

**IV. Результаты гравитационных измерений. Цифровые технологии**

УДК 52.08.528.223

**СОЗДАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ  
КАРТ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ УКЛОНЕНИЙ  
ОТВЕСНОЙ ЛИНИИ И УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ**

**М.М. Мурзабеков, В.Ф. Фатеев, Д.С. Бобров, Р.А. Давлатов,  
В.П. Лопатин**

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.  
murzabekov@vniiftri.ru, fateev@vniiftri.ru, bobrov@vniