}}{2} \sqrt{\mathrm{w}_{22}} \ \text{м},$$

$$\mathrm{M}_{\mathrm{S}} = \frac{1}{\left(\sqrt{n}\right)} m_{\mathrm{S}} \ \text{м}, \ \mathrm{M}_{\xi} = \frac{1}{\left(\sqrt{\mathrm{n}}\right)} \frac{180\mathrm{x}60}{\pi} m_{\xi} \ \text{угл. мин}, \tag{8}$$

где М – масштабированные значения СКП, полученные на интервале 1с.

Оценки, полученные по формулам (8) для трехпараметрической модели (τ, σ_0, H_S), представлены в виде графиков на рис. 4 в зависимости от высоты значимых волн (SWH). По левой оси отложены значения СКП τ, σ_0, соответственно в метрах и децибелах.

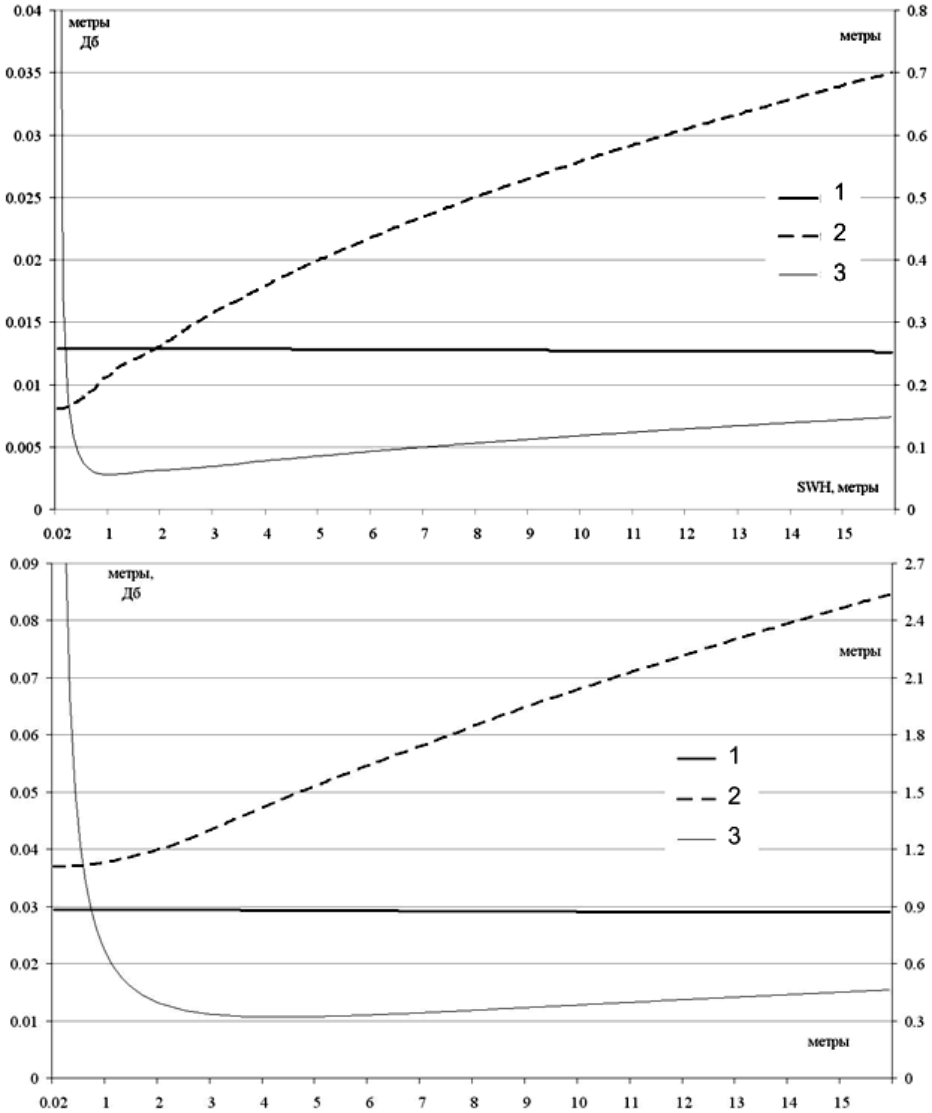


Рис. 4. Зависимость оценок точности параметров $\sigma_0(1), \tau(2), H_S(3)$ от величины SWH (а – Ku-диапазон; б – С-диапазон)

По правой оси отложены значения СКП H_S в метрах. Графики характеризуют предельно достижимые оценки точности основных параметров в каждом из двух диапазонов. Оценки погрешностей определения параметров для С-диапазона в 2-3 раза превосходят

соответствующие оценки для Ku-диапазона. Аналогичные графики для четырехпараметрической модели (τ, σ_0, H_S, ξ) приведены на рис. 5.

