

УДК 528.15

**КОСМИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛИ  
ПАРАМЕТРОВ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ\***  
(часть 2)

**В.Ф. Фатеев**

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия,  
fateev@vniiftri.ru*

*Аннотация. Рассмотрены возможности измерения на борту КА трёх составляющих гравитационного градиента с помощью трёхосевого лазерного градиентометра, а также возможности измерения гравитационного ускорения КА с помощью сигналов геодезических систем PRARE и DORIS и с помощью навигационных приёмников глобальных навигационных спутниковых систем.*

*Ключевые слова: гравитационное поле, космические измерители, гравитационный градиент, геодезические системы.*

**SPACE MEASURING INSTRUMENTS  
OF GRAVITATIONAL FIELD PARAMETERS**  
(part 2)

**V.F. Fateev**

*FSUE "VNIIFTRI", Mendeleevo, Moscow region, Russia,  
fateev@vniiftri.ru*

*Annotation. The possibilities of measuring the three components of the gravitational gradient on board of the spacecraft using a three-axis laser gradiometer, as well as the possibility of measuring the spacecraft gravitational acceleration using signals from the PRARE and DORIS geodetic systems and using navigation receivers of global navigation satellite systems are considered.*

*Key words: gravitational field, space measuring instruments, gravitational gradient, geodetic systems.*

**Введение**

Измерения параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ) с борта космических аппаратов (КА) имеют широкий спектр применений. Они могут быть использованы в геологии для глобального поиска и определения запасов полезных ископаемых, в геодезии для уточнения глобальной и локальной моделей ГПЗ и других планет, для мониторинга временных вариаций гравитационного поля, вызванных вулканической активностью Земли, для подготовки площадок гражданского и промышленного строительства, а также в навигации по ГПЗ для подготовки глобальных навигационных гравиметрических карт.

---

\* Первая часть статьи опубликована в «Альманахе современной метрологии». 2015. № 3. С. 32–61.

Как известно, важнейшей особенностью ГПЗ непосредственно на борту КА является состояние невесомости, или микрогравитации. При размерах КА порядка 1 м величина остаточного микроускорения примерно на 6 порядков меньше гравитационного ускорения на экваторе. Поэтому классические гравиметры для измерений ускорения свободного падения на борту КА непригодны.

Вместе с тем высокоточное измерение гравитационного ускорения, или ускорения свободного падения (УСП) КА на орбите, возможно с использованием методов измерений кинематических параметров движения КА (дальности, скорости, ускорения) относительно неподвижных наземных или удалённых космических ориентиров (опорных точек с известным положением и известными параметрами движения).

В работе [1] рассмотрена возможность определения текущего гравитационного ускорения по измерениям параметров движения КА относительно неподвижной наземной точки, а также движения до удалённой квазистационарной космической точки (кинематический гравиметр). Кроме того, кратко исследована возможность измерения гравитационного градиента на борту КА с помощью измерений параметров относительного движения двух свободных масс внутри КА с использованием лазерного интерферометра (лазерного градиентометра).

В данной статье, являющейся развитием работы [1], дан более строгий анализ возможностей многоосевого бортового лазерного градиентометра, а также теоретических основ кинематического гравиметра, реализованного на основе доплеровских измерений относительно наземной точки.

### Лазерный градиентометр на свободных массах

Согласно [1], принцип действия лазерного бортового градиентометра основан на измерении параметров относительного движения двух свободных чувствительных масс внутри космического аппарата в состоянии невесомости. Измерение приращения относительного расстояния и радиальной скорости чувствительных масс производится с помощью лазерного интерферометра на интервале времени свободного движения чувствительных масс.

Условимся, что ось  $OX$  бортовой орбитальной системы координат КА  $OXYZ$  направлена по касательной к орбите КА по вектору его орбитальной скорости, ось  $OY$  — по нормали к плоскости орбиты. При этом вертикальная по отношению к Земле ось  $OZ$  бортовой системы координат КА постоянно направлена по вертикали по направлению от Земли. По этой причине КА и его орбитальная система координат вращаются на орбите вокруг оси  $OY$  с угловой скоростью обращения по орбите  $\Omega_y$ .

