

ЗАДАЧИ ВНИИФТРИ НА СЛИЧЕНИЯХ КООМЕТ 786/RU/19 И ПОДХОДЫ К ИХ РЕШЕНИЮ

А.Е. Исаев, А.М. Поликарпов, Б.И. Хатамтаев

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия,
isaev@vniiftri.ru,
a_polikarpov@vniiftri.ru*

Аннотация. Предложены подходы к построению модели гидрофона, состоящей из «линии опережения» и минимально-фазовой части, включающей влияние дифракции звука и резонансные свойства активного элемента. Такая модель позволяет использовать преобразование Гильберта для получения ФЧХ по АЧХ и АЧХ по ФЧХ, а также применить методы комплексной дробно-рациональной аппроксимации, чтобы представить комплексную частотную характеристику чувствительности гидрофона аналитически по данным о его АЧХ и/или ФЧХ. Апробация предложенных подходов на сличениях 786/RU/19 КООМЕТ позволит не только отработать методики их применения, но представит дополнительные способы выявления и оценки источников неопределённости калибровок.

Ключевые слова: фазовая калибровка гидрофона, минимально-фазовая частотная характеристика, преобразование Гильберта, комплексная дробно-рациональная аппроксимация.

VNIIFTRI'S TASKS AT THE COOMET 786/RU/19 COMPARISONS AND APPROACHES TO THEIR SOLUTION

A.E. Isaev, A.M. Polikarpov, B.I. Khatamtaev

*FSUE "VNIIFTRI", Mendeleevo, Moscow region, Russia,
isaev@vniiftri.ru,
a_polikarpov@vniiftri.ru*

Annotation. Approaches to the construction of a hydrophone model, consisting of a "line of outpacing" and a minimum-phase part that including the effect of sound diffraction and the resonance properties of an active element, are proposed. This model makes it possible to use the Hilbert transform to obtain the phase response from the frequency response and the frequency response from the phase response, as well as to apply the methods of complex fractional-rational approximation to analytically representation the hydrophone sensitivity complex frequency response using data on its frequency response and/or minimum-phase response. Approbation of the proposed approaches at COOMET 786/RU/19 comparisons will allow not only testing the methods of their application, but will also provide additional ways to identify and assess sources of calibration uncertainty.

Key words: hydrophone phase calibration, minimum-phase frequency response, Hilbert transform, complex fractional-rational approximation.

*«Никогда не делайте одну ошибку дважды.
Её следует повторить пять–шесть раз, для надёжности»
Принцип экспериментатора*

ВНИИФТРИ создаёт эталонную установку, которая позволит наряду с традиционно используемой амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) определять фазочастотную характеристику чувствительности (ФЧХ) гидрофона. Побудительным мотивом создания установки стало сохранение ведущей роли ВНИИФТРИ в области калибровки гидроакустических преобразователей, поскольку требования к точности определения ФЧХ гидрофона поднялись на уровень эталонных измерений. Создание таких эталонов обусловлено наметившимся в гидроакустике переходом от измерений энергии звуковой волны к определению точной формы акустического сигнала. Метрологический уровень подобных установок, появившихся в некоторых национальных эталонах, сегодня можно оценить по опубликованным результатам сличений [1].

Традиционной задачей эталона в акустике было получение значения величины для конкретной частоты либо набора конкретных частот. Этого вполне достаточно для передачи единицы по ступеням поверочной схемы (определяли АЧХ чувствительности гидроакустического приёмника, ФЧХ не измеряли). Возможность получать значения АЧХ и ФЧХ на заданных частотах позволяет решать задачи контроля при подборе преобразователей, например для изготовления антенных решёток. В отличие от подобных задач, проблемы, связанные с необходимостью восстанавливать форму сигнала, требуют знания непрерывных АЧХ и ФЧХ.

На международных сличениях следуют традиционным подходам, поэтому регламентом пилотных сличений КОOMET 786/RU/19 предусмотрены измерения АЧХ и ФЧХ опорных гидрофонов на фиксированных частотах. Это позволяет участникам пилотных сличений подтвердить корректность методик, применяемых для амплитудно-фазовых калибровок гидрофонов по полю, а также сравнить бюджеты неопределённостей результатов измерений АЧХ и ФЧХ чувствительности гидрофонов. Сопоставление бюджетов неопределённостей измерений двух разнородных величин даёт дополнительные возможности, поскольку в этих бюджетах содержатся как общие, так и различающиеся составляющие.

В последней редакции стандарта МЭК на гидрофоны [2] дано определение комплексной чувствительности в свободном поле по холостому ходу. Так же, как и традиционно измеряемая чувствительность гидрофона, комплексная чувствительность $M^*_h(f)$ определена для опорного центра гидрофона, заданной частоты и заданного направления падения плоской звуковой

волны в невозмущённом свободном поле в отсутствии гидрофона. Модуль этой величины $|M_h(f)| = M_h(f)$ — традиционно измеряемая чувствительность, а аргумент $\arg(M_h(f)) = \varphi_h(f)$ — фазовый угол комплексной чувствительности. Под фазовым углом чувствительности понимают разность фаз между напряжением холостого хода на выходе кабеля гидрофона и звуковым давлением в точке расположения опорного центра гидрофона.

Исходя из практических соображений, определение сформулировано удобным для выполнения измерений на гармоническом сигнале. Обратим внимание, что в определении комплексной чувствительности фазовый угол — это аргумент комплексной чувствительности. Если фазовый угол — аргумент комплексной зависимости, то для его нахождения не обязательно измерять разность фаз, используя гармонические сигналы. В настоящей работе рассматриваются подходы к получению ФЧХ гидрофона — частотной зависимости аргумента его комплексной чувствительности по АЧХ гидрофона, а также обратные процедуры.

Проблемы амплитудно-фазовой калибровки гидрофона

Процедура абсолютной комплексной калибровки гидрофона стандартизована в [3] и основана на использовании метода взаимности. АЧХ и ФЧХ гидрофона получают одновременно в результате совокупных измерений с использованием трёх преобразователей. В процессе измерений необходимо определить расстояния между преобразователями. В современных эталонах погрешность расстояния между преобразователями не входит в число доминирующих составляющих бюджета неопределённостей измерения АЧХ чувствительности. При измерениях ФЧХ погрешность измерения расстояния становится доминирующей, а для вычисления фазовых набегов звуковой волны необходимо точно определить скорость звука. Для уменьшения методической погрешности фазовой калибровки Люкером и Ван-Бюреном в [4] предложен приём, который основан на специальном расположении преобразователей и сохранении неизменности их расположения при калибровке. Калибруемый гидрофон обычно закрепляют на штанге, длина которой определяется глубиной погружения гидрофона. При измерениях по схеме Люкера — Ван-Бюрена калибруемый гидрофон необходимо повернуть на 180° . Чтобы при развороте акустический центр гидрофона не смещался относительно исходного положения, он должен лежать на оси вращения. На практике, вследствие смещений штанги при развороте, исходное расположение преобразователей нарушается. В результате фазовый угол чувствительности получают не для акустического центра гидрофона, а для некоторой неподвижной точки, лежащей на пересечении прямой расположения преобразователей и оси вращения.

