

## II. Меры для выражения случайной нестабильности по частоте и времени (фазе)

Ассамблея Радиосвязи МСЭ, принимая во внимание:

а) что существует необходимость в адекватном языке, с помощью которого можно говорить о характеристиках нестабильности стандартов частоты, источников времени и измерительных систем;

б) что классическая вариация является расходящейся для некоторых видов случайных нестабильностей по времени и частоте;

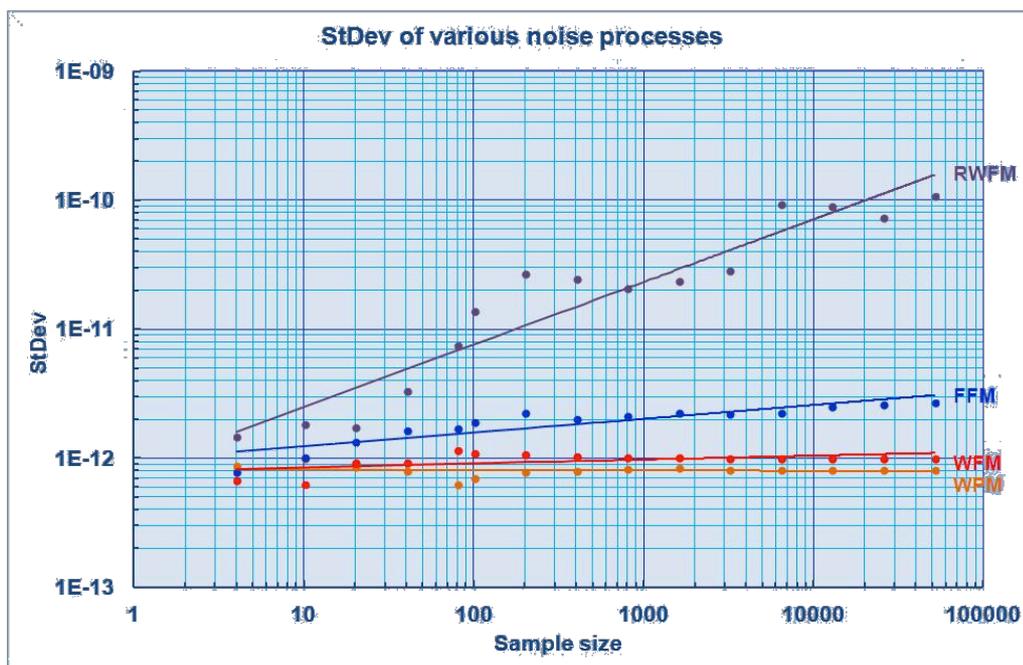


Рис. 3.

в) что большинство лабораторий, обсерваторий, предприятий промышленности и обычных потребителей уже приняли некоторые рекомендации Подкомитета по нестабильности частоты Технического комитета по времени и частоте Объединения по приборам и измерениям Института инженеров электротехники и электроники, а также наличие IEEE Standard No 1139-1988 on “IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology”;

г) что меры по нестабильности времени и частоты должны быть основаны на прочных теоретических принципах, удобных для использования и непосредственно интерпретируемых;

д) что желательно иметь меры нестабильности по частоте и времени, получаемые с простыми измерительными средствами;

е) что не существует общепринятых и адекватных мер нестабильности часов и средств измерений, сличений и средств передачи;

ж) что были найдены меры временной нестабильности, которые удовлетворяют несоответствиям требований промышленности телекоммуникаций, а равно измерениям времени и частоты, сличениям, средствам передачи, а также часам,

**рекомендует:**

1. Случайная нестабильность стандартов частоты и сигналов времени должна характеризоваться статистическими мерами  $S_y(f)$ ,  $S_\phi(f)$  или  $S_x(f)$ , в частотной области и  $\sigma_y(\tau)$ , *Mod.*  $\sigma_y(\tau)$  и  $\sigma_x(\tau)$  во временной области в соответствии со следующими определениями:

1.1. Мерой нестабильности нормированной частоты  $y(t)$  в частотной области является  $S_y(f)$ , т.е. односторонняя спектральная плотность ( $0 < f < \infty$ ) нестабильности нормированной частоты  $y(t) = (v(t) - v_0)/v_0$ , где  $v(t)$  – мгновенная частота несущей, а  $v_0$  её номинальная частота.

1.2. Мерой фазовой нестабильности  $\phi(t)$  в частотной области является  $S_\phi(f)$ , т.е. односторонняя спектральная плотность ( $0 < f < \infty$ ) фазовой нестабильности  $\phi(t)$  на Фурье частоте  $f$ .

1.3. Мерой фазовой нестабильности, выраженной в единицах времени (фаза-время),  $x(t)$  в частотной области является  $S_x(f)$ , т.е. односторонняя спектральная плотность ( $0 < f < \infty$ ) фазо-временной нестабильности  $x(t)$ , где  $x(t) = \phi(t)/2\pi v_0$ ; а  $x(t)$  связано с  $y(t)$  соотношением  $y(t) = dx(t) / dt$ .

1.4. Соотношения между упомянутыми спектральными плотностями даются следующими соотношениями:  $S_y(f) = (f^2/v_0^2)$ ,  $S_\phi(f) = 4\pi^2 f^2 S_x(f)$ . Размерности  $S_y(f)$ ,  $S_\phi(f)$  и  $S_x(f)$  соответственно  $\text{Hz}^{-1}$ ,  $\text{Rad}^2 \text{Hz}^{-1}$  и  $\text{s}^2 \text{Hz}^{-1}$ .

1.5. Мерой нестабильности нормированной частоты  $y(t)$  во временной области является двухвыборочная стандартная девиация  $\sigma_y(\tau)$ , а также модифицированная двухвыборочная стандартная девиация *Mod.*  $\sigma_y(\tau)$ , как это определено в Приложении 1.

1.6. Мерой временной нестабильности во временной области является  $\sigma_x(\tau)$ , как это определено в Приложении 1;

2. Что при определении статистических мер нестабильности по времени и частоте должны быть учтены детерминированные явления, т.е.: Альманах современной метрологии, 2017, № 10

2.1. Должны быть заявлены все наблюдаемые временные зависимости статистических мер.

2.2. Должен быть специфицирован метод измерения систематического поведения (т.е. оценка линейного дрейфа частоты, полученного на основе коэффициентов линейной регрессии  $M$  измерений частоты, причем, каждое с указанием времени усреднения или времени выборки и полосы измерительной системы  $f_h$ ).

2.3. Должна быть заявлена чувствительность к окружающей среде (т.е. зависимости частот и/или фазы от температуры, магнитного поля, давления и т.д.).

3. При заявлении статистических мер нестабильности по времени и частоте должны быть указаны все существенные параметры измерений:

3.1. методика измерений;

3.2. характеристики опорного сигнала;

3.3. номинальная частота сигнала  $\nu_0$ ;

3.4. полоса пропускания измерительной системы  $f_h$  и соответствующий отклик низкочастотного фильтра;

3.5. полное время измерений или количество измерений  $M$ ;

3.6. технология вычислений (т.е. лаг детали окна при оценке спектральной плотности мощности на основании данных во временной области или предположения о влиянии мертвого времени на оценки двухвыборочной стандартной девиации  $\sigma_y(\tau)$ );

3.7. доверительные интервалы оценок.

4. Должны быть представлены графические иллюстрации или аналитические выражения мер нестабильности по времени и частоте, которые также должны включать доверительные интервалы (т.е.  $S_y(f)$ ,  $S_\phi(f)$  и  $S_x(f)$  как функции частоты  $f$  и/или  $\sigma_y(\tau)$ ,  $Mod.$   $\sigma_y(\tau)$  и  $\sigma_x(\tau)$  как функции времени  $\tau$ ).

## Категоризация частотных и фазовых шумов

### 1. Термины и определения

Нестабильность по частоте и фазе может характеризоваться случайными процессами, которые, в свою очередь, могут быть представлены статистически как в области Фурье частот, так и во временной области.

Мгновенный нормированный уход частоты  $y(t)$  от номинальной частоты  $\nu_0$  связан с мгновенной флуктуацией фазы  $\varphi(t)$  относительно номинальной фазы  $2\pi\nu_0 t$  соотношением:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \times \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\dot{\varphi}(t)}{2\pi\nu_0},$$

$$x(t) = \frac{\varphi(t)}{2\pi\nu_0},$$

где  $x(t)$  вариация фазы в единицах времени.

### 2. Фурье частотная область

В Фурье области нестабильность частоты может быть определена в виде ряда односторонних (Фурье частоты от 0 до  $\infty$ ) спектральных плотностей:

$S_y(f)$  от  $y(t)$ ,  $S_\varphi(f)$  от  $\varphi(t)$ ,  $S_\dot{\varphi}(f)$  от  $\dot{\varphi}(t)$ ,  $S_x(f)$  от  $x(t)$  и т.д.

