

Метрологические исследования и ГЛОНАСС

УДК 521.3, 521.92

**СОВМЕСТНАЯ ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ
ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПВЗ****С.Л. Пасынок***ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская область
e-mail: pasynok@vniiftri.ru*

В России обязанность по формированию и выдаче (опорных) данных о параметрах вращения Земли, согласно Постановлениям Правительства РФ № 225 и № 323, возложена на Главный метрологический центр Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГМЦ ГСВЧ). Заключительный этап по формированию этих данных осуществляется путем совместной обработки (комбинирования) измерений различных видов: ГНСС, РСДБ, СЛД, DORIS. В настоящей статье рассматриваются методы такой совместной обработки и их развитие.

Ключевые слова: метрология, комбинирование, параметры вращения Земли, ГЛОНАСС.

Введение

Высшим звеном обеспечения единства измерений в области определения параметров вращения Земли (ПВЗ) является формирование опорных значений ПВЗ на основе совместной обработки (комбинирования) всей совокупности данных измерений и/или данных их предварительной обработки, полученных с помощью различных астрометрических и геодезических видов измерений:

- измерений на радиоинтерферометрах со сверхдлинными базами (РСДБ);
- измерений с помощью приема сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС);
- измерений с помощью спутниковых лазерных дальномеров (СЛД);
- измерений с помощью глобальной доплеровской спутниковой системы определения орбит спутников (DORIS).

В России обязанность по формированию и выдаче (опорных) данных о параметрах вращения Земли, согласно Постановлениям Правительства РФ № 225 и № 323, возложена на Главный метрологический центр (ГМЦ) Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ). ГСВЧ – это межведомственная организация, объединяющая усилия предприятий различных министерств и ведомств, направленные на определение параметров вращения Земли и обеспечение единства измерений в этой части. Руководство этой деятельностью, согласно Постановлениям Правительства РФ № 225 и № 323, осуществляет Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (РОССТАНДАРТ). Данные измерений и/или данные их предварительной обработки в российских центрах обработки и анализа данных (ЦОАД) стекаются в ГМЦ ГСВЧ, где и прово-

дится их совместная обработка (комбинирование). Методам этой обработки и их развитию посвящена настоящая статья.

1. Уровни комбинирования

Еще до начала совместной обработки (комбинирования) необходимо определиться, на каком этапе обработки она будет осуществляться.

Совместная обработка данных *на уровне измерений* проводится путем совместного решения системы уравнений, в правых частях которой стоят в том или ином виде результаты измерений. При этом, если в правых частях стоят непосредственные результаты измерений (задержки для РСДБ, псевдодальности для ГНСС и DORIS, дальности для СЛД), то говорят о решении *на уровне условных уравнений*.

Если же в правых частях системы уравнений стоит результат перемножения транспонированной матрицы условных уравнений, весовой матрицы и столбцов результатов измерений, то говорят о решении *на уровне нормальных уравнений*. Следует заметить, что в зарубежной литературе совместная обработка на уровне нормальных уравнений, которые представлены в формате SINEX, именуется как «комбинирование на уровне измерений».

Совместная обработка данных о ПВЗ *на уровне временных рядов* предполагает, что совместное решение ищется путем образования взвешенного среднего из отдельных рядов ПВЗ, полученных по различным видам измерения в различных ЦОАД.

Кроме того, применяется многоуровневая совместная обработка, в которой разные составляющие исходного материала обрабатываются на различных уровнях. Например, временной ряд значений ПВЗ, определенных по РСДБ и СЛД, получается в результате совместной обработки на уровне измерений; ряд ПВЗ, определенных по ГНСС, – на уровне матриц нормальных уравнений, а результирующий ряд ПВЗ получается путем совместной обработки на уровне временных рядов двух вышеупомянутых рядов ПВЗ.

2. Методы комбинирования на уровне временных рядов

Несомненным преимуществом совместной обработки на уровне временных рядов, в сравнении с обработкой на других двух уровнях, является ее простота, надежность, компактность, минимальные требования к объему дискового пространства и быстрдействию средств вычислительной техники. При переходе к обработке на двух остальных уровнях сложность алгоритмов, требования к объему дискового пространства и быстрдействию средств вычислительной техники значительно возрастают. Поэтому до недавнего времени в практике отечественной и международной служб предпочтение оказывалось методам совместной обработки данных о ПВЗ на уровне временных рядов. Кроме того, для целей оперативного определения

ПВЗ, требования к точности которых не такие высокие (но зато требования к оперативности очень строгие), этот метод и на сегодняшний день употребляется как в практике Международной службы вращения Земли и опорных систем отсчета (МСВЗ), так и в практике ГСВЧ.