Чтобы уменьшить влияние этого недостатка, в Национальной физической лаборатории Великобритании положение калибруемого гидрофона юстируют по лучу лазера с помощью прецизионной системы 3D-позиционирования [1]. Помимо того, что такой подход существенно усложняет процедуру калибровки, его невозможно применить в бассейне с оптически непрозрачными стенками. Отметим также, что юстировка положения калибруемого гидрофона не гарантирует точного результата в случае, когда, например, вследствие технологических причин акустический центр гидрофона не совпадает с его геометрическим центром [1]. Смещение положения акустического центра от опорной точки в 1 мм приводит к частотно-зависимой ошибке в измеренной ФЧХ, которая составляет порядка 18° на частоте 150 кГц.

Проще в реализации предложенные во ВНИИФТРИ приёмы, которые в зависимости от условий эксперимента позволяют определять положение геометрического центра акустическим способом (с учётом поправок на размеры активных элементов излучателя и приёмника) [5], получать значения фазового угла чувствительности для акустического центра гидрофона либо точно позиционировать опорные точки преобразователей по лучу лазера [6], определять смещение акустического центра относительно опорной точки [7], что обеспечивает существенное уменьшение разброса результатов и меньшую зависимость разброса результатов от частоты.

В то же время, принимаемые меры значительно усложняют как саму процедуру калибровки, так и возможность её автоматизации. 3D-позиционирование по лучам лазера чувствительно к малейшим толчкам и вибрациям, а по сути — осуществляется «на глаз». Комплексная калибровка гидрофона трудоёмка, в значительно меньшей степени отработана в методическом плане по сравнению с калибровкой традиционной, в силу чего её результаты в значительной мере зависят от искусства экспериментатора. Перечисленные причины побуждают искать новые подходы к получению ФЧХ гидрофона. Для этого представляется целесообразным уточнить понятие комплексной чувствительности гидрофона применительно к решаемой задаче измерений.

Минимально-фазовая модель сферического гидрофона

Типовая модель сферического гидрофона представляет собой совокупность уравнений, описывающих поведение RLC колебательных контуров и дифракцию звука на жёсткой сфере [8]. Дифракцию звука на жёсткой сфере представляют комплексной функцией [9]:

$$D_{\text{сф}}(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(ka)^2}} e^{-j \arctan(ka)}, \quad (1)$$

где a — радиус сферы, $k = 2\pi f/c$ — волновое число. Выражение (1) описывает частотную зависимость отношения амплитуды среднего звукового давления на поверхности гидрофона к амплитуде звукового давления в свободном поле в точке расположения геометрического центра сферы. Переписав выражение (1) в виде комплексной дробно-рациональной функции, нетрудно убедиться, что она имеет единственный действительный полюс, расположенный слева от нуля на комплексной плоскости. Следовательно, функцию дифракции (1) можно рассматривать как комплексную передаточную функцию линейной системы, которую в теории линейных систем принято называть минимально-фазовой системой [10]. Передаточная функция системы из колебательных RLC контуров не имеет нулей и полюсов в правой части комплексной плоскости и также относится к классу линейных минимально-фазовых систем.

Обычно минимально-фазовую модель применяют для описания систем с сосредоточенными параметрами. В методе взаимности гидрофон также представляют точкой, совпадающей с его акустическим центром. Условие, при котором такое представление допустимо, называют дальним полем, когда размер гидрофона много меньше радиуса падающей на него сферической волны. Такое представление основано на уменьшении звукового давления обратно пропорционально радиусу сферической волны и используется для определения АЧХ гидрофона.

Поскольку гидрофон имеет физический размер (не является точкой), его реакция опережает момент прихода звуковой волны в точку расположения центра сферы. ФЧХ гидрофона получает дополнительную компоненту, равную набегу фазы при распространении звуковой волны на расстояние, равное радиусу a гидрофона. Эффект, порождающий эту компоненту, по аналогии с используемым в радиотехнике термином «линия задержки», будем называть «линией опережения». Формально такое опережение реакцией вызвавшего её воздействия противоречит принципу казуальности, который является одним из неперемных условий минимальной фазовости системы [10]. В то же время «линия опережения», как и идеальная линия задержки, не искажают форму принимаемого сигнала, а вызывают лишь его смещение по времени. Это обстоятельство позволяет использовать модель, состоящую из двух частей: минимально-фазовой части (дифракция на сфере и набор колебательных контуров) и «линии опережения».

Использование предложенной модели иллюстрируют зависимости на рис. 1, где рядом 2 представлена ФЧХ сферического гидрофона USRD F42C с частотой первого резонанса 85 кГц из [4]. Рядом 3 изображена ФЧХ упрощённой модели гидрофона, учитывающей эффекты «линии опережения» и дифракции на жёсткой сфере $ka - \text{atan}(ka)$. Обратим внимание, что ряд 3 хорошо совпадает с экспериментальными данными только на частотах ниже резонанса гидрофона.

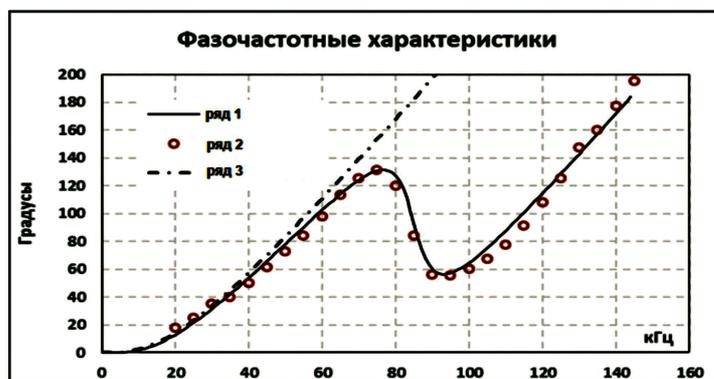


Рис. 1. ФЧХ гидрофона USRD F42C — ряд 2, ФЧХ упрощённой модели — ряд 3 и дополненной модели — ряд 1

Дополнив упрощённую модель колебательным контуром с резонансной частотой 85 кГц, добротностью 9,5 и единичным коэффициентом передачи на частоте ноль герц, получили ФЧХ, представленную на рис. 1 рядом 1, которая хорошо совпадает с экспериментальными данными во всём представленном частотном диапазоне, включая участок перегиба в окрестности резонансной частоты и частоты значительно выше резонанса.

Применение математического аппарата преобразования Гильберта

Минимально-фазовые системы обладают замечательным свойством — ФЧХ и АЧХ минимально-фазовой системы связаны через преобразование Гильберта, для которого будем использовать обозначение $\mathcal{H}(\dots)$. Преобразование Гильберта ФЧХ даёт с точностью константы натуральный логарифм АЧХ. Таким образом, если из экспериментальных данных на рис. 1 вычесть фазовый набег «линии опережения», то полученную зависимость $\tilde{\varphi}_h(f) = \varphi_h(f) - ka$ можно рассматривать как фазочастотную характеристику мини-мально-фазовой системы (минимально-фазовую частотную характеристику (МФЧХ) гидрофона) и применить к ней преобразование Гильберта.

На рис. 2 приведены АЧХ гидрофона USRD F42C, полученная по его экспериментальной МФЧХ — ряд 2, и АЧХ дополненной модели — ряд 1.