Приведенные спектральные плотности связаны между собой следующими соотношениями:

$$S_y(f) = \frac{f^2}{\nu_0^2} S_\dot{\varphi}(f) \quad ,$$

$$S_\dot{\varphi}(f) = (2\pi f)^2 S_\varphi(f) \quad ,$$

$$S_x(f) = \frac{1}{(2\pi\nu_0)^2} S_\varphi(f)^2 \quad .$$

В качестве подходящих моделей случайных флуктуаций в точных колебательных системах часто используются спектральные плотности мощности на основе степенных законов. Практика показала, что для многих осцилляторов случайные флуктуации представляют из себя сумму пяти независимых шумовых процессов, которые, при условии некоторых ограничений, могут быть представлены в следующем виде:

$$S_y(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha & 0 < f < f_h \\ 0 & f > f_h, \end{cases}$$

где  $h_\alpha$  - константа,  $\alpha$  - целое число, а  $f_h$  - верхняя частота пропускания низкочастотного фильтра. Приведенные выражения для спектральных плотностей корректны и совместимы со стационарными шумами, включая фазовые шумы. Возможная расходимость устраняется ограничением полосы частот. На практике бывает достаточно двух-трех шумовых процессов. Идентификация и характеристики пяти шумовых процессов будут приведены позднее.

### 3. Временная область

Случайная нестабильность частоты во временной области может быть выражена несколькими выборочными вариациями. Рекомендована двухвыборочная стандартная девиация, которая равна корню квадратному из двухвыборочной без «мертвого» времени вариации  $\sigma_y^2(\tau)$ , определенной как:

$$\sigma_y^2(\tau) = 1/2 \langle (y_{k+1}^- - y_k^-)^2 \rangle,$$

где  $y_k^- = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt = \frac{x_{k+1} - x_k}{\tau}$  и  $t_{k+1} = t_k + \tau$  (последовательные выборки)

$\langle \rangle$  означает бесконечное усреднение по времени. Эта величина часто называется вариацией Аллана.  $x_k$  и  $x_{k+1}$  - остатки временных измерений, произведенных в  $t_k$  и  $t_{k+1} = t_k + \tau$ ,  $k=1, 2, \dots$ , и  $1/\tau$  - фиксированный темп выборки, который обуславливает нулевое «мертвое» время между измерениями частоты. «Остатки» в смысле устранения всех известных систематических эффектов.

Если исходный темп выборки  $1/\tau_0$ , то вообще говоря, можно получить более эффективную оценку, используя т.н. «overlapping estimate». Эта оценка получается путем следующего уравнения:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2n)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2n} (x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i)^2$$

где  $N$  исходных временных измерений через  $\tau_0$  ( $N=M+1$ , где  $M$  - число исходных измерений частоты с временем выборки  $\tau_0$ ) и  $\tau=n \tau_0$ .

Если в измерениях частоты есть «мёртвое» время и это не принимается в учет при вычислении  $\sigma_y^2(\tau)$ , то, как было показано исследователями, результирующие величины нестабильности (которые уже не являются вариацией Аллана) будут смещенными (за исключением оценок для белого частотного шума) по мере того, как данные измерений будут перегруппировываться для  $\tau=n\tau_0$  ( $n>1$ ). Подобные смещения были изучены, и опубликованы соответствующие таблицы поправок.

Если же «мёртвое» время отсутствует, то исходные  $\bar{y}_i$  могут быть скомбинированы в  $\bar{y}_k$ :

$$\bar{y}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=k}^{k+n-1} \bar{y}_i .$$

***Создатели математического аппарата выборочных оценок и его применений стандартов частоты и часов***



Первая публикация по математическому аппарату выборочных оценок принадлежит выдающемуся математику Джону фон Нейманну (1903 -1957).

- J.V. Neymann, R.H. Kent, H.R. Bellinqtonn end  
 B.J. Hart. Mean square successive difference, Ann Math

Statiqt, 12(1941), p. 1.53.



Д.А. Барнс



Д.В. Аллан

Пионерские работы по статистике стандартов частоты были начаты в Национальном Бюро стандартов США (ныне НИСТ) Джеймсом А.Барнсом (1933 – 2002), первым руководителем Отделения времени и частоты, и сотрудником этого подразделения Дэвидом В. Алланом,

*D.W. Allan, Statistics of Atomic Frequency Standard, Proceedings of the IEEE, 54, No.2, 221-231, (1966).*

Эта работа получила всемирное признание и стала мировым стандартом с принятием МСЭ в 1978 г. Recommendation ITU-R TF.538-3 “Measures for random instabilities in frequency and time (phase)”. В 2016 г. мировое частотно-временное сообщество отмечало 50-летний юбилей этой статистики.