2.1. Метод комбинирования бюро МСВЗ оперативных определений и прогноза ПВЗ

Военно-морская обсерватория США (USNO) исполняет функции бюро оперативных определений и прогноза ПВЗ (IERS Rapid Service/Prediction Service). Она формирует оперативные данные о ПВЗ МСВЗ, доступные по сети Интернет через протокол FTP. Их метод вычислений основан на использовании кубических сплайнов и детально описывается в работе [1].

В качестве систематически несмещенных данных в этом алгоритме рассматриваются данные серии ЕОРС04, содержащие опорные данные ПВЗ МСВЗ. Далее поступившие входные временные ряды, содержащие результаты оперативных определений ПВЗ по отдельным видам измерений и построенные в различных ЦОАД, сравниваются с данными ЕОРС04, и на основе этого сравнения определяется их систематическое поведение (смещения и тренд) относительно этой серии, а также среднеквадратические отклонения (СКО). После этого систематические отклонения исключаются из этих рядов, а также исключаются годовая и полугодовая волны. Веса данным каждого ряда назначаются равными обратным квадратам среднеквадратических отклонений этих рядов от ЕОРС04. Значения, выходящие за утроенное среднеквадратическое отклонение (СКО), исключаются из обработки. Далее, для интерполяции результатов измерений на заданные моменты (0 часов UTC) используются кубические сплайны, что приводит к незначительному сглаживанию результатов. Комбинирование проводится путем образования средневзвешенных значений.

2.2. Метод комбинирования ГМЦ ГСВЧ

В настоящее время вычисление опорных оперативных значений ПВЗ осуществляется в соответствии с методом, разработанным и внедренным Кауфманом М. Б. в 2006 г. для обеспечения ежесуточного формирования опорных значений ПВЗ ГСВЧ. Детально эта методика изложена в [2].

Результирующие значения ПВЗ образуются путем совместной обработки (комбинирования) 8 независимых рядов, формируемых в центрах обработки и анализа данных Росстандарта (ГМЦ ГСВЧ), РАН (ИПА РАН) и Роскосмоса (Системы высокоточного определения эфемерид и временных поправок ГЛОНАСС и Федерального государственного унитарного предприятия «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»). Как показывает анализ и многолетний опыт, среди указанных рядов наиболее

устойчивыми в систематическом отношении являются ряды РСДБ и GPS, и именно среднее из их сглаженных значений, вычисляемых в ГМЦ, принято в качестве российской опорной системы ПВЗ. Для остальных рядов вычисляют систематические поправки путем экспоненциального сглаживания отклонений ПВЗ от опорных значений. После учета этих поправок образуются средние из значений ПВЗ каждого ряда с весами, принятыми на основании оценки точности за предшествующий календарный год. Согласно принятой методике предусмотрены следующие основные этапы совместной обработки: исключение систематических погрешностей индивидуальных рядов ПВЗ; образование средневзвешенных значений ПВЗ; прогнозирование; анализ результатов и оценка точности; формирование бюллетеней с выходными данными. Вычисления ПВЗ на всех этапах проводят для каждого параметра – всемирного времени UT1 и координат полюса.

2.3. Результаты комбинирования

На рис. 1 в виде ступенчатой диаграммы красными ступеньками изображены среднеквадратические отклонения (СКО) оперативных данных ГСВЧ о всемирном времени от окончательных опорных данных МСВЗ (серии ЕОРС04). Соответствующие отклонения оперативных данных бюро оперативных определений и прогноза ПВЗ (IERS Rapid Service/Prediction Service) изображены синими ступеньками. Видно, что точности оперативных данных, определенных этими двумя службами, сравнимы между собой.