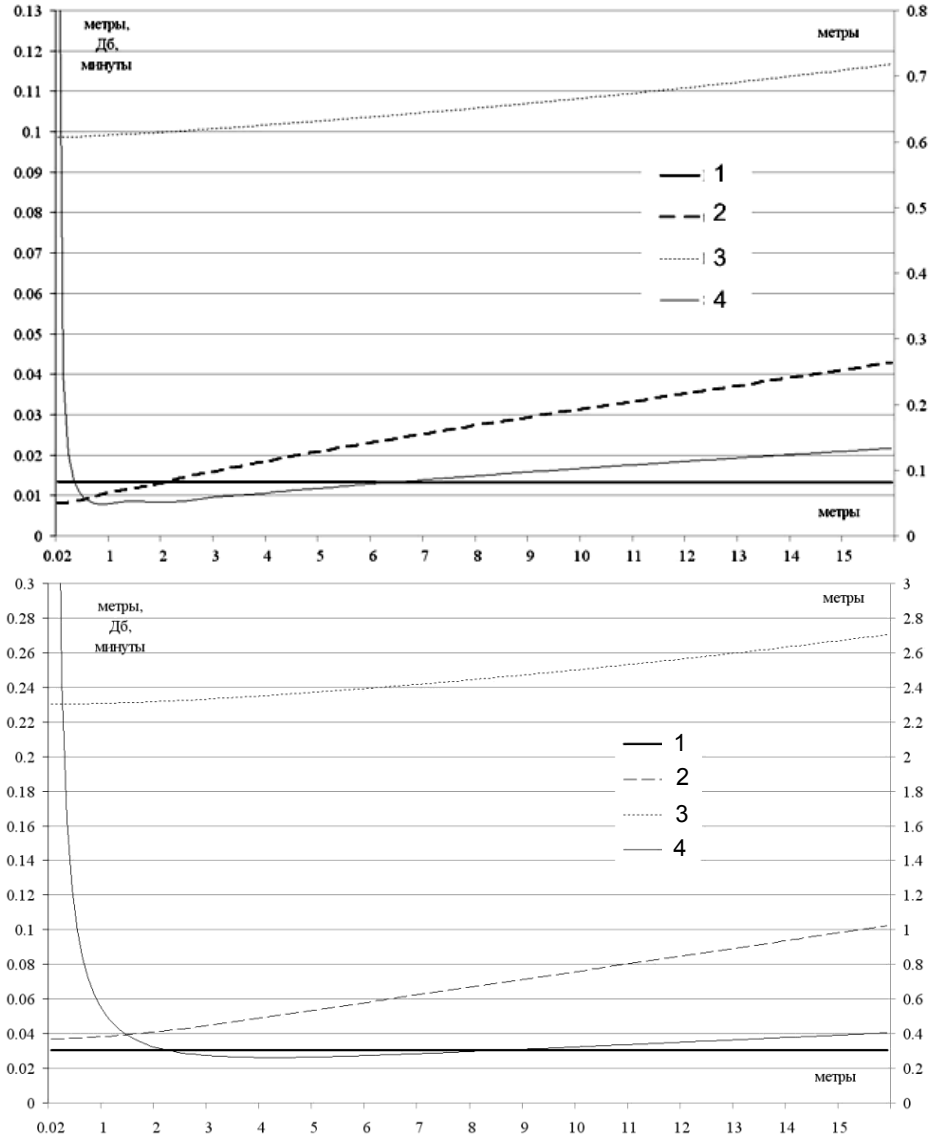


Рис. 5. Зависимость оценок точности параметров $\sigma_0(1), \tau(2), \xi(3), H_S(4)$ от величины SWH (а – Ku-диапазон; б – С-диапазон)

По левой оси отложены значения СКП τ, σ_0, ξ соответственно в метрах, децибелах и угловых минутах. По правой оси отложены значения СКП H_S в метрах. Из этих графиков видно, что добавление четвертого параметра может приводить к некоторому ухудшение точностных характеристик по сравнению с трехпараметрической моделью. Однако полученные оценки

более объективны, поскольку, как было отмечено, влияние угла отклонения оси антенны существенно. Принятое в оценочных расчетах начальное значение ξ=10' близко к максимально допустимому отклонению оси (12'). Графики показывают, что в процессе обработки результатов измерений возможно уточнение угла отклонения до уровня СКП ~6-7" (по данным Ku-диапазона).