Таблица 1

**Характеристики пяти независимых шумовых процессов неустойчивости частоты в осцилляторах**

Описание шумового процесса	Наклон на log-log графике				
	Частотная область		Временная область		
	$S_y(f)$	$S_\phi(f)$ или $S_y(f)$	$\sigma_y^2(\tau)$	Mod. $\sigma_y^2(\tau)$	$\sigma_x^2(\tau)$
	$\alpha$	$\beta \equiv \alpha - 2$	$\mu$	$\mu'$	$\eta$
Random walk frequency	-2	-4	1	1	3
Flicker frequency	-1	-3	0	0	2
White frequency	0	-2	-1	-1	1
Flicker phase	1	-1	-2	-2	0
White phase	2	0	-2	-3	-1

$$\alpha = -\mu - 1; -2 \leq \mu < 2,$$

$$S_y(f) = h_\alpha f^\alpha, \quad \sigma_y^2(\tau) \sim |\tau|^\mu,$$

$$S_\phi(f) = v_0^2 h_\alpha f^{\alpha-2} = v_0^2 h_\alpha f^\beta, \beta \equiv \alpha - 2; \eta \equiv \mu' + 2, \quad \text{Mod. } \sigma_y^2(\tau) \sim |\tau|^{\mu'},$$

$$S_x(f) = \frac{1}{4\pi^2} h_\alpha f^{\alpha-2} = \frac{1}{4\pi^2} h_\alpha f^\beta, \quad \alpha = -\mu' - 1, \quad \sigma_x^2(\tau) \sim |\tau|^\eta.$$