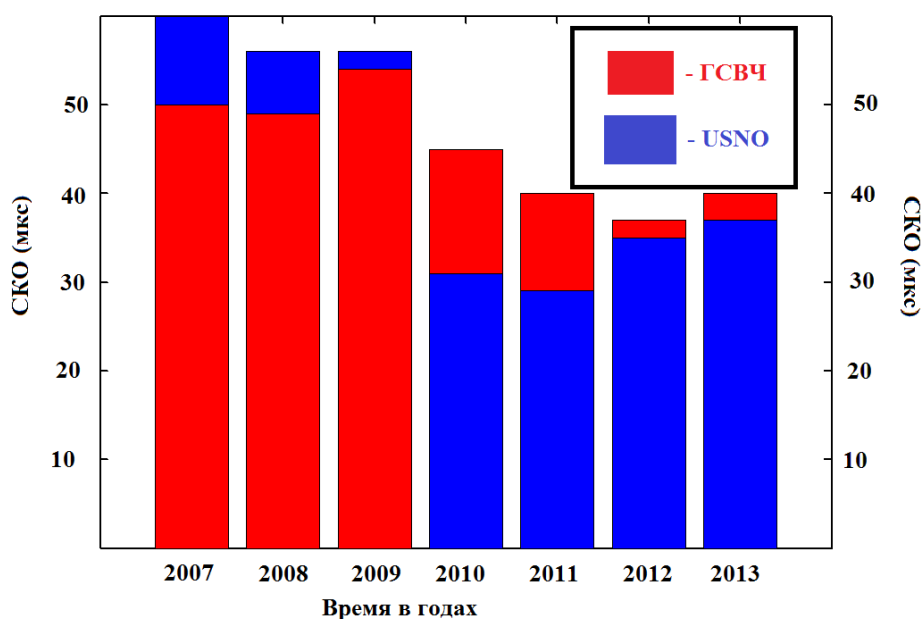


Рис. 1. СКО оперативных данных о всемирном времени ГСВЧ (красный цвет) и USNO (синий цвет) от серии ЕОРС04

На рис. 2 изображены те же величины, но для второй части (окончательных данных) бюллетеня А ГСВЧ и окончательных данных бюллетеня А IERS Rapid Service/Prediction Service (USNO). Видно, что здесь погрешности данных ГСВЧ в процентном отношении несколько выше. Это обусловлено не преимуществом метода комбинирования USNO, а тем, что в качестве несмещенных данных в алгоритме МСВЗ принимаются данные серии ЕОРС04. Таким образом, в асимптотике их значения практически в точности совпадают, потому что начинают сравниваться практически сами с собою. ГМЦ ГСВЧ при построении своих опорных данных никак не опирается на данные серии ЕОРС04 и формирует их независимо. Поэтому неисключенная часть систематических расхождений ЕОРС04 и данных ГСВЧ дает дополнительный вклад в оценку СКО.

2.4. Работы ФЦП ГЛОНАСС, направленные на совершенствование технических средств определения ПВЗ

В целом же из результатов, приведенных в пункте 2.3, видно, что имеющиеся на начало выполнения ФЦП ГЛОНАСС 2012-2020 гг. возможности определения всемирного времени не соответствовали перспективным требованиям, заданным в ФЦП ГЛОНАСС на 2020 год в части среднеквадратических погрешностей (СКП) определения всемирного времени отечественными средствами в оперативном режиме и СКП определения всемирного времени в апостериорном режиме. Для преодоления этого несоответствия в рамках ФЦП ГЛОНАСС был поставлен ряд работ, направленных как на совершенствование технических средств измерений, так и на совершенствование технических средств обработки и анализа данных.

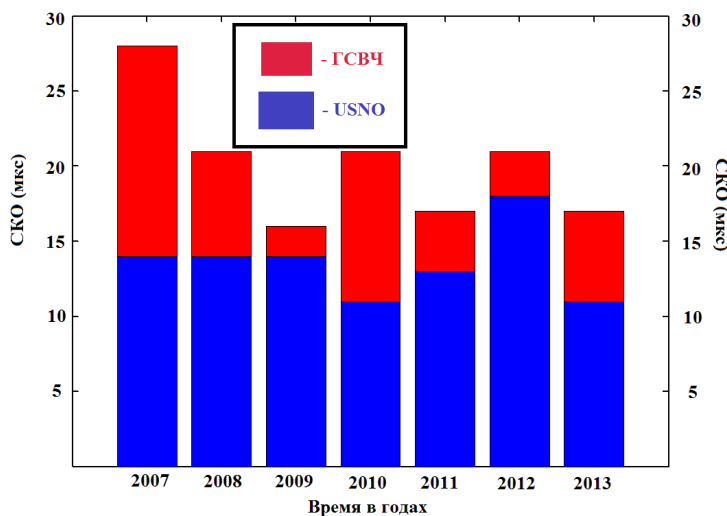


Рис. 2. СКО окончательных данных о всемирном времени ГСВЧ (красный цвет) и USNO (синий цвет) от серии ЕОРС04

Работы, направленные на совершенствование технических средств относятся к двум основным направлениям: совершенствованию средств радиointерферометрической измерительной подсистемы путем создания сети быстровращающихся антенн малого диаметра, а также совершенствованию измерительной подсистемы спутниковой лазерной дальнометрии путем создания лазерных дальномеров нового поколения, в том числе лунного лазерного дальномера.

Работы, направленные на совершенствование технических средств обработки и анализа данных, включают в себя создание лицензионно чистых высокоточных отечественных специальных эфемерид тел Солнечной системы и совершенствование процесса комбинирования (совместной обработки) данных измерений различных видов. Последнее направление в части определения параметров вращения Земли и рассматривается в настоящей статье.

3. Методы комбинирования на уровне измерений

Несмотря на вышеперечисленные достоинства методов комбинирования на уровне временных рядов, эти методы обладают и определенными недостатками, к которым относятся:

- пренебрежение корреляционными связями между различными ПВЗ одного и того же ряда;
- назначение весов по сравнению с опорным рядом, значения которого получены на более ранние моменты времени;
- отсутствие возможности одновременного уточнения получаемых значений ПВЗ со значениями координат измерительных пунктов и внегалактических радиоисточников (квазаров);
- отсутствие возможности переопределить ограничения, которые были использованы при получении значений ПВЗ того или иного ряда.

Эти недостатки начинают играть роль при построении опорных данных, требования к точности которых наиболее высокие, а требования по оперативности мягкие.

В МСВЗ с 2002 года стали использоваться методы совместной обработки на уровне матриц нормальных уравнений в формате SINEX для формирования сводного ряда ПВЗ по результатам измерений в рамках отдельных видов измерений. SINEX (Solution (Software/technique) INdependent EXchange Format) – специальный универсальный формат МСВЗ для хранения нормальных уравнений и результатов их решения. Первая версия формата SINEX была разработана в 1995 году рабочей группой по разработке этого формата Международной ГНСС службы (SINEX Working Group of the International GNSS service). В период с 2001 по 2002 год формат был доработан для того, чтобы он мог применяться для измерений других видов измерений, отличных от ГНСС. Начиная с версии 2.00 формата SINEX имеется

возможность сохранять в нем нормальные уравнения и их решения для СЛД и РСДБ. Примерно в то же время было показано, что применение комбинирования на уровне нормальных уравнений в рамках одного вида измерений приводит к улучшению результатов, их точности и стабильности. С 2002 года так формирует свой комбинированный ряд ПВЗ Международная ГНСС служба (IGS). С 1 января 2007 года Международная РСДБ служба (IVS) использует строгий метод комбинирования нормальных уравнений и результатов их решения для совместной обработки результатов РСДБ измерений для целей определения официальных данных о ПВЗ IVS.

Для внедрения этой технологии для комбинирования результатов измерений различных видов в 2009 году была создана рабочая группа МСВЗ по исследованиям технологий совместного решения на уровне измерений (Working Group on Combination at the Observation Level (COL –WG)) [3].

Основными направлениями деятельности COL-WG в области определения ПВЗ являются:

- анализ методов совместной обработки результатов измерений, полученных с помощью двух и более видов измерений;
- разработка критериев сравнения результатов, полученных с помощью различных методов, на основе одного и того же набора данных измерений;
- поддержание совместимости SINEX – форматов файлов нормальных уравнений, формируемых для различных видов измерения в различных центрах обработки и анализа данных;
- разработка общих стандартов для обработки результатов измерений различных видов измерений для обеспечения однородности и согласованности результатов;
- оптимизация и стандартизация параметризации;
- анализ процедур взвешивания измерений различных видов и интерполяции данных;
- анализ процедур использования измерений векторов привязки средств измерений различных видов на колокационных пунктах, а также наблюдений одних и тех же спутников с помощью измерений различных видов;
- исследование методов повышения устойчивости и временного разрешения рядов определяемых параметров;
- анализ и сравнение результатов, получаемых различными группами исследователей, для обеспечения согласованности их результатов.

Чтобы не допустить отставания России в части перспективных технологий совместной обработки данных измерений различных видов для целей определения ПВЗ, а также для решения ряда других задач, в рамках ФЦП «ГЛОНАСС» 2012-2020 годов была поставлена опытно-конструкторская работа «Совмещение». В 2014 году было выполнено эскизное проектирование по этой теме.

3.1. Принцип метода совместной обработки на уровне нормальных уравнений

Основной принцип метода совместной обработки на уровне нормальных уравнений в применении для комбинирования на уровне нормальных уравнений ГНСС изложен в [4]. Следуя этой работе, рассмотрим объединение решений, полученных для отдельных небольших систем. А потом проведем решение с использованием стандартного метода наименьших квадратов (МНК), в котором все уравнения уравниваются совместно, чтобы показать, что результат такого последовательного совместного решения будет таким же, как и в стандартном случае (естественно, если матрицу весов можно считать блочно-диагональной, смотри (3)).