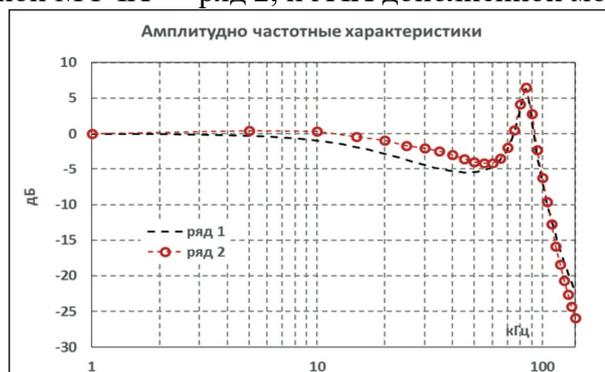


Рис. 2. АЧХ гидрофона USRD F42C, полученная по его экспериментальной МФЧХ — ряд 2, и АЧХ дополненной модели — ряд 1

По поведению полученные АЧХ довольно схожи как между собой, так и с типовыми АЧХ гидрофонов семейства USRD F42 в [11], показанных на рис. 3. К сожалению, получая в результате комплексной калибровки как фазочастотные, так и амплитудно-частотные характеристики, авторы [4] представили результаты фазочастотных калибровок и не привели АЧХ исследованных экземпляров гидрофонов.

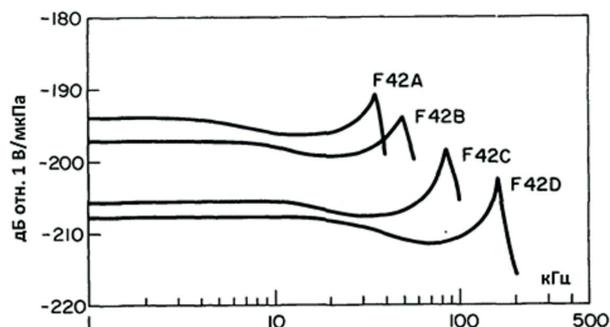


Рис. 3. Типовые АЧХ гидрофонов семейства USRD

Преобразование Гильберта даёт теоретически точное решение для зависимостей, определённых на бесконечном интервале, в то время как АЧХ и ФЧХ измеряют в ограниченном диапазоне частот. В связи с этим важно знать, насколько это ограничение может влиять на результаты обработки частотных зависимостей.

Далеко не очевидно, что чем шире частотный диапазон экспериментальных АЧХ и ФЧХ, тем точнее должен быть результат преобразования Гильберта. Гидрофон не является приёмником статического давления, и его чувствительность на самых низких частотах мала. Чувствительность гидрофона будет также мала на частотах, значительно превышающих верхнюю частоту его диапазона. И в том и другом случае на результаты измерений повлияет шумовая помеха. Поэтому измерения частотных характеристик необходимо провести в таком диапазоне частот, чтобы можно было выполнить надёжную экстраполяцию характеристик за его пределы. Так, в сторону низких частот зависимости экстраполируют до нуля герц.

Участок частотной зависимости выше резонансной частоты необходим для надёжной экстраполяции как реальных, так и модельных данных. Казалось бы, при резонансной частоте гидрофона 85 кГц использование АЧХ в диапазоне от 0 до 140 кГц должно быть вполне достаточно. Однако, если к данным в диапазоне от 0 до 140 кГц применить преобразование Гильберта, то получим неприемлемо большие отклонения $M_h(f)$ от $\exp[\mathcal{H}(\tilde{\varphi}_h(f))]$ и $\tilde{\varphi}_h(f)$ от $\mathcal{H}(\ln(M_h(f)))$. Чтобы получить приемлемые результаты обработки, следует применять приёмы экстраполяции. Более того, данные для обработки необходимо готовить так, чтобы избежать разрывов и резких изломов обрабатываемой зависимости. Примером такого излома служит поведение АЧХ вблизи нуля оси частот.

На рис. 4а и б рядами 2 изображены МФЧХ $\tilde{\varphi}_h(f)$ и АЧХ $M_h(f)$ дополненной модели, рассчитанные на частотах от 0 до 140 кГц, рядами 1 изображены $\mathcal{H}(\ln(M_h(f)))$ и $\exp[\mathcal{H}(\tilde{\varphi}_h(f))]$ соответственно, полученные по данным, экстраполированным на частотах выше 140 кГц.

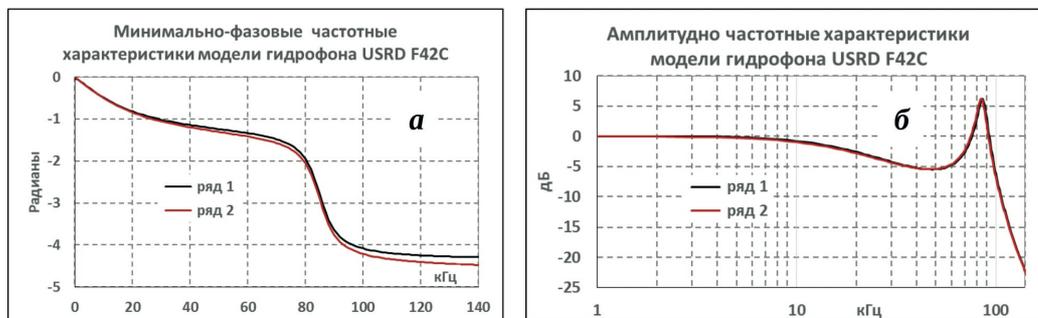


Рис. 4. Амплитудно- и фазочастотные характеристики дополненной модели

В результате применения экстраполяции ряды 1 и 2 на рис. 4б практически совпали. Фазочастотная характеристика более чувствительна к качеству экстраполяции. Различие рядов 1 и 2 на рис. 4а увеличивается с частотой, но не превышает 0,08 рад на частоте 60 кГц и 0,14 рад на частоте 120 кГц. Эти различия можно уменьшить, если перед обработкой экстраполировать данные на более высокие частоты.

Очевидно, что недостаточная подробность подвергаемых преобразованию Гильберта экспериментальных данных также ухудшает результат. При подготовке экспериментальных данных к обработке возникает вопрос о выборе критерия необходимой подробности. Для ответа на этот вопрос представляется рациональным следующий подход. Преобразование Гильберта можно рассматривать как обратное преобразование Фурье сдвинутого по фазе на $\pi/2$ спектра прямого преобразования Фурье, а обрабатываемые зависимости (АЧХ и ФЧХ) — как сигналы, подвергаемые преобразованию Фурье. При таком подходе степень подробности будет определяться крутизной изломов, наклонов и перегибов экспериментальной зависимости. Чем круче крутизна наклонов, тем выше должна быть частота Найквиста для получения спектра этой зависимости. Соответственно тем подробнее должна быть измерена экспериментальная зависимость. Противоположная ситуация возникает при получении экспериментальных зависимостей по методу СКВУ [5]. Избыточную подробность полученных данных устраняют прореживанием.