Вдоль каждой оси орбитальной системы координат разместим измерители гравитационного градиента, в состав каждого из которых входят пробные массы, располагаемые на исходном расстоянии  $L$ , арретеры, а также лазерные интерферометры. Пробные (чувствительные) массы приводятся в состояние свободного движения по соответствующим осям и возвращаются через заданный интервал времени в исходное состояние с помощью арретиров. В свободном состоянии пробные массы, вследствие действия гравитационных градиентов ГПЗ, начинают сближаться (или удаляться) вдоль соответствующей оси относительно исходного состояния. Чувствительные массы, размещённые на оси  $OZ$ , удаляются от центра масс КА с ускорением, пропорциональным расстоянию от центра масс. Чувствительные массы, размещённые на двух других осях, — сближаются с ускорением также пропорциональным расстоянию от центра.

Пропорциональное гравитационному градиенту приращение взаимной скорости и расстояния (положительное или отрицательное) измеряется с помощью лазерных интерферометров, на вход которых подаются счётные импульсы от высокостабильного генератора.

Ускорение, действующее на материальную точку на борту КА, определяется известным соотношением [2]:

$$\ddot{\vec{R}} = -\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \vec{R}} - W_{\text{КА}} + \left[ \vec{\Omega} \left[ \vec{R} \vec{\Omega} \right] \right] + \left[ \vec{R} \dot{\vec{\Omega}} \right] + 2 \left[ \vec{\Omega} \vec{V} \right], \quad (1)$$

где первое слагаемое определяет гравитационное ускорение материальной точки относительно центра масс КА; второе — ускорение за счёт ускорения центра масс самого КА (например, по причине сопротивления остаточной атмосферы и др.); третье — центробежное ускорение за счёт вращения системы координат; четвёртое — ускорение за счёт углового ускорения; последнее — кориолисово ускорение за счёт скорости самой массы.

Влияние углового ускорения на круговой орбите ничтожно мало, поскольку угловое ускорение незначительно. Влияние кориолисова ускорения также ничтожно мало в силу чрезвычайной малости скоростей пробных масс относительно центра масс КА. Кроме того, в силу малых габаритов КА, лунные и солнечные приливные ускорения также пренебрежимо малы. Учитывая эти условия, а также принимая во внимание факт вращения бортовой системы координат только вокруг оси  $OY$  с угловой скоростью  $\Omega_y$  (т.е.  $\Omega_x = \Omega_z = 0$ ), ускорение пробной массы на борту КА представим в виде:

$$\ddot{\vec{R}}_i = \left\{ \vec{g}_i (\vec{p}_0 + \vec{R}_i) - \vec{g}_0 (\vec{p}_0) \right\} + \left[ \vec{\Omega} \left[ \vec{R}_i \vec{\Omega} \right] \right], \quad i = 1; 2, \quad (2)$$

где  $\vec{p}_0$  — радиус-вектор центра масс КА;  $g_0, g_i$  — гравитационное ускорение центра масс КА и  $i$ -й пробной массы.

Как видно, влияние внешнего ускорения негравитационного происхождения  $W_{КА}$  на разность ускорений пробных масс внутри КА полностью исключается. Это обстоятельство исключает необходимость установки на борту КА специального микроакселерометра для измерения активных микроускорений.

Разлагая в ряд разность гравитационных ускорений вблизи центра масс КА по малому параметру  $R_i/\rho_0 \ll 1$ , а также раскрывая векторные произведения при принятых условиях, получаем выражение для разностного ускорения пары пробных масс 2 и 1 по координатным осям:

$$\Delta \ddot{\vec{R}} = \vec{i} \left\{ \Delta x (G_{xx} + \Omega_y^2) + \Delta y G_{xy} + \Delta z G_{xz} \right\} + \vec{j} \left( \Delta x G_{xy} + \Delta y G_{yy} + \Delta z G_{yz} \right) + \vec{k} \left\{ \Delta x G_{zx} + \Delta y G_{zy} + \Delta z (G_{zz} + \Omega_y^2) \right\}, \quad (3)$$

где  $\Delta x = x_2 - x_1$ ;  $\Delta y = y_2 - y_1$ ;  $\Delta z = z_2 - z_1$ ;  $G_{\alpha\beta} = \{G_{xx}, G_{yy}, G_{zz}, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}\}$  — компоненты градиентного тензора, три из которых связаны соотношением Лапласа:

$$G_{xx} + G_{yy} + G_{zz} = 0. \quad (4)$$

Разместим измерительные оси трёх градиентометров вдоль осей бортовой системы координат:  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ .

Для прибора, размещённого вдоль оси  $OX$ , в соответствии с (3), при условии  $\Delta x = L_x$ ,  $\Delta y = \Delta z = 0$  получаем:

$$\Delta \ddot{X} = L_x (G_{xx} + \Omega_y^2). \quad (5)$$

Для прибора, размещённого на оси  $OY$ , при  $\Delta y = L_y$ ,  $\Delta x = \Delta z = 0$  получаем:

$$\Delta \ddot{Y} = L_y G_{yy}. \quad (6)$$

Наконец, для прибора на оси  $OZ$  при  $\Delta x = \Delta y = 0$  аналогично имеем:

$$\Delta \ddot{Z} = L_z (G_{zz} + \Omega_y^2). \quad (7)$$

Следует отметить, что для высоты орбиты КА около 300 км  $G_{zz} \approx +2660E = 2,66 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ ;  $G_{xx} \approx -1330E$ ;  $G_{yy} \approx -1330E$ . Они удовлетворяют соотношению Лапласа (4). Знаки перед градиентами указывают на тот факт, что в градиентометрах, размещённых по осям  $OX$ ,  $OY$ , свободные пробные массы под действием гравитации сближаются, на оси  $OZ$  — разбегаются.

Измерения ускорений (5)–(7) можно выполнить либо по измерению приращения расстояний (например, методом счёта интерференционных полос), либо по измерению приращения радиальной скорости через доплеровские смещения частоты лазерных лучей.

Рассмотрим возможности второго метода для градиентометра, расположенного вдоль оси  $OY$  бортовой системы координат КА. Взаимное гравитационное ускорение двух пробных масс в этом случае определяется формулой (6).

Взаимная скорость пробных масс определяется однократным интегрированием этого ускорения на интервале времени  $\Delta t = t - t_0$ :

$$V_y = V_{0y} + G_{yy}L_y(t - t_0), \quad (8)$$

где  $V_{0y}$  — начальная скорость взаимного движения, придаваемая массам в момент их разарретирования и запуска в свободный полёт. Как видно из этой формулы, взаимная скорость пробных масс растёт во времени за счёт гравитационного градиента.

В простейшем лазерном градиентометре реализован двукратный проход лазерного луча между пробными массами, хотя технически возможен и многократный проход. Поэтому для простейшего варианта взаимное регистрируемое фотоприёмником доплеровское смещение лазерных лучей — опорного и рабочего, в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  составит соответственно:

$$\begin{aligned} F_{D1}^y &= \frac{2V_y}{\lambda} = \frac{2V_{0y}}{\lambda} + \frac{2G_{yy}}{\lambda}(t_1 - t_0); \\ F_{D2}^y &= \frac{2V_y}{\lambda} = \frac{2V_{0y}}{\lambda} + \frac{2G_{yy}}{\lambda}(t_2 - t_0). \end{aligned} \quad (9)$$

Неизвестной величиной здесь является начальная скорость запуска пробных масс, соизмеримая со скоростью сближения масс вследствие влияния гравитации. Однако при вычислении разности доплеровских частот (9) она из формулы исчезает:

$$\Delta F_D^y = F_{D2}^y - F_{D1}^y = \frac{2G_{yy}L_y}{\lambda}(t_2 - t_1). \quad (10)$$

По этой формуле по результатам измерения разности доплеровских сдвигов  $\Delta F_D^y$ , фиксируемой на интервале времени  $\Delta t = (t_2 - t_1)$ , определяется искомый градиент  $G_{yy}$ .

Аналогично с помощью формул (5) и (7) при известной угловой скорости  $\Omega_y$  и измеренных значениях доплеровских сдвигов  $\Delta F_D^x, \Delta F_D^z$  определяются градиенты  $G_{xx}, G_{zz}$  вдоль осей  $OX$  и  $OZ$ .