Решение на уровне нормальных уравнений будем строить следующим образом. На первом шаге получим решение каждой системы по отдельности. Рассмотрим две небольшие системы нормальных уравнений в виде:

$$A_{(i)}^T P_{(i)} A_{(i)} \hat{X}_{(i)} = A_{(i)}^T P_{(i)} Y_{(i)}, \quad (1)$$

где i – индексы отдельных систем 1 и 2, $A_{(i)}$ – матрица условных уравнений, $P_{(i)}$ – матрица весов, а $Y_{(i)}$ – столбец результатов измерений, а $A_{(i)}^T P_{(i)} A_{(i)}$ и $A_{(i)}^T P_{(i)} Y_{(i)}$ – матрица нормальных уравнений и столбец их правых частей соответственно, получим МНК-решение вида:

$$\hat{X}_{(i)} = \sum_{(i)} A_{(i)}^T P_{(i)} Y_{(i)} \quad D(\hat{X}_{(i)}) = \hat{\sigma}_{(i)}^2 \sum_{(i)}, \quad (2)$$

где $\sum_{(i)} = (A_{(i)}^T P_{(i)} A_{(i)})^{-1}$ – матрица, обратная по отношению к матрице системы нормальных уравнений (1).

На втором шаге, для того чтобы получить совместное решение систем с $i = 1$ и 2, будем рассматривать параметры, полученные для каждой из систем по отдельности как наблюдения. Тогда, назначая матрицу весов для этой системы, согласно:

$$P = \begin{pmatrix} \sum_{(1)}^{-1} & 0 \\ 0 & \sum_{(2)}^{-1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

получим:

$$(I \quad I) P \begin{pmatrix} I \\ I \end{pmatrix} \hat{X} = (I \quad I) P \begin{pmatrix} \hat{X}_{(1)} \\ \hat{X}_{(2)} \end{pmatrix},$$

где I – единичная матрица размера $\dim(X) \times \dim(X)$. Если теперь подставить сюда (3), с учетом (1), то нетрудно получить:

$$(A_{(1)}^T P_{(1)} A_{(1)} + A_{(2)}^T P_{(2)} A_{(2)}) \hat{X} = A_{(1)}^T P_{(1)} Y_{(1)} + A_{(2)}^T P_{(2)} Y_{(2)}. \quad (4)$$

С другой стороны, если бы мы решали совместно уравнения согласно принятой методике решения МНК, мы бы получили:

$$\begin{pmatrix} A_{(1)}^T & A_{(2)}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{(1)} & 0 \\ 0 & P_{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{(1)} \\ A_{(2)} \end{pmatrix} \hat{X} = \begin{pmatrix} A_{(1)}^T & A_{(2)}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{(1)} & 0 \\ 0 & P_{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{(1)} \\ Y_{(2)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Раскрывая эти уравнения, приходим в точности к тем же уравнениям (4), что и доказывает эквивалентность двух методов. Т.е. задача

$$\left(\sum_{(1)}^{-1} + \sum_{(2)}^{-1} \right) \hat{X} = \left(\sum_{(1)}^{-1} \hat{X}_{(1)} + \sum_{(2)}^{-1} \hat{X}_{(2)} \right), \quad (6)$$

где $\sum_{(i)} = (A_{(i)}^T P_{(i)} A_{(i)})^{-1}$, а \hat{X}_i – решения МНК систем 1 и 2 в точности эквивалентна задаче (5) классического метода МНК. При этом дисперсия:

$$D(\hat{X}) = \sigma_c^2 \sum \quad \sum = \left(\sum_{(1)}^{-1} + \sum_{(2)}^{-1} \right)^{-1}, \quad (7)$$

где:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{f_c} \left(\sum_{i=1}^2 Y_{(i)}^T P_{(i)} Y_{(i)} - \sum_{i=1}^2 Y_{(i)}^T P_{(i)} A_{(i)} \hat{X} \right), \quad (8)$$

где f_c - число степеней свободы совместного решения.

Формулу (8) можно переписать также в виде:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{f_c} \left(\sum^{-1} \hat{X} - \left(\sum_{(1)}^{-1} \hat{X}_{(1)} + \sum_{(2)}^{-1} \hat{X}_{(2)} \right) \right)^T \left(\sum^{-1} \hat{X} - \left(\sum_{(1)}^{-1} \hat{X}_{(1)} + \sum_{(2)}^{-1} \hat{X}_{(2)} \right) \right). \quad (9)$$

Конечно, ключевым моментом здесь является предположение об отсутствии корреляций между отдельными решениями.

Нетрудно видеть, что формула (6) в случае, когда матрица весов (3) диагональная, дает обычное средневзвешенное решение. Т.е. если корреляции между различными параметрами отсутствуют, метод решения на уровне нормальных уравнений в вышеизложенной упрощенной форме совпадает с методом решения на уровне временных рядов.