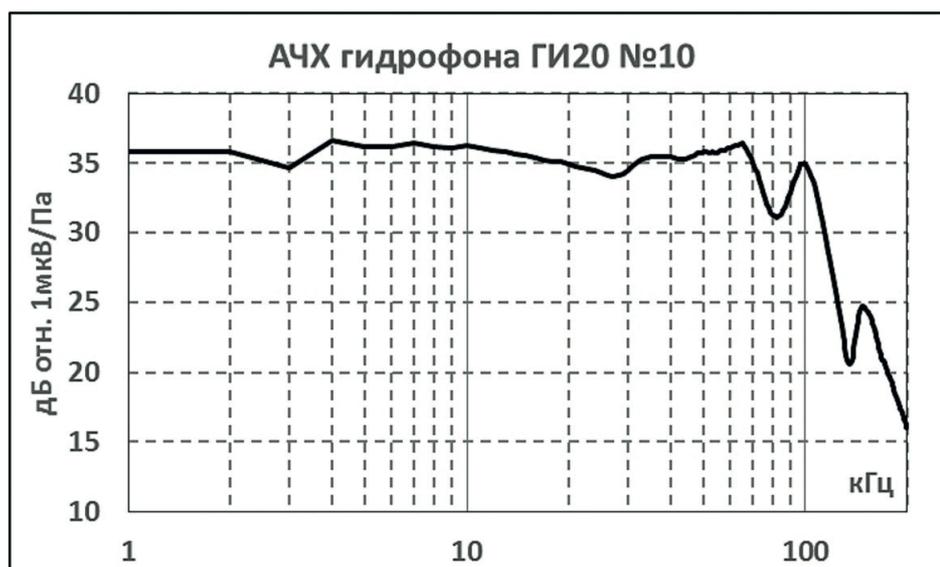


Рис. 5

Для более полноценной проверки корректности предлагаемого подхода была выполнена комплексная калибровка экспериментального образца гидрофона ГИ 20 № 10 со сферическим активным элементом радиуса $a = 10$ мм. В качестве опорной точки (положение акустического центра) принимали геометрический центр активного элемента. Значительно более сложное в сравнении с рассмотренными выше примерами поведение АЧХ (рис. 5) позволяет судить о наличии у гидрофона трёх в разной степени демпфированных резонансов на частотах 65, 100 и 150 кГц.

Экспериментальная ФЧХ гидрофона приведена на рис. 6 рядом 2. Расчётная ФЧХ представлена рядом 3 и получена суммированием частотной зависимости фазового набега ka «линии опережения» и минимально-фазовой частотной зависимости, полученной преобразованием Гильберта экспериментальной АЧХ. Зависимости, представленные рядами 2 и 3, схожи по поведению, но различаются по наклону. Если различие в наклонах устранить внесением в ряд 3 дополнительного пропорционального частоте фазового набега — ряда 4, получим ряд 1. Отклонения ряда 1 от ряда 2 достигают наибольших значений $3,5^\circ$ и 12° на частотах 150 кГц (частота резонанса) и 200 кГц (начальная частота экстраполяции экспериментальной АЧХ в сторону высоких частот) соответственно. Эти значения соответствуют «смещению» опорной точки 0,2 мм на частоте 150 кГц и 0,5 мм на частоте 200 кГц.

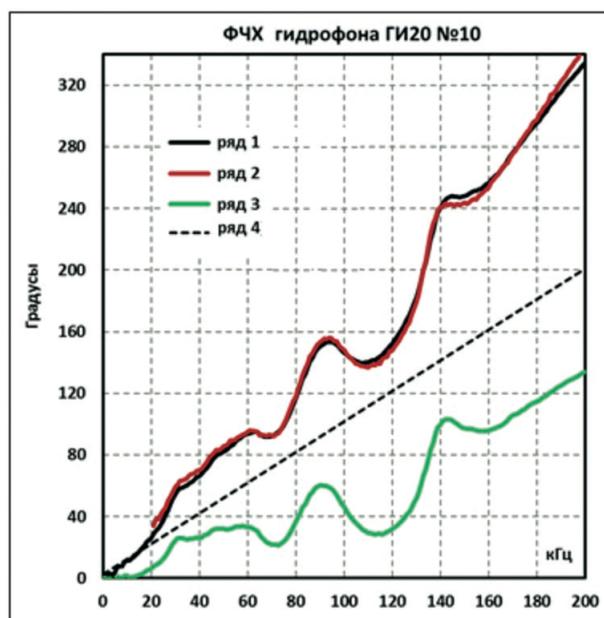


Рис. 6

По своему поведению амплитудно-частотная зависимость, полученная из МФЧХ операцией $\exp[\mathcal{H}(\tilde{\varphi}_h(f))]$, точно повторила экспериментальную АЧХ на рис. 5. Такие совпадения в поведении экспериментальных и расчётных зависимостей превзошли самые оптимистичные ожидания авторов.

Причина различий в наклонах экспериментальной и расчётной ФЧХ — в способе экстраполяции в сторону высоких частот экспериментальной АЧХ при её подготовке к обработке преобразованием Гильберта. Чем ближе обрабатываемая АЧХ к реальной АЧХ гидрофона на участке экстраполяции, тем меньше разница в наклонах экспериментальной и расчётной ФЧХ. Однако этот, на первый взгляд, очевидный факт достоин более подробного рассмотрения.

Для уменьшения различия в наклонах расчётной и реальной ФЧХ требуется привлекать экспериментальные данные о поведении АЧХ гидрофона на всё более и более высоких частотах. Однако полностью устранить различие в наклонах не удаётся. С одной стороны, диапазон измерений по частоте всегда ограничен, с другой стороны — экстраполяция в область высоких частот требует надёжных экспериментальных данных, в то время как при увеличении частоты они всё более отягощены шумовой помехой.

Рассмотрим ситуацию с другой стороны. Точно восстановить наклон ФЧХ важно, например, при сличениях, когда сравнивают значения ФЧХ. Если при расчёте фазового набега «линии опережения» значение радиуса a принять равным нулю, то ФЧХ изменит свой наклон и в рамках предложенной модели будет соответствовать МФЧХ — ФЧХ точечного приёмника, расположенного на поверхности активного элемента гидрофона. Можно сказать, что тем самым мы перенесли точку приёма из акустического центра в точку на поверхности активного элемента гидрофона. Если варьировать значение a , положение точки приёма будет смещаться в ту или иную сторону по оси излучатель — приёмник, при этом свойства гидрофона и описывающее их поведение ФЧХ не изменятся. Это относится к любому пропорциональному частоте фазовому набегу, включая набег, обусловленный способом экстраполяции экспериментальной зависимости. Для задач обработки сдвиг сигнала по оси времени идентичен сдвигу точки приёма, и его можно не учитывать, если важна форма сигнала, а не его задержка. Это же относится к ситуации, когда необходимо оценить свойства гидрофона. Использование предложенного подхода значительно упрощает контроль при подборе преобразователей антенных решёток. Использование предложенного подхода значительно упрощает контроль при подборе преобразователей антенных решёток.