Рассматриваемое доплеровское смещение очень мало: при  $G_{yy} = -1330 \times 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ ;  $(t_1 - t_0) = 13 \text{ с}$ ;  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ;  $L_y = 1 \text{ м}$  доплеровский сдвиг, вызванный влиянием градиента, составляет около 50 Гц. Поэтому высокоточное измерение исходных доплеровских частот (9) возможно лишь методом периодомера с использованием высокочастотных счётных импульсов от специального бортового задающего генератора.

Таким образом, три лазерных градиентометра, размещённые строго по осям бортовой орбитальной системы координат  $OXYZ$ , позволяют измерить одновременно три независимых компонента градиентного тензора  $G_{\alpha\beta}$ . В бортовом вычислителе по результатам измерений градиентов  $G_{xx}, G_{yy}, G_{zz}$  производится

контрольное суммирование по формуле (4). При отказе одного из трёх градиентометров значение недостающего компонента градиентного тензора можно вычислить по этой же формуле.

### **Бортовой измеритель гравитационного ускорения на основе известных космических геодезических систем**

Измерения гравитационного ускорения на борту космического аппарата (КА) могут быть реализованы с помощью космической геодезической системы PRARE [3]. Название “PRARE” является акронимом от Precise Range And Range-Rate Equipment — аппаратура для точного измерения расстояний и скорости изменения расстояний. Это компактная космическая бортовая запросная двухчастотная дальномерно-доплеровская микроволновая измерительная система, которая участвует в бортовых спутниковых геодезических измерениях, начиная со спутника ERS-2, запущенного в мае 1995 г. Принцип действия системы состоит в следующем: с борта КА на Землю посылается запросный сигнал известной структуры и частоты, который наземной станцией ретранслируется обратно на спутник. На борту спутника ретранслированный сигнал принимается и сравнивается по времени и по частоте с сигналом, излучённым на Землю. В результате определяются запаздывание и доплеровское смещение частоты принятого сигнала, по которым определяются дальность и радиальная скорость КА относительно наземного ретранслятора. Данные измерений используются для уточнения геодезических координат наземных ретрансляторов. Система содержит около 29 наземных ретрансляторов, равномерно распределённых по поверхности суши. Система может использоваться для уточнения текущего гравитационного ускорения КА, которое соответствует ускорению свободного падения в подспутниковой точке.

Более совершенной и востребованной на сегодняшний день космической геодезической системой является доплеровская система DORIS [4].

Название “DORIS” расшифровывается как Doppler Orbitography and Radio-positioning Integrated by Satellite. Система DORIS включает сеть наземных излучающих маяков и бортовое спутниковое приёмное оборудование. Она предназначена для решения двух геодезических задач:

- уточнение орбит геодезических спутников;
- уточнение координат наземных источников сигналов (маяков) по доплеровским измерениям, выполняемым на спутнике.

Система разработана во Франции с целью решения геодезических задач с погрешностью до единиц сантиметров. На её основе создана Международная служба International doris service (IDS).

В основу принципа действия системы DORIS заложено точное измерение доплеровского сдвига радиочастоты сигналов, излучаемых наземными маяками и принимаемых на борту космического аппарата. Частоты излучений наземных маяков составляют 2.03625 ГГц и 401.25 МГц (вторая частота — для коррекции ионосферной задержки при распространении сигналов).

Оборудование системы DORIS располагается на борту целого ряда геодезических спутников (например, TOPEX/POSEIDON; Jason-1, 2, 3; ENVISAT и др.), а также на борту спутников для дистанционного зондирования SPOT-2, SPOT-3, SPOT-4 и SPOT-5 и др. Наземная сеть системы содержит более 50 маяков-излучателей. На территории России размещены три маяка.

Бортовое оборудование системы включает:

- всенаправленную двухчастотную приёмную антенну, ориентированную в надир;
- двухчастотный радиоприёмник;
- высокостабильный кварцевый генератор с кратковременной нестабильностью частоты не более  $10^{-13}$  за время прохождения спутника зоны приёма сигнала от наземного маяка (15–20 мин);
- измеритель доплеровского смещения принимаемого сигнала и соответствующей радиальной скорости.

Заявленная в системе погрешность доплеровских измерений радиальной скорости спутника относительно наземного излучателя в реальном времени составляет 2,5 мм/с, в режиме постобработки — 0,3 мм/с.