3.2. Параметрическое уравнивание

Существует ряд причин, по которым методы, реализованные на практике, отличаются от идеального случая, рассмотренного в пункте 3.1 для иллюстрации основного принципа совместного уравнивания на уровне нормальных уравнений. И, прежде всего, – это наличие граничных условий (constraints), которые накладываются на значения искомым параметров. Решение, полученное при отсутствии таких ограничений, называют **свободным**, а при наличии их – **связанным**. Для обозначения типа граничных условий в SINEX файле предусмотрено специальное поле Constraint Code. Если его значение

равно 2, то в файле приводится свободное решение, если же его значение равно 0 или 1, то это означает, что система решалась с некоторыми ограничениями.

При этом граничные условия могут быть как **мягкими**, так и **жесткими**, а само решение называется **параметрическим уравниванием**. Можно показать [5], что в случае наличия **мягких** условий (уравнения которых, имеют тот же вид (1), но с весовой матрицей P и столбцом Y , заданными исследователем), уравнение для нахождения совместного решения имеет тот же вид (6). Однако, чтобы уравнивать результат решения такой связанной системы совместно с другими небольшими системами уравнений, необходимо такую систему «освободить», т.е. от вида (6) вернуться к виду (1). Условимся, что нижний индекс 1 соответствует нормальным уравнениям для «свободного» решения, а нижний индекс 2 – уравнениям, описывающим ограничения.

Заметим, что здесь, согласно устоявшейся терминологии [6], употребляется термин «граничные условия», хотя по сути это не так: граничные условия – это условия, накладываемые на значения переменной, заданные на границах области, в которой производится поиск решения; а в данном случае условия ограничивают допустимые значения искомых параметров, т.е. устанавливают границы, а не задают значения на границах. Поэтому их правильнее было бы называть «ограничивающими».

В SINEX файле нормальных уравнений приводятся: обратные матрицы систем нормальных уравнений, масштабированные величиной апостериорной ошибки единицы веса $\hat{\sigma}_c^2$:

$$K = \hat{\sigma}_c^2 \sum K_{(2)} = \hat{\sigma}_c^2 \sum_{(2)}; \quad (10)$$

- матрица нормальных уравнений системы с ограничениями; априорные и найденные из решения системы уравнений с ограничениями искомые параметры; столбец правых частей уравнений для ограничений $R_{(2)} = A_{(2)}^T P_{(2)} Y_{(2)}$, апостериорная ошибка единицы веса $\hat{\sigma}_c^2$; число степеней свободы решения системы с ограничениями f_c , а также число неизвестных и число измерений (число «настоящих» измерений, т.е. число компонент столбца $Y_{(1)}$). Чтобы включить систему в совместное уравнивание, нужно снять с нее ограничения, т.е. найти $R_{(1)} = A_{(1)}^T P_{(1)} Y_{(1)}$, матрицу нормальных уравнений системы без ограничений $\sum_{(1)}^{-1}$, если только в SINEX файле не приведены блоки SOLUTION/NORMAL_EQUATION_VECTOR и SOLUTION/NORMAL_EQUATION_MATRIX, содержащие эти величины. К сожалению, часто эти блоки опускаются, а приводятся матрицы (10) в блоках SOLUTION/MATRIX_ESTIMATE и SOLUTION/MATRIX_APRIORI для исходных матриц системы уравнений с ограничениями и условных уравнений (ограничений). Тогда, чтобы получить матрицу и правые части уравнений без ограничений, необходимо проделать

следующие операции:

- по компонентам масштабированных матриц K и $K_{(i)}$, приведенным в полях COVA блоков SOLUTION/MATRIX_ESTIMATE и SOLUTION/MATRIX_APRIORI, а также значению апостериорной ошибки единицы веса $\hat{\sigma}_c^2$, приведенной в поле Variance Factor блока SOLUTION/STATISTICS, найти матрицы, обратные к матрицам системы уравнений с ограничениями $\sum = \frac{K}{\hat{\sigma}_c^2}$ и системы услов-

ных уравнений $\sum_{(2)} = \frac{K_{(2)}}{\hat{\sigma}_c^2}$;

- вычислить столбец правых частей системы с ограничениями $R = \sum^{-1} \hat{X}$;

- найти $\sum_{(1)}^{-1} = \sum^{-1} - \sum_{(2)}^{-1}$ и $R_{(1)} = R - R_{(2)}$, где элементы столбца $R_{(2)}$ взяты из поля Standard Deviation блока SOLUTION/APRIORI.