Это преимущество демонстрируют зависимости на рис. 7. В эксперименте методом взаимности измеряли комплексные ЧХ чувствительности гидрофона ТС 4033, по которым получили результаты прямых измерений ФЧХ и

АЧХ. По АЧХ получили расчётные ФЧХ, используя предложенный метод. Целью эксперимента было оценить и сопоставить среднеквадратическое отклонение (СКО) расчётных результатов и результатов прямых измерений. Представленные на рис. 7 зависимости СКО прямых измерений ФЧХ (ряд 1) и расчётных ФЧХ (ряд 2) демонстрируют увеличение разброса результатов прямых измерений с увеличением частоты, что может быть объяснено влиянием погрешности юстировки опорной точки гидрофона. Для расчётных результатов такое увеличение разброса отсутствует, что свидетельствует об устойчивости к погрешностям юстировки положений гидрофона как результатов измерений АЧХ, так и полученных по ним ФЧХ. Таким образом, уменьшение СКО при расчёте ФЧХ по АЧХ позволяет облегчить задачу контроля ФЧХ при подборе преобразователей антенной решётки.

Явная корреляция зависимостей на рис. 7 обусловлена использованием для их получения одних и тех же экспериментальных данных.

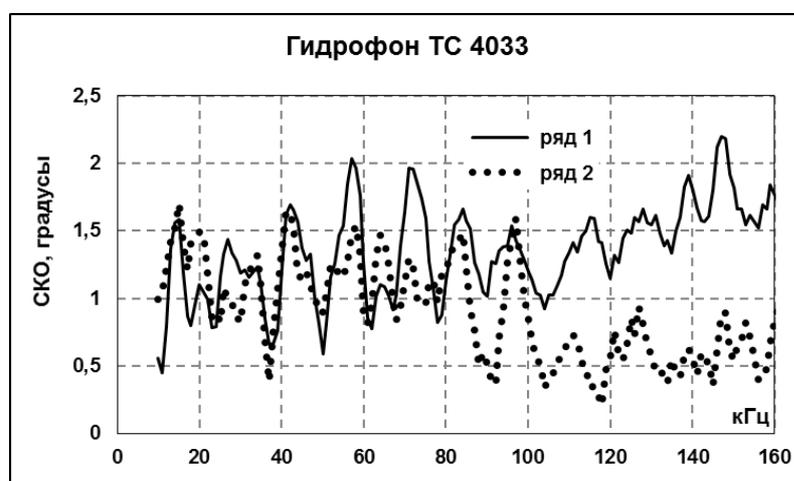


Рис. 7. Зависимости от частоты СКО прямых измерений ФЧХ (ряд 1) и расчётных ФЧХ (ряд 2)

Эксперимент был выполнен на частотах до 160 кГц, однако можно предположить, что отмеченные тенденции в поведении зависимостей сохранятся и на более высоких частотах. Следовательно, когда прямые измерения ФЧХ либо невозможны, либо отягощены большой погрешностью, ФЧХ может быть получена расчётом по АЧХ. Пример такой ситуации — фазовая калибровка игольчатого гидрофона на мегагерцовых частотах.

Лучший способ отработать предложенный приём получения ФЧХ гидрофона — пилотные сличения 786/RU/19 КООМЕТ. Это первые сличения, на которых одновременно и с наивысшей точностью будут измерять ФЧХ и АЧХ

опорных гидрофонов. Поэтому дополнительно к задачам, установленным Техническим протоколом, на сличениях целесообразно проверить корректность изложенного подхода к определению амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик гидрофона, основанного на использовании свойств минимально-фазовых систем.

Полученные на сличениях данные обеспечивают передачу размера единицы по ступеням поверочной схемы. На последней ступени поверочной схемы может оказаться потребитель, которому необходимо решать задачи восстановления формы сигнала. Для решения такого рода задач наилучшим является аналитическое представление комплексной чувствительности гидрофона, в то время как потребитель получает два набора данных — АЧХ и ФЧХ. Популярные пакеты математической обработки хорошо работают с данными в аналитическом виде, в то время как не каждый пакет «справляется» с обработкой комплексных зависимостей, представленных дискретными значениями. Ниже будут предложены приёмы, позволяющие представлять частотную характеристику чувствительности гидрофона аналитически в виде комплексной функции.

Аналитическое представление комплексной частотной характеристики чувствительности гидрофона

Функция ka представляет аналитически фазовый набег «линии опережения». Поэтому сосредоточим внимание на аналитическом представлении частотной характеристики системы из RLC колебательных контуров, которую использовали при построении минимально-фазовой части модели гидрофона. В теории электрических цепей частотную характеристику колебательного контура принято описывать дробно-рациональной функцией комплексного переменного $p = j\omega$. Одно из преимуществ использования дробно-рациональной функции — физичность получаемого аналитического представления. Например, резонансы, полученные в результате решения дифференциального уравнения колебательного контура, это полюса, получаемые в результате факторизации дробно-рациональной функции.

Для аналитического представления будем использовать идентификацию комплексной частотной характеристики чувствительности гидрофона в классе дробно-рациональных функций.

Дробно-рациональная аппроксимация по известным АЧХ и МФЧХ

Поставим задачу представить минимально-фазовую часть комплексной частотной характеристики чувствительности гидрофона дробно-рациональной функцией:

$$\frac{A(p)+a_0}{B(p)+1} = \frac{\sum_{i=1}^M a_i p^i + a_0}{\sum_{i=1}^N b_i p^i + 1},$$

наилучшим (в смысле минимальной среднеквадратической ошибки) образом приближающей $M_h(f)e^{j\varphi_h(f)}$.

Без ущерба общности рассуждений в целях сокращения размерности задачи коэффициенты b_0 и a_0 при нулевой степени частоты в знаменателе и числителе дробно-рациональной функции будем считать известными, приняв их соответственно равными единице и $M_h(0)$ — значению АЧХ, экстраполированной в сторону низких частот, на частоте ноль герц. При известных b_0 и a_0 задача получения оценок $M+N$ коэффициентов $a_M, \dots, a_1; b_N, \dots, b_1$ по набору значений $M_h(f_k)e^{j\varphi_h(f_k)}$, $k = 1, \dots, K$ ($K \geq M+N$) сводится к минимизации функционала невязки:

$$\sum_{k=1}^K \left[\frac{A(p_k)+a_0}{B(p_k)+1} - M_h(f_k)e^{j\varphi_h(f_k)} \right]^2. \quad (2)$$

Оценки неизвестных коэффициентов будем получать решением системы нормальных уравнений, в левой части которой — производные функционала невязки по искомым коэффициентам.

Построение системы нормальных уравнений усложнено нелинейностью функционала (2) по неизвестным коэффициентам полинома знаменателя. Чтобы избавиться от нелинейности функционала (2), используем следующий приём: минимум функционала будем искать методом последовательных приближений. Для этого применим итерационную процедуру, предложенную в [12]. В предположении, что на итерации с номером $n-1$ получены приближённые оценки коэффициентов полинома знаменателя $b_{n-1}, \dots, b_{N_{n-1}}$, из полученных коэффициентов образуют полином $B_{n-1}(p) = \sum_{i=1}^N b_{i,n-1} p^i + 1$. На шаге n итерационной процедуры вместо функционала невязки (2) минимизируют функционал

$$\sum_{k=1}^K \frac{1}{(B_{n-1}(p_k)+1)^2} [A(p_k) - (x_k + jy_k)B(p_k) - x_k + a_0 - jy_k]^2, \quad (3)$$

где $x_k = M_h(f_k) \cos(\varphi_h(f_k))$ и $y_k = M_h(f_k) \sin(\varphi_h(f_k))$.