С использованием спутникового радиотехнического оборудования системы DORIS возможны измерения текущего гравитационного ускорения спутника, по которому затем рассчитывается гравиметрическая характеристика — ускорение свободного падения в подспутниковой точке на поверхности Земли.

Рассмотрим измерения гравитационного ускорения на основе системы DORIS для простейшего случая, когда плоскость орбиты геодезического КА проходит через наземный маяк. Измерения основаны на последовательности действий, используемых в системе DORIS, и лишь незначительно от них отличаются следующие действия.

Действие 1. С наземного маяка системы DORIS в верхнюю полусферу околоземного пространства излучают непрерывный сигнал с частотой 2.03625 ГГц (длина волны —  $\lambda \approx 15$  см).

Действие 2. На борту геодезического КА, движущегося по низкой орбите, принимают этот сигнал и измеряют доплеровское смещение его частоты, которое определяется текущей радиальной скоростью спутника  $\dot{R}$  относительно наземного маяка:

$$F_D = f_{\text{ПРМ}} - f_0 = \frac{\vec{V}_0 \vec{e}}{\lambda} = \frac{V_0}{\lambda} \cos \alpha = \frac{\dot{R}}{\lambda}, \quad (11)$$

где  $f_{\text{ПРМ}}, f_0$  — соответственно частота принимаемого сигнала и частота бортового стандарта частоты;  $\alpha$  — угол между вектором орбитальной скорости КА  $V_0$  и единичным вектором в направлении распространения волны  $\vec{e}$ . Для круговой орбиты этот угол является текущим углом места КА.

Отсюда следует выражение для погрешности измерения доплеровского смещения в системе DORIS:

$$\sigma F_D = \frac{\sigma \dot{R}}{\lambda}, \quad (12)$$

где  $\sigma \dot{R} \approx 0,3 \text{ мм/с}$  — случайная погрешность измерения радиальной скорости, заявленная в системе.

Действие 3. По результатам текущих измерений доплеровского смещения частоты на спутнике вычисляют его приращение (изменение) при перемещении спутника вдоль орбиты из точки 1 в точку 2:

$$\Delta F_D = F_{D2} - F_{D1} = \frac{\dot{R}_2 - \dot{R}_1}{\lambda} \approx \frac{\ddot{R}}{\lambda} \Delta t, \quad (13)$$

где  $\ddot{R} \approx \frac{\dot{R}_2 - \dot{R}_1}{\Delta t}$  — радиальное (лучевое) ускорение спутника относительно маяка;  $\Delta t$  — интервал времени, на котором определялись приращение  $\Delta F_D$  и радиальное ускорение.

Действие 4. Ускорение  $\ddot{R}$  определяется относительно наземной точки размещения маяка и определяется расстоянием  $R$  до него, которое в свою очередь определяется высотой КА  $H = R \sin \alpha$ . Искомое гравитационное ускорение КА не зависит от этого расстояния и определяется только геоцентрической высотой спутника  $\rho_{\text{КА}}$ . Для приведения этих ускорений к единой высоте  $H$  введём в рассмотрение приведённое к высоте спутника гравитационное ускорение  $g_{\text{КА}}^* = g_{\text{КА}} \frac{\rho_{\text{КА}}}{H}$ . Отсюда имеем:

$$\ddot{R} = g_{\text{КА}}^* \sin \alpha = \frac{g_{\text{КА}} \rho_{\text{КА}}}{H} \sin \alpha. \quad (14)$$

Действие 5. На основании этого соотношения из формулы (13) вычисляют искомое гравитационное ускорение геодезического спутника:

$$g_{\text{КА}} = \frac{\lambda H \Delta F_D}{\rho_{\text{КА}} \Delta t \sin \alpha}. \quad (15)$$

Отсюда с учётом (12) следует формула для оценки случайной погрешности определения искомого ускорения в зависимости от заявленной в системе DORIS погрешности измерения радиальной скорости по доплеровскому смещению  $\sigma \dot{R}$ :

$$\sigma g_{\text{КА}} = \frac{\sqrt{2}H}{\rho_{\text{КА}} \Delta t \sin \alpha} \sigma \dot{R}_1. \quad (16)$$