Жестким является такой случай параметрического уравнивания, при котором некоторые комбинации искомым параметров в точности равны заданным экспериментатором значениям. Формально, в этом случае также можно пользоваться уравнениями для мягких условий, назначая соответствующим переменным очень большие веса. Однако на практике это приводит к плохой обусловленности решения и снижению его точности. Поэтому решение системы уравнений в этом случае ищут методом минимизации функции Лагранжа [5, с. 213]:

$$L(z) = (Y_{(1)} - A_{(1)}\hat{X})^T P_{(1)} (Y_{(1)} - A_{(1)}\hat{X}) + 2\hat{\Lambda}^T (Y_{(2)} - A_{(2)}\hat{X}), \quad (11)$$

который приводит к нормальным уравнениям вида [6]:

$$\begin{pmatrix} \sum_{(1)}^{-1} (A_{(2)})^T \\ A_{(2)} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{\Lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{(1)} \\ Y_{(2)} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $\hat{\Lambda}$ – столбец неопределенных множителей Лагранжа. Поскольку для совместной обработки нужны системы уравнений, свободные от ограничивающих условий, МСВЗ призвала ЦОАД МСВЗ избегать жестких ограничивающих условий при формировании своих решений (IERS Message No. 27). Поэтому далее они рассматриваться не будут.

3.3. Назначение априорных значений параметров

До сих пор полагалось, что величины X представляют собою отклонение искомым параметров от одних и тех же априорных значений. Однако сами априорные значения, как правило, различаются. Поэтому прежде чем включать небольшую систему в совместное решение, необходимо все величины привести к одним и тем же априорным значениям Z_0 . Пусть столбец иско-

мых параметров $Z=Z_{0(i)}+X_{(i)}$, а нужно вычислить X , такие, что $Z=Z_0+X$. Откуда получим, что $X_{(i)}=X+Z_0-Z_{0(i)}$. Подставляя последнюю связь в (1), получим следующие уравнения для i -ой системы:

$$\sum_{(i)}^{-1} = \sum_{(i)}^{-1} \quad R'_{(i)} = R_{(i)} - \sum_{(i)}^{-1} (Z_0 - Z_{(i)}). \quad (13)$$

Таким образом, переход к новым априорным значениям не затрагивает матрицу нормальных уравнений системы, а только лишь столбец правых частей, который подправляется в соответствии с (13). Априорные значения параметров хранятся в SINEX файле в поле Parameter Apriori блока SOLUTION/APRIORI.

3.4. Зависимость от времени

Кроме различий в априорных условиях, могут иметься различия еще и в средних моментах времени (эпохах) измерительных сессий, на которые составлены соответствующие нормальные уравнения. Поскольку параметры вращения Земли, а также координаты станций и радиоисточников зависят от времени, то все их нужно привести к одной и той же эпохе перед процедурой совместной обработки. Если совместной обработке подвергаются матрицы нормальных уравнений, полученные на близкие эпохи, то определяемые значения ПВЗ приводятся на одну эпоху с использованием данных о скоростях их изменения. Если ищется решение на длительном интервале времени, т.е. совместной обработке подвергаются матрицы нормальных уравнений, полученные на разнесенные эпохи, то значения координат станций и координат внегалактических радиоисточников (квazarов) приводятся к одной эпохе с помощью скоростей, приведенных в каталогах ITRF и ICRF MCB3.

3.5. Другие вопросы

Выше рассмотрен основной принцип комбинирования на уровне нормальных уравнений. При практической реализации этого алгоритма остается еще ряд вопросов, которые не были затронуты выше: как осуществлять совместную обработку, если состав определяемых параметров в различных небольших системах различен, и какие дополнительные данные для этого нужны; как корректно включать в эту систему уравнения для векторов привязки колокационных пунктов; как назначать веса измерениям различных видов, нужно ли проводить сглаживание перед совместной обработкой и если нужно, то какое; каким образом нужно модернизировать имеющееся программное обеспечение для обеспечения возможности формирования и выдачи SINEX файлов и ряд других вопросов.