В выражение (3) искомые коэффициенты полиномов входят линейно, а множителям $\frac{1}{(B_{n-1}(p_k)+1)^2}$ отводится роль взвешивающих коэффициентов.

Дифференцированием (3) по искомым коэффициентам получают систему нормальных уравнений, решение которой относительно оценок искомых коэффициентов, получаемых на шаге с номером n итерационной процедуры, в матричной записи имеет вид:

$$\Theta_n = [W^T S_n W]^{-1} W^T S_n H,$$

где: $H = (x_1 - a_0, \dots, x_K - a_0, jy_1, \dots, jy_K)^T$;

$$S_n = \text{diag}\{1/(B_{n-1}(p_1) + 1)^2, 1/(B_{n-1}(p_2) + 1)^2, \dots, 1/(B_{n-1}(p_K) + 1)^2\};$$

$$W = \begin{pmatrix} 0 & p_1^2 & 0 & p_1^4 & 0 & \dots & -jy_1 p_1 & -x_1 p_1^2 & -jy_1 p_1^3 & -x_1 p_1^4 & -jy_1 p_1^5 & \dots \\ 0 & p_2^2 & 0 & p_2^4 & 0 & \dots & -jy_2 p_2 & -x_2 p_2^2 & -jy_2 p_2^3 & -x_2 p_2^4 & -jy_2 p_2^5 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & p_K^2 & 0 & p_K^4 & 0 & \dots & -jy_K p_K & -x_K p_K^2 & -jy_K p_K^3 & -x_K p_K^4 & -jy_K p_K^5 & \dots \\ p_1 & 0 & p_1^3 & 0 & p_1^5 & \dots & -x_1 p_1 & -jy_1 p_1^2 & -x_1 p_1^3 & -jy_1 p_1^4 & -x_1 p_1^5 & \dots \\ p_2 & 0 & p_2^3 & 0 & p_2^5 & \dots & -x_2 p_2 & -jy_2 p_2^2 & -x_2 p_2^3 & -jy_2 p_2^4 & -x_2 p_2^5 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ p_K & 0 & p_K^3 & 0 & p_K^5 & \dots & -x_K p_K & -jy_K p_K^2 & -x_K p_K^3 & -jy_K p_K^4 & -x_K p_K^5 & \dots \end{pmatrix}.$$

На первом шаге итерационной процедуры коэффициенты b_{1_0}, \dots, b_{N_0} принимают равными нулю.

Применение предложенной процедуры проиллюстрируем на простом для анализа примере гидрофона USRD F42C. Данные МФЧХ получили вычитанием из экспериментальной ФЧХ фазовых набегов «линии опережения». В качестве АЧХ использовали расчётную частотную зависимость, полученную из МФЧХ преобразованием Гильберта, убедившись в корректности модели и способа обработки.

На рис. 8–10 представлены результаты минимизации функционала (2) при степенях полиномов числителя и знаменателя дробно-рациональной функции $M = 0$ и $N = 4$ соответственно.

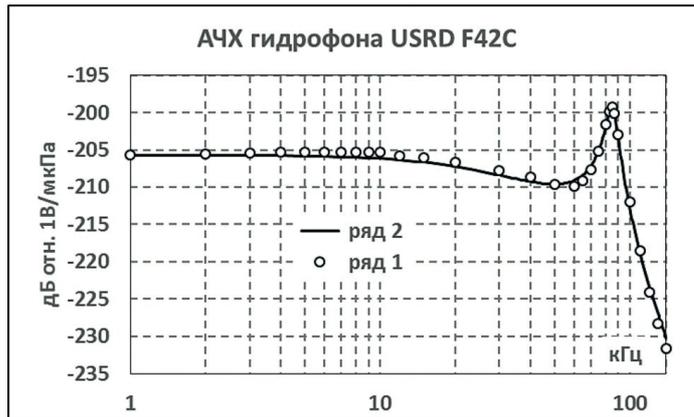


Рис. 8. Расчётная АЧХ — ряд 1, дробно-рациональная аппроксимация — ряд 2

Различия рядов 1 и 2 на рис. 7 не превосходят 0,8 дБ на частотах ниже 130 кГц и составляют 1,3 и 1,5 дБ на частотах 130 и 140 кГц соответственно. Такие различия сопоставимы с погрешностями рутинных калибровок рабочих гидрофонов.

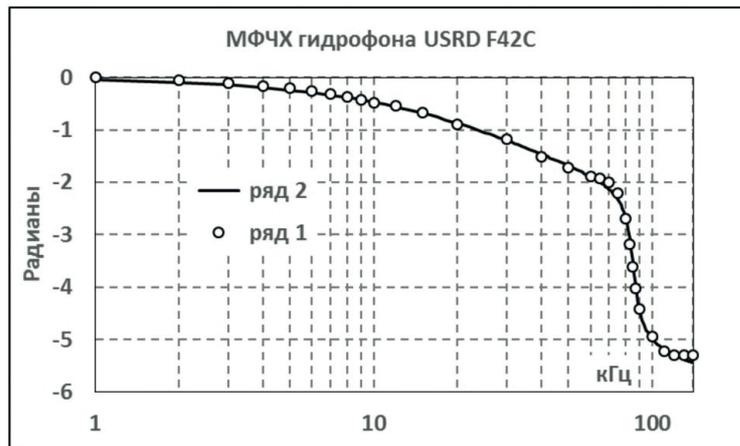


Рис. 9. Экспериментальная МФЧХ — ряд 1, дробно-рациональная аппроксимация — ряд 2

Различия рядов 1 и 2 на рис. 9 не превосходят 0,05 рад на частотах ниже резонанса, увеличиваются до 0,13 рад вблизи резонанса и составляют 0,16 рад на частоте 140 кГц.

На рис. 10 изображены полюса, которые дают более наглядное представление об аппроксимирующей дробно-рациональной функции в сравнении с коэффициентами полиномов.

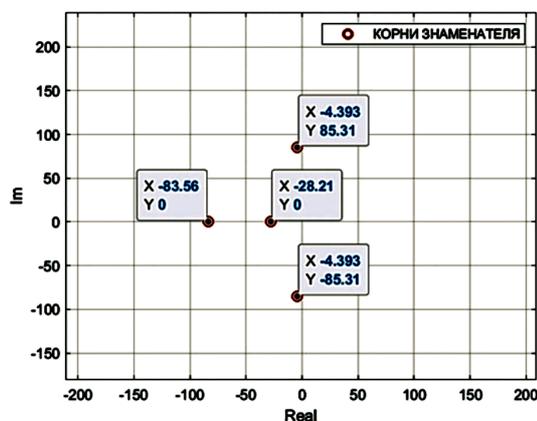


Рис. 10. Полюса аппроксимирующей дробно-рациональной функции, $M = 0$ и $N = 4$

Таким образом, комплексную частотную характеристику чувствительности гидрофона USRD F42C можно с достаточной точностью представить с помощью пяти параметров: константа a_0 и четыре полюса (корни полинома знаменателя), которые лежат, как и положено для минимально-фазовой системы, в левой части комплексной плоскости.