Оценку точности таких измерений проведём для орбиты спутника высотой  $H = 1000$  км,  $\rho_{\text{КА}} \approx (R_3 + H) = 7,4 \cdot 10^6$  м, которая проходит через точку размещения наземного маяка. В этом случае угол  $\alpha$  есть угол места КА. Вблизи точки траверза спутника, где угол места КА  $\alpha = 90^\circ$ , приемлемая для практики погрешность измерения гравитационного ускорения 1 мГал ( $10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>) достигается при погрешности измерений  $\sigma \dot{R} = 0,3$  мм/с на интервале времени между двумя соседними измерениями доплеровского смещения  $\Delta t \approx 5,6$  с. Такая дискретность измерений гравитационного ускорения соответствует длине измерительного участка орбиты  $L = V_0 \cdot \Delta t = 41$  км, что примерно в 2 раза превышает длину самой короткой волны в разложении потенциала ГПЗ, принятой в наиболее совершенной модели ГПЗ EGM2008 [5].

### **Возможность измерения гравитационного ускорения КА на основе сигналов спутниковых навигационных систем**

Условимся, что с помощью бортовой космической навигационной аппаратуры потребителя (НАП) глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) определяются текущие радиус-векторы КА в двух последовательных точках 1, 2 его орбиты:  $\vec{R}_1 \{X_1 Y_1 Z_1\}$ ;  $\vec{R}_2 \{X_2 Y_2 Z_2\}$ , где  $X_i, Y_i, Z_i$  — координаты КА по осям геоцентрической земной вращающейся (гринвичской) системы координат;  $i = 1, 2$  — номера точек.

Задача состоит в определении полного ускорения КА в выбранной системе координат:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{R}}_{\text{КА}} &= \vec{i}\ddot{X} + \vec{j}\ddot{Y} + \vec{k}\ddot{Z} = (\vec{i}g_x + \vec{j}g_y + \vec{k}g_z) + (\vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z) = \vec{g}_{\text{КА}} + \vec{a}_{\text{КА}}; \\ \ddot{R}_{\text{КА}} &= \sqrt{\ddot{X}^2 + \ddot{Y}^2 + \ddot{Z}^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$  — полные ускорения КА по соответствующим осям;  $\vec{g}_{\text{КА}}$  — гравитационное ускорение КА, определяемое параметрами гравитационного поля Земли;  $\vec{a}_{\text{КА}}$  — активное (негравитационное) ускорение КА, вызванное сопротивлением остаточной атмосферы, давлением Солнца и др.

Учитывая, что  $\Delta X = \ddot{X} \frac{\Delta t^2}{2}$ , находим искомые ускорения по осям:

$$\ddot{X} \approx \frac{2}{\Delta t^2} (X_2 - X_1); \quad \ddot{Y} \approx \frac{2}{\Delta t^2} (Y_2 - Y_1); \quad \ddot{Z} \approx \frac{2}{\Delta t^2} (Z_2 - Z_1). \quad (19)$$

На основе этих выражений по формуле (18) находим полное ускорение КА  $\ddot{\vec{R}}_{КА}$ , откуда следует искомое гравитационное ускорение:

$$\vec{g}_{КА} = \ddot{\vec{R}}_{КА} - \vec{a}_{КА}. \quad (20)$$

Активное ускорение на борту КА существенно меньше гравитационного и измеряется с помощью 3-осных микроакселерометров.

Для оценки среднеквадратической погрешности определения ускорения  $\ddot{\vec{X}}$  КА в первой формуле (19) примем, что погрешности определения координат в оба момента времени измерений одинаковы:  $\sigma_{x1} = \sigma_{x2} = \sigma_x$ . В этом случае для всех координатных осей имеем:

$$\sigma_{\ddot{x}} = \frac{2\sqrt{2}}{\Delta t} \sigma_x; \quad \sigma_{\ddot{y}} = \frac{2\sqrt{2}}{\Delta t} \sigma_y; \quad \sigma_{\ddot{z}} = \frac{2\sqrt{2}}{\Delta t} \sigma_z. \quad (21)$$

где  $\Delta t$  — интервал, на котором определяется ускорение.