**Характеристики наклона на log-log диаграммах  
пяти независимых шумовых процессов в частотной и временной  
областях**

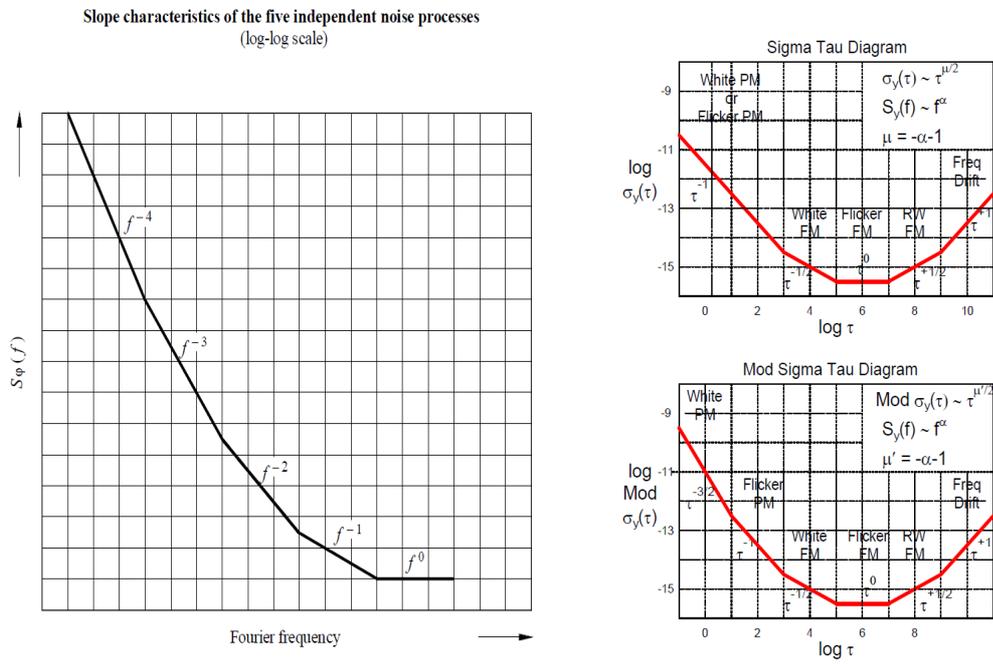


Рис. 4

**Примеры некоторых шумовых процессов для всех процессов**

$$\sigma_y(\tau = 1 s) = 1 \cdot 10^{-12}$$

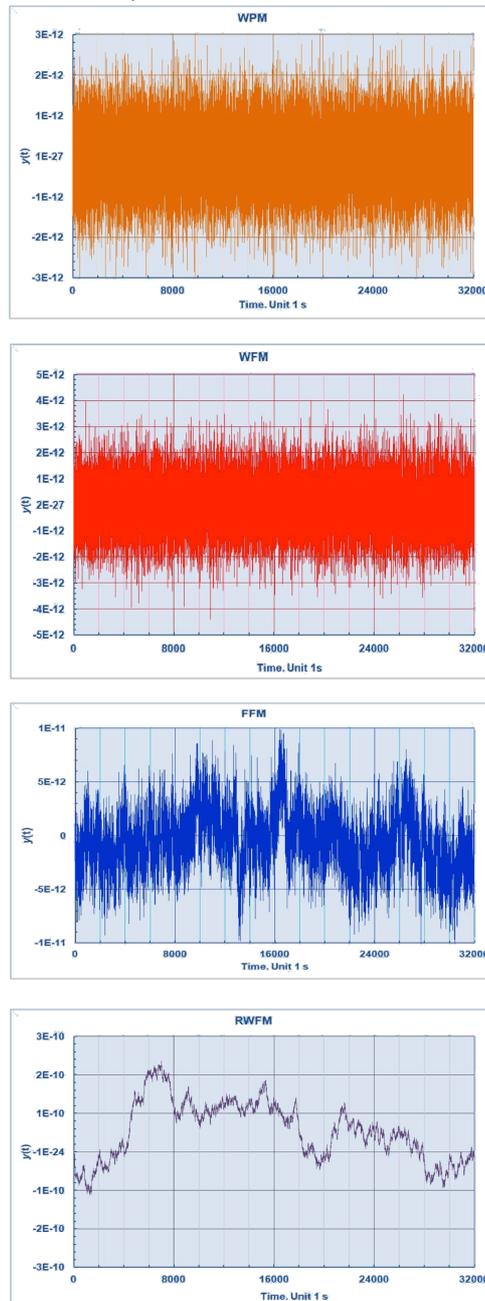


Рис. 5

### Модифицированная вариация Аллана

Модифицированная вариация Аллана, Mod.  $\sigma_y^2(\tau)$ , разработана для того, чтобы различать оценки нестабильности для белого фазового шума и фазового фликкера. В результате Mod.  $\sigma_y^2(\tau) \sim \tau^{-3/2}$ , а  $\sigma_y^2(\tau) \sim \tau^{-1}$ .

$$\text{Mod. } \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2 n^2 (N - 3n + 1)} \sum_{j=1}^{N-3n+1} \left[ \sum_{i=j}^{n+j-1} (x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i) \right]^2,$$

где N - исходное число измерений вариаций времени через  $\tau_0$ ;  
 $\tau = n\tau_0$  интервал выборки.

### Временная вариация

Для оценок временной нестабильности может быть использована т.н. временная вариация  $\sigma_x^2(\tau)$ :

$$\sigma_x^2(\tau) = (\tau^2 \text{Mod.} \sigma_y^2(\tau)) / 3,$$

$$\sigma_x^2(\tau) = (1/6) \left\langle \left[ \bar{x}_{k+2n} - 2\bar{x}_{k+n} + \bar{x}_k \right]^2 \right\rangle,$$

где  $y = (dx/dt)$ ,  
 а  $\tau = n\tau_0$ .

Следовательно, x – девиация по времени, скобки « $\langle \rangle$ » обозначают бесконечное усреднение по времени, а черта над x – среднее значение на интервале  $\tau$ . Три использованных во второй разности средних являются смежными и занимают по времени  $3\tau$ .

### 4. Преобразование между частотной и временной областями

Вообще говоря, если известна спектральная плотность мощности флуктуаций нормированной частоты  $S_y(f)$ , то выборочные вариации могут быть получены с помощью следующих выражений:

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^{f_h} S_y(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df,$$

$$\text{Mod.} \sigma_y^2 = 2 \int_0^{f_h} S_y(f) \frac{\sin^6(\pi f \tau)}{(n\pi f \tau)^2 \sin^2(\pi f \tau_0)} df,$$

$$\sigma_x^2(\tau) = \frac{8}{3} \int_0^{f_h} S_x(f) \frac{\sin^6(\pi f \tau)}{n^2 \sin^2(\pi f \tau_0)} df.$$

Характерная особенность заключается в том, что если спектральная плотность мощности следует степенному закону, то и меры нестабильности во временной области также представлены степенным законом:

$$\sigma_y^2 = h_{-2} \frac{(2\pi)^2}{6} \tau + h_{-1} 2 \log_e 2 + h_0 \frac{1}{2\tau} + h_1 \frac{1.038 + \log_e(2\pi f_h \tau)}{(2\pi)^2 \tau^2} + h_2 \frac{3f_h}{(2\pi)^2 \tau^2}.$$

Величины  $h_\alpha$  характеризуют частотные шумы конкретного осциллятора. Некоторые замечания о соотношениях целых:

$$\mu = -\alpha - 1, \quad -3 \leq \alpha \leq 1,$$

$$\mu \sim -2, \quad \alpha \geq 1,$$

при этом  $\sigma_y^2(\tau) \sim \tau^\mu$ .

Эти формулы преобразования были проверены экспериментально и численно. Следующая таблица даёт коэффициенты преобразования мер стабильности из временной области в частотную и из частотной во временную.

Таблица 2

**Преобразование мер нестабильности частоты из спектральной области во временную и обратно (для  $2\pi f_h \tau \gg 1$ )**

Описание шумового процесса	$\sigma_y^2(\tau) =$	$S_y(f) =$	$S_\phi(f) =$	$S_x(f) =$
Случайные блуждания по частоте	$A[f^2 S_y(f)]f^1$	$\frac{1}{A}[\tau^{-1} \sigma_y^2(\tau)]f^{-2}$	$\frac{v_0^2}{A}[\tau^{-1} \sigma_y^2(\tau)]f^{-4}$	$\frac{3.636}{A}[\tau^{-3} \sigma_x^2(\tau)]f^{-4}$
Частотный фликкер	$B[f S_y(f)]f^0$	$\frac{1}{B}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^{-1}$	$\frac{v_0^2}{B}[\tau^0 \sigma_y^2(\tau)]f^{-3}$	$\frac{0.741}{AB}[\tau^{-2} \sigma_x^2(\tau)]f^{-3}$
Белый частотный	$C[f^0 S_y(f)]f^{-1}$	$\frac{1}{C}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^0$	$\frac{v_0^2}{C}[\tau^1 \sigma_y^2(\tau)]f^{-2}$	$\frac{1}{AC}[\tau^{-1} \sigma_x^2(\tau)]f^{-2}$
Фазовый фликкер	$D[f^{-1} S_y(f)]f^{-2}$	$\frac{1}{D}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^1$	$\frac{v_0^2}{D}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^{-1}$	$0.89[\tau^0 \sigma_x^2(\tau)]f^{-1}$
Белый фазовый	$E[f^{-2} S_y(f)]f^{-2}$	$\frac{1}{E}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^2$	$\frac{v_0^2}{E}[\tau^2 \sigma_y^2(\tau)]f^0$	$\frac{1}{\tau_0 f_h}[\tau \sigma_x^2(\tau)]f^0$

Коэффициенты А-Е представлены ниже:

$$A = \frac{4\pi^2}{6},$$

$$B = 2 \log_e 2,$$

$$C = 1/2$$

$$D = \frac{1.038 + 3 \log_e (2\pi f_h \tau)}{4\pi^2},$$

$$E = \frac{3f_h}{4\pi^2}.$$

### 5. Временная область и доверительные интервалы

Для получения оценок доверительных интервалов (планок погрешностей) шумов гауссовского типа для конкретных величин оценок нестабильности  $\sigma_y(\tau)$ , полученных на выборках конечного размера, можно воспользоваться следующими выражениями (для неперекрывающихся оценок):

Доверительный интервал  $I_\alpha = \sigma_y(\tau) \cdot k_\alpha \cdot M^{-1/2}$  для  $M > 10$ .

$M$  - полное число данных в оценке,

$\alpha$  – определено в предыдущем разделе,

Таблица 3

$k_2 = k_1 = 0.99,$

$k_0 = 0.87,$

$k_{-1} = 0.77,$

$k_{-2} = 0.75.$

Пример: размер выборки  $M=100$ ,  $\alpha = -1$  (частотный фликкер),  
 $\sigma_y(\tau=1s)=10^{-12}$

$$I_\alpha = \sigma_y(\tau) \cdot k_\alpha \cdot M^{-1/2} \approx \sigma_y(\tau) \cdot (0.77) \cdot (100)^{-1/2} = \sigma_y(\tau) \cdot (0.077)$$

$$\sigma_y(\tau=1s) = (1 \pm 0.08) \cdot 10^{-12}$$

### 6. Заключение

Представленные статистические методы для описания частотной и фазовой нестабильности и соответствующие степенные законы для спектральных плотностей мощности шумов адекватно представляют нестабильность осцилляторов. Спектральные плотности мощности шумов могут быть однозначно трансформированы в меры временной области. Обратное преобразование не всегда верно, но истинно для степенных законов, часто используемых для описания высокостабильных осцилляторов.

Детерминированные вариации не покрываются рассмотренными моделями. Они могут быть периодическими или монотонными. Первые могут анализироваться методами гармонического анализа, а вторые с помощью полиномиальных дрейфов.

## Что еще?

1. Стандартная вариация
2. Вариация Аллана
3. Перекрывающаяся вариация Аллана
4. Модифицированная вариация Аллана
5. Временная вариация
6. **Вариация Адамара (Hadamard)**
7. Перекрывающаяся вариация Адамара
8. Модифицированная вариация Адамара
9. **Полная (Total) вариация**
10. Модифицированная полная вариация
11. Временная полная вариация
12. Полная вариация Адамара
13.  $\text{Th}\sigma_1$
14.  $\text{Th}\sigma_N$
15. **Dynamic Stability**



Бенджамин Дизраэли  
1804 - 1881

*Есть три вида лжи:  
ложь, наглая ложь и ста-  
тистика*

### Вариация Адамара

Поскольку вариация Адамара использует вторые разности относительных частот (третьи разности фазовых вариаций), она сходится для фликкерных блужданий частоты (FWFM  $\alpha=3$ ) и случайной скорости частоты (RRFM  $\alpha=4$ ). Она также не чувствительна к дрейфу частоты.

Если исходные данные – относительные частоты, то:

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6(M-2)} \sum_{i=1}^{M-2} [y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i]^2,$$

где  $x_i$   $i$ -ая – из относительной частоты на интервале.

Если исходные данные – фазовые данные, то:

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6\tau^2(N-3m)} \sum_{i=1}^{N-2} [x_{i+3} - 3x_{i+2} + 3x_{i+1} - x_i]^2,$$

где  $i$  из  $N = M + 1$  фазовый отсчет на интервале  $\tau$ .

Девияция Адамара - корень квадратный вариации  $H\sigma_y(\tau)$  или HDEV.

**Полная вариация (Total Variance)**

Полная вариация TOTVAR аналогична двухвыборочной вариации Аллана и дает те же оценки, но обеспечивает заметно более высокий доверительный интервал для больших интервалов выборки. Исходная выборка искусственно расширяется путем добавления в начало и конец зеркально отраженных данных.

$$TOTVAR(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(N-2)} \sum_{i=2}^{N-1} [x_{i-m}^* - 2x_i^* + x_{i+m}^*]^2,$$

где  $\tau = m\tau_0$  и  $N$  фазовые отсчеты  $x$ , полученные в  $\tau = \tau_0$ , расширенные путем отражения с обоих концов и образующие искусственную последовательность  $x^*$  от  $i=3-N$  до  $i=2N-2$  общей длиной  $3N-4$ . Исходные данные в центре от  $i=1$  до  $N$ , а добавленные отраженные от  $j=1$  до  $N-2$

$$x_{1-j}^* = 2x_1 - x_{1-j} \text{ и } x_{N+j}^* = 2x_N - x_{N-j}.$$

**Динамическая стабильность (Dynamic Stability)**

Для динамического анализа используется последовательность скользящих временных окон, выполняющих динамический анализ DAVAR или DHVAR, демонстрируя таким образом изменения (нестационарность) часов во времени. Результаты представляются в виде трехмерной поверхности  $\log \sigma$  и  $\log \tau$  как функции времени или номера окна.