Дробно-рациональная аппроксимация по известной АЧХ

Квадрат АЧХ чувствительности гидрофона $M_h^2(h) = \dot{M}_h(f) \dot{M}_h^*(f)$ — действительная функция (* — символ комплексного сопряжения), которая может быть представлена отношением действительных полиномов чётных степеней переменной $p = jf$:

$$\frac{C(p) + c_0}{D(p) + 1} = \frac{\sum_{i=1}^M c_i (p)^{2i} + c_0}{\sum_{i=1}^N d_i (p)^{2i} + 1}.$$

Без ущерба общности рассуждений, так же, как и в рассмотренном выше случае с обработкой комплексных данных, в целях сокращения размерности задачи коэффициенты при нулевой степени частоты в знаменателе d_0 и числителе c_0 будем считать известными, приняв их соответственно равными единице и $M_h^2(0)$ — квадрату АЧХ гидрофона на частоте 0 герц.

Оценки $M + N$ неизвестных коэффициентов $c_1, \dots, c_M, d_1, \dots, d_N$ получим минимизацией квадратичного функционала невязки:

$$\sum_{k=1}^K \left[\frac{C(p_k) + c_0}{D(p_k) + 1} - g_k \right]^2, \quad (4)$$

где g_k — $M_h^2(f_k), k = 1, \dots, K (K \geq M + N)$.

Аналогично ситуации с минимизацией функционала (2), коэффициенты полинома $D(p)$ входят в выражение функционала (4) нелинейно. Поэтому поиск минимума функционала (4) осуществим методом последовательных приближений, применив соответствующую итерационную процедуру из [12].

На шаге с номером n итерационной процедуры вместо функционала невязки (4) будем минимизировать функционал

$$\sum_{k=1}^K \frac{1}{(D_{n-1}(p_k) + 1)^2} [C(p_k) - g_k D(p_k) - g + c_0]^2, \quad (5)$$

где $D_{n-1}(p)$ — полином с коэффициентами $d_{1_{n-1}}, \dots, d_{N_{n-1}}$, полученными на предыдущей итерации.

Выражение для оценок коэффициентов $\Theta_n = (c_{1_n}, \dots, c_{M_n}, d_{1_n}, \dots, d_{N_n})^T$ на шаге n итерационной процедуры в матричной записи имеет вид:

$$\Theta_n = [W^T S_n W]^{-1} W^T S_n H,$$

где: $H = (g_1 - c_0, \dots, g_2 - c_0, \dots, g_K - c_0)^T$;

$S_n = \text{diag} \{ 1/(D_{n-1}(p_1) + 1)^2, 1/(D_{n-1}(p_2) + 1)^2, \dots, 1/(D_{n-1}(p_K) + 1)^2 \}$;

$$W = \begin{pmatrix} p_1^2 & \dots & p_1^{2(M-1)} & p_1^{2M} & -g_1 p_1^2 & \dots & -g_1 p_1^{2(N-1)} & -g_1 p_1^{2N} \\ p_2^2 & \dots & p_2^{2(M-1)} & p_2^{2M} & -g_2 p_2^2 & \dots & -g_2 p_2^{2(N-1)} & -g_2 p_2^{2N} \\ \vdots & \vdots \\ p_K^2 & \dots & p_K^{2(M-1)} & p_K^{2M} & -g_K p_K^2 & \dots & -g_K p_K^{2(N-1)} & -g_K p_K^{2N} \end{pmatrix}.$$

На первом шаге процедуры коэффициенты d_{1_0}, \dots, d_{N_0} принимают равными нулю.

Процедура была применена к расчётной АЧХ гидрофона USRD F42C. На рис. 11 представлены восемь полюсов дробно рациональной аппроксимации квадрата АЧХ, симметрично расположенных относительно нуля комплексной плоскости. Как и в предыдущем примере, для получения комплексной аппроксимации используем четыре полюса в левой части комплексной плоскости.

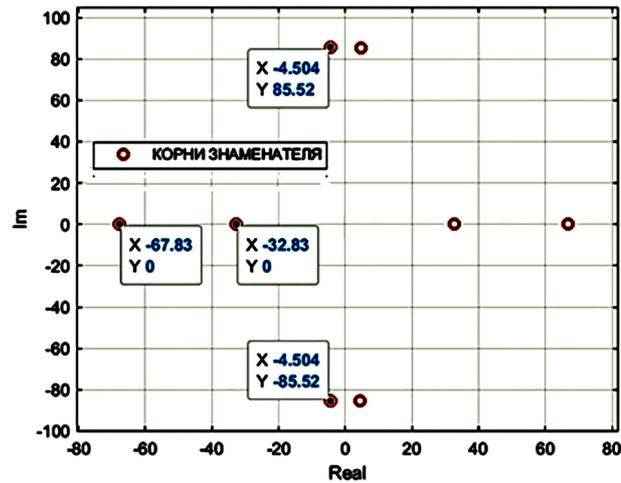


Рис. 11. Полюса аппроксимирующей дробно-рациональной функции

На рис. 12 представлены расчётная АЧХ гидрофона и её дробно-рациональная аппроксимация. Наибольшие различия рядов 1 и 2 на рис. 12 составляют 0,7 дБ на частотах 8 и 9 кГц, не превышают 1,0 дБ на частотах 60 и 65 кГц, 1,3 и 1,4 дБ на частотах 130 и 140 кГц.

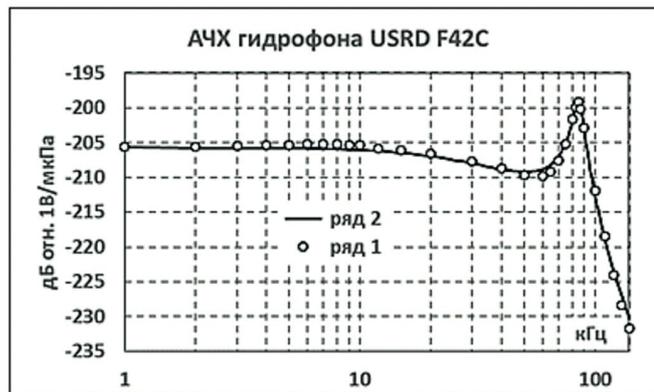


Рис. 12. Расчётная АЧХ — ряд 1, дробно-рациональная аппроксимация — ряд 2

На рис. 13 представлены экспериментальная МФЧХ гидрофона и её дробно-рациональная аппроксимация.

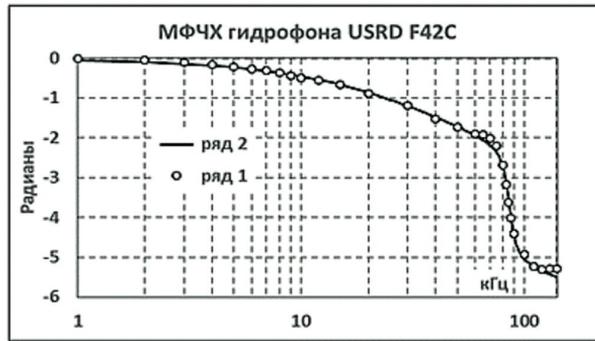


Рис. 13. Экспериментальная МФЧХ — ряд 1, дробно-рациональная аппроксимация — ряд 2

Наибольшие различия рядов 1 и 2 на рис. 13 составляют 0,12 рад на частоте 15 кГц, 0,14–0,18 рад на частотах 65–75 кГц, 0,15 и 0,21 рад на частотах 130 и 140 кГц.