Погрешность определения модуля полного ускорения  $\ddot{R}_{КА}$  (18) на основе соотношений (21) найдём при условии  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_{XYZ}$ :

$$\sigma_{\ddot{R}} = (\sigma_{\ddot{x}}^2 + \sigma_{\ddot{y}}^2 + \sigma_{\ddot{z}}^2)^{0.5} = \frac{2\sqrt{2}}{\Delta t^2} \sigma_{XYZ} \approx \frac{3}{\Delta t^2} \sigma_{XYZ}. \quad (22)$$

Таким образом, погрешность определения ускорения пропорциональна погрешности определения координат и обратно пропорциональна интервалу между измерениями.

Согласно формуле (22), для достижения погрешности измерения полного ускорения около 1 мГал ( $10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>) при погрешности измерения координат в навигационном приёмнике  $\sigma_{XYZ} = 1$  см необходимый интервал измерений составляет 55 с, а длина мерного участка на орбите — около 404 км. Такие характеристики имеют ограниченное практическое применение. Однако повышение точности измерений возможно при использовании большой выборки измерений и статистических методов обработки.

На основе формулы (22) можно предъявить требования к точности определения координат в бортовом навигационном приёмнике. При продолжительности интервала измерений  $\Delta t \approx 3$  с (за это время спутник с высотой орбиты 1000 км переместится примерно на 20 км), а также при такой же ошибке измерения полного ускорения, как и в предыдущем случае (1 мГал), получаем:  $\sigma_{XYZ} \approx 1$  мм, что пока недостижимо.

### Заключение

Три лазерных градиентометра, размещённые строго по осям бортовой орбитальной системы координат, позволяют измерить одновременно три независимых компонента градиентного тензора  $G_{\alpha\beta}$ . В бортовом вычислителе по результатам измерений градиентов  $G_{xx}$ ,  $G_{yy}$ ,  $G_{zz}$  производится

контрольное суммирование по формуле Лапласа. При отказе одного из трёх градиентометров значение недостающего компонента градиентного тензора можно вычислить по этой же формуле.

Измерения гравитационного ускорения на борту космического аппарата (КА) могут быть реализованы с помощью космических геодезических систем PRARE и DORIS.

При использовании системы DORIS приемлемая для практики погрешность измерения гравитационного ускорения 1 мГал ( $10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>) достигается при заявленной в системе погрешности измерений  $\sigma\dot{R} = 0,3$  мм/с на интервале наблюдения  $\Delta t \approx 5,6$  с. Такая дискретность измерений гравитационного ускорения соответствует длине измерительного участка орбиты  $L = V_0 \cdot \Delta t = 41$  км, что примерно в 2 раза превышает длину самой короткой волны в разложении потенциала ГПЗ, принятой в наиболее совершенной модели ГПЗ EGM2008.

С помощью бортовой космической навигационной аппаратуры потребителя (НАП) глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) возможно измерение гравитационного ускорения на всём протяжении орбиты геодезического КА. При продолжительности интервала измерений  $\Delta t = 3$  с (за это время спутник переместится на длину самой короткой волны (20 км) в разложении потенциала модели ГПЗ [5]), а также при ошибке измерения полного ускорения 1 мГал погрешность определения координат с помощью бортовой НАП не должна превышать  $\sigma_{xyz} \approx 0,01$  мм, что пока недостижимо.

### Список литературы

1. Фатеев В.Ф. Космические измерители параметров гравитационного поля // Альманах современной метрологии. — 2015. — № 3. — С. 32–61.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. — М.: Наука, 1973. — 208 с.
3. Lechner W., Reigber Ch. The PRARE/GPS Experiment — A Contribution to Geodesy, Geodynamics and Navigation // NAV 89: Satellite navigation: proceedings of the Conference. London, England, Oct. 17–19, 1989. — London: Royal Institute of Navigation, 1989. — P. 5.
4. Dorrer M. Le systeme DORIS. — Toulouse: CNES, 1989.
5. Pavlis N., Holmes S., Kenyon S., Schmidt D., Trimmer R. A Preliminary Gravitational Model to Degree 2160 // Gravity, geoid and space missions. International association of geodesy symposia / C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (eds.). — Springer, Berlin, Heidelberg, 2005. — V. 129.

*Статья поступила в редакцию: 09.03.2021 г.*

*Статья прошла рецензирование: 26.03.2021 г.*

*Статья принята в работу: 01.04.2021 г.*