4. Задачи по организации совместной обработки на уровне нормальных уравнений для целей определения ПВЗ ГСВЧ

Хотя принцип алгоритма совместной обработки на уровне нормальных уравнений, рассмотренный выше, ясен и может быть реализован, до недавнего времени он не использовался и задачи по его внедрению не ставилось. Связано это, прежде всего, с тем, что эта технология сравнительно новая и российские центры обработки и анализа данных не выводят результаты своей обработки в виде SINEX-файлов, содержащих нормальные уравнения (конечно, есть отдельные исключения, например, ИПА РАН давно публикует результаты обработки РСДБ-измерений в виде SINEX-файлов, однако здесь речь идет о всех видах измерений и о всех ЦОАД; о правиле, а не об исключениях). Есть Центры, которые публикуют свои решения в форме SINEX, однако при этом опускают блоки, содержащие нормальные уравнения (SOLUTION/NORMAL_EQUATION_VECTOR, SOLUTION/NORMAL_EQUATION_MATRIX и/или SOLUTION/MATRIX_ESTIMATE, SOLUTION/MATRIX_APRIORI). Такие данные годятся только для целей комбинирования на уровне временных рядов, но не на уровне нормальных уравнений и фактически являются SINEX-подобной формой записи тех же временных рядов.

Кроме того, до выполнения работ 2007-2011 гг. (головной исполнитель ИПА РАН,) в России не было пунктов полной колокации, на которых расположены средства измерений всех видов: РСДБ, ГНСС, СЛД и DORIS. Дело в том, что только на таких пунктах возможно проведение измерений расстояний между опорными точками инструментов различных видов с помощью методов классической геодезии и/или локальной сети пунктов ГНСС. Результаты таких измерений могут быть представлены в виде систем нормальных уравнений для определения компонент векторов, направленных из одной опорной точки в другую (так называемых векторов привязки – ВП). Данные этих наблюдений играют ключевую роль в определении относительных систематических погрешностей данных средств измерений различных видов.

Первая задача, которую нужно решить, – это добиться, чтобы все российские Центры обработки и анализа данных (ЦОАД) начали публиковать свои решения по всем видам измерений в виде полных SINEX-файлов. Это не такая простая задача, как может показаться на первый взгляд. Дело в том, что ряд Центров обладают своим оригинальным программным обеспечением, в котором ранее не было предусмотрено возможности выдачи SINEX-файлов. Поэтому необходимо будет переписывать исходный код этих программ, чтобы обеспечить решение этой задачи. Кроме того, объем SINEX-файлов в разы превышает объем файлов временных рядов, поскольку они содержат всю статистическую информацию о решениях. В связи с этим необходимо

будет провести модернизацию аппаратных средств ЦОАД, как минимум, в части расширения дискового пространства и повышения их быстродействия для выполнения требований по оперативности.

Второй задачей является организация оперативной доставки SINEX-файлов в ЦОАД, которые будут осуществлять комбинирование: в ГМЦ ГСВЧ и ИПА РАН. Для этого нужно, чтобы каналы связи работали в непрерывном, круглосуточном режиме и обладали достаточной пропускной способностью.

И, наконец, третьей задачей является организация самой совместной обработки. Как уже отмечалось выше, при переходе к совместной обработке на уровне нормальных уравнений сложность алгоритмов и требования к объему дискового пространства и быстродействию средств вычислительной техники значительно возрастают. Поэтому необходимо разработать специальное математическое и программное обеспечение, которое будет выполнять комбинирование на уровне нормальных уравнений, и провести модернизацию аппаратно-программных средств ГМЦ ГСВЧ и ИПА РАН.

5. Резюме

Модернизация ряда отечественных ЦОАД путем создания аппаратно-программных средств и организации сводной обработки (комбинирования) результатов измерений различных видов для целей определения ПВЗ ГСВЧ на уровне нормальных уравнений является только одной из задач. В настоящее время проводятся работы по техническому проектированию, в результате которого должны быть определены окончательные технические решения. Окончание работ запланировано на 2018 год.

В целом, модернизация центров обработки и анализа данных ГСВЧ в части совершенствования методов совместной обработки (комбинирования) позволит повысить точность и согласованность данных о ПВЗ и достичь запланированных на 2020 год значений технических характеристик комплекса средств определения и прогнозирования ПВЗ фундаментального сегмента ГЛОНАСС.

Литература

1. McCarthy D.D. and Luzum, B.J. Combination of Precise Observations of the Orientation of the Earth // *Bulletin Géodésique*, 65, 22, 1991.
2. Кауфман М. Б. Точные методы измерения параметров вращения Земли в интересах навигационно-временных определений. Точные измерения для высоких технологий.- Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2008, с. 80–118.
3. IERS Annual Report 2008-2009. Edited by Wolfgang R. Dick and Bernd Richter. International Earth Rotation and Reference Systems Service, Central Bu-

- reau. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2012, p. 203-204.
4. Bernese GPS Software. Version 5.0 / Dach Ed.R., Hugentobler U., Fridez P. e. a. –Astronomical Institute of Bern University, 2007, p. 183-186.
 5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений.- М: Физматгиз, 1962.
 6. Губанов В.С. Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии.– СПб.: Наука, 1997.