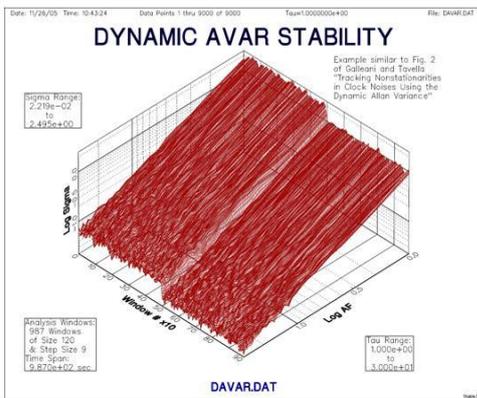


Рис. 6



**Патриция Тавелла**

***Где об этом почитать***

1. *RECOMMENDATION ITU-R TF.538-3, MEASURES FOR RANDOM INSTABILITIES IN FREQUENCY AND TIME (PHASE), Question ITU-R 104/7, 1978-1990-1992-1994.*
2. *Handbook on Selection and Use of Precise Frequency and Time Systems (1997 Edition), ITU.*
3. *W.J. Riley. Handbook of Frequency Stability Analysis, NIST Special Publication, 1065.*
4. *Characterization of Clocks and Oscillators, edited by D.B. Sullivan, D.W. Allan, D.A. Howe, F.L. Walls, NIST Technical Note, 1337, U.S. Department of Commerce, 1990.*

**Пример использования рассмотренных методов  
выражения нестабильности по частоте и времени**

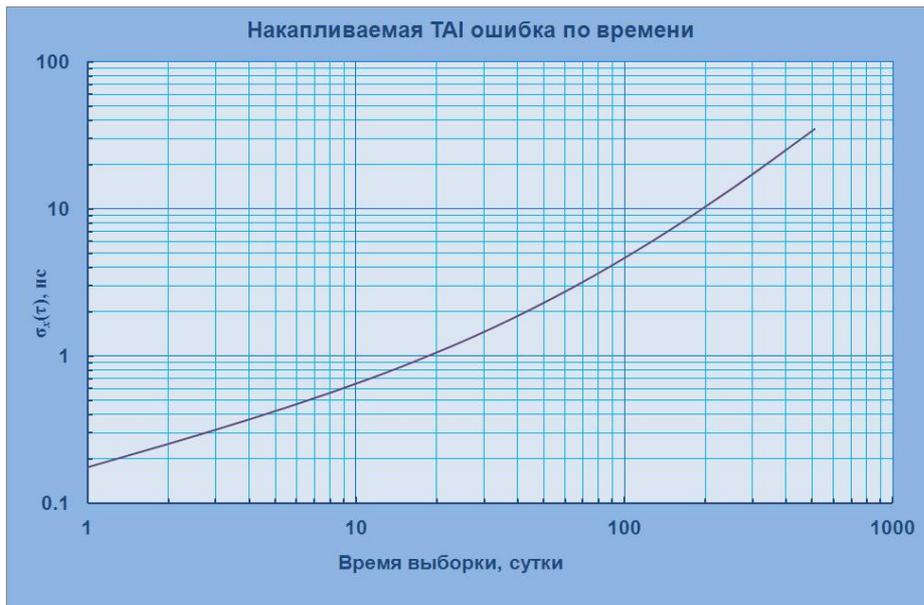
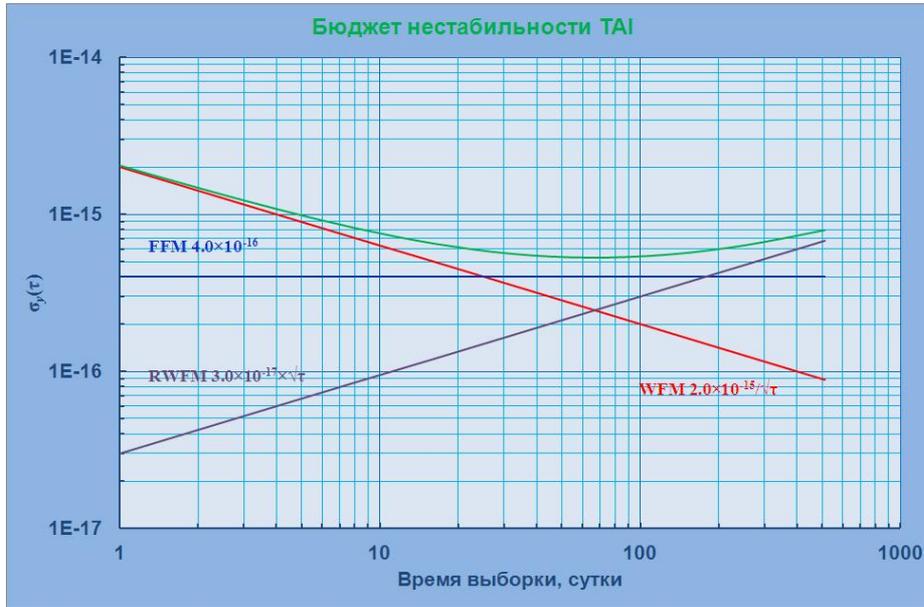


Рис. 7