Таким образом, подход к оценке формирования измерений высоты КА и сопутствующих геофизических параметров по измерительной информации ВРВ может базироваться на использовании МНК. Корректность применения МНК в статистическом смысле обоснована результатами экспериментальных исследований по обработке реальной высотомерной информации, показавшими, что закон распределения погрешностей отсчетов мощности в информативной части эхо-сигнала ВРВ близок к нормальному. Полученные результаты показывают, что обеспечить заданную погрешность определения высоты спутника 5 см возможно при максимальных отклонениях антенны ВРВ 12' и высотах значимых волн до 16 метров.

Разработанный алгоритм определения высоты спутника над морской поверхностью был опробован при обработке первичных альтиметрических данных Jason-1 в формате SGDR на 1 с интервалах (по 20 измерений по 50 мс). Результаты сравнения высот, вычисленных по алгоритму, с данными Jason-1 на двух интервалах приведены на рис. 6 (а, б).

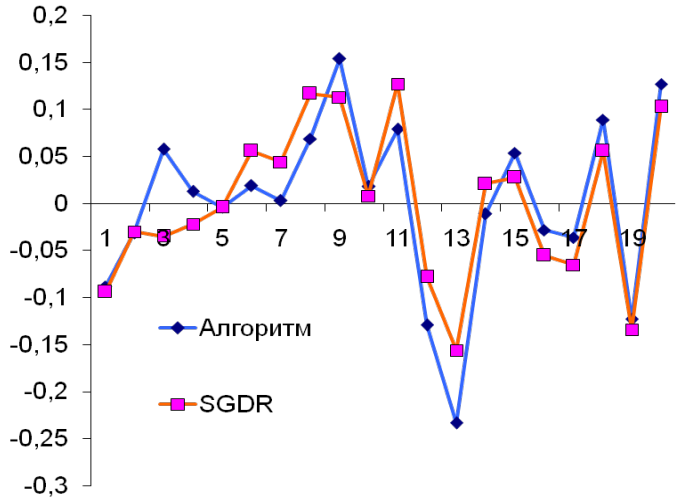


Рис. 6. а

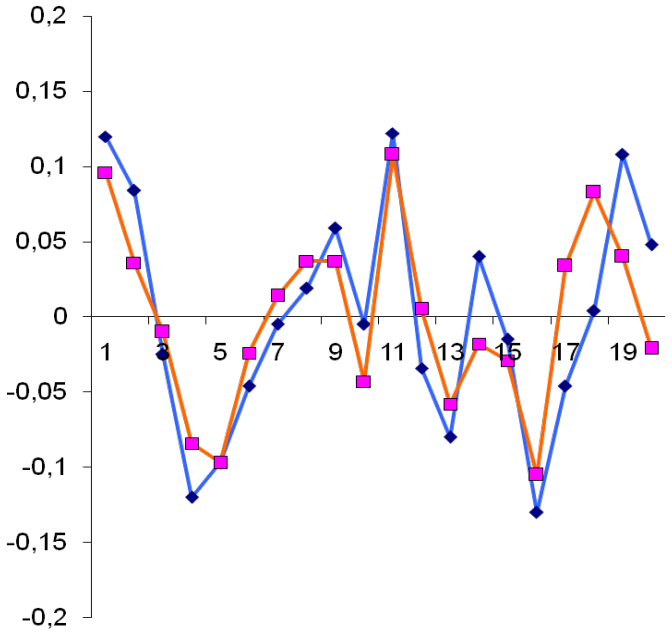


Рис. 6. б

Рис. 6. Результаты сравнения алгоритма с данными Jason-1 SGDR на двух интервалах по 1 с в метрах

Результаты сравнения показывают, что расхождения 50 мс измерений находятся на сантиметровом уровне, что позволяет сделать вывод о корректности предложенного алгоритма.

Литература

1. Brown G. S. The Average Impulse Response of a rough surface and its applications // IEEE Trans. Antennas Propag 1977, 25.
2. Дэннис Д., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988, 440 с.
3. Attachment B. Sadko altimeter requirement specifications / AAS - 2007.