Дробно-рациональная аппроксимация по известной МФЧХ

Для минимально фазовой части комплексной частотной характеристики чувствительности гидрофона $M_h(f_k)^{ej\tilde{\varphi}_h(f_k)}$, представленной дробно рациональной

функцией $\frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^M a_i p^i}{1 + \sum_{i=1}^N b_i p^i}$, запишем:

$$\frac{A(p)}{B(p)} = \frac{\operatorname{Re}[A(p) \cdot B^*(p)] + j \operatorname{Im}[A(p) \cdot B^*(p)]}{|B(p)|^2}.$$

Действительная и мнимая части числителя полученного выражения являются, соответственно, чётной и нечётной функциями частоты:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[A(p) \cdot B^*(p)] &= S(f^2), \\ \operatorname{Im}[A(p) \cdot B^*(p)] &= pT(f^2). \end{aligned}$$

Минимально фазовая частотная характеристика $\tilde{\varphi}_h(f)$ удовлетворяет соотношению:

$$\frac{\operatorname{tg}(\tilde{\varphi}_h(f))}{f} = \frac{T(f^2)}{S(f^2)},$$

которое представляет собой действительную дробно-рациональную функцию чётных степеней частоты.

В свою очередь, комплексная функция

$$Q(p) = \frac{1 + jtg(\tilde{\varphi}_h(f))}{1 - itg(\tilde{\varphi}_h(f))}$$

удовлетворяет соотношению:

$$Q(p) = \frac{S(f^2) + pT(f^2)}{S(f^2) - pT(f^2)} = \frac{A(p)B^*(p)}{B(p)A^*(p)}.$$

Из последнего соотношения следует, что $M_h(f_k)^{ej\varphi_h(f_k)}$ с точностью до действительного множителя определяется на основе выбора нулей и полюсов $Q(p)$, лежащих в левой части комплексной плоскости.

В [12] рассмотрены два сценария параметризации минимально-фазовой частотной характеристики в виде комплексной дробно рациональной функции.

Сценарий 1

По данным МФЧХ получают дробно-рациональную функцию $\frac{T(f^2)}{S(f^2)}$, из полиномов числителя и знаменателя которой строят вспомогательную функцию $Q(p)$. Для полученного выражения проводят факторизацию полиномов числителя и знаменателя, отбирают нули и полюса в левой части комплексной плоскости. То есть параметризацию $M_h(f_k)^{ej\varphi_h(f_k)}$ осуществляют путём дробно-рациональной аппроксимации данных о МФЧХ, конструирования функции $Q(p)$ и её факторизации.

Сценарий 2

По данным МФЧХ получают отсчёты действительной и мнимой частей функции $Q(p)$, выполняют дробно-рациональную аппроксимацию полученного комплексного набора данных, проводят факторизацию полиномов числителя и знаменателя аппроксимирующей дробно-рациональной функции.

Заключение

Предложенный в работе подход к построению модели гидрофона позволяет использовать полезные свойства минимально-фазовой системы. Разбиение модели на «линию опережения» и минимально-фазовую часть, включающую влияние дифракции звука и резонансные свойства активного элемента, позволило не только использовать преобразование Гильберта, но и применить методы комплексной дробно-рациональной аппроксимации.

Использование преобразования Гильберта даёт возможность получать ФЧХ по АЧХ и совершать обратную операцию. Дробно-рациональная аппроксимация позволяет представить комплексную частотную характеристику чувствительности гидрофона аналитически по данным о его АЧХ и/или ФЧХ.

Апробация предложенных подходов на сличениях 786/RU/19 КООМЕТ позволит не только отработать методики их применения, но представит дополнительные способы выявления и оценки источников неопределённости калибровок. Например, погрешность в определении расстояния между акустическими центрами входит в число доминирующих составляющих бюджета неопределённостей при прямых измерениях ФЧХ, однако не является доминирующей при получении ФЧХ по АЧХ.

К сожалению, формат сличений не позволит проверить применимость предложенной модели к приёмникам со значительным влиянием рассеяния звука элементами конструкции, излучателям, приёмникам векторных величин звукового поля, гидрофонам с цилиндрическим либо плоским активным элементом, микрофонам. Однако такие исследования представляют практический интерес.

Полученные результаты показали, что для многих практических задач нет необходимости получать ФЧХ относительно акустического центра приёмника. Достаточно значительно менее трудоёмкими способами определить форму ФЧХ. Вопрос о том, какую из характеристик целесообразно определять при калибровке — ФЧХ для акустического центра, либо МФЧХ для точки на поверхности активного элемента, заслуживает обсуждения в кругу специалистов, выполняющих акустические измерения.

Список литературы

1. Nayman G., Robinson S. Phase calibration of hydrophones by the free-field reciprocity method // Proc. 11th Europ. Conf. on Underwater Acoustics, Edinburgh. — 2012. — P. 1437–1444.
2. МЭК 60500. Гидроакустика. Гидрофоны. Свойства гидрофонов в полосе частот от 1 Гц до 500 кГц. — 2017.
3. МЭК 60565-1. Подводная акустика. Гидрофоны. Калибровка гидрофонов. Часть 1. Процедуры калибровки гидрофонов по свободному полю. — 2020.
4. Luker L.D., Van Buren A.L. Phase calibration of hydrophones // J. Acoust. Soc. Am. — 1981. — 70. — P. 516–519.
5. Исаев А.Е. Точная градуировка приёмников звукового давления в водной среде в условиях свободного поля. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2008. — 369 с.

6. Исаев А.Е., Матвеев А.Н., Поликарпов А.М., Щерблюк Н.Г. Измерение фазочастотной характеристики чувствительности гидрофона по полю методом взаимности // Измерительная техника. — 2013. — № 6. — С. 56–58.
7. Исаев А.Е. Способ определения пространственного смещения акустического центра гидрофона относительно его геометрического центра: патент РФ. — № 2516607. — С1. Кл. Н04R 1/44. — Опубликовано: 20.05.2014. — БИ № 14.
8. Дмитриевский Н.Н., Павлов Л.Е., Сильвестров С.В. Применение импедансного метода для определения чувствительности пьезоэлектрических приемников звука // Акустический Журнал. — 1976. — Т. XXII. — Вып. 3.
9. Henriquez T.F. Diffraction Constants of Acoustic Transducers // J. Acoust. Soc. Amer. — 1964. — 36. — 12. — 267–269.
10. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей / под ред. проф. Г.И. Атабекова; пер. с англ. И.В. Соловьева. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 551 с.
11. Ivey L.E. NRL-USRD Series F42 Omnidirectional Standard Hydrophones // NRL Memo. Rep. — 1979. — No. 3969.
12. Исаев А.Е. Разработка и исследование методов идентификации преобразователей в классе нелинейных инерционных систем: дис. ... канд. техн. Наук. — М., 1984.

Статья поступила в редакцию: 10.06.2021 г.

Статья прошла рецензирование: 18.06.2021 г.

Статья принята в работу: 01.07.2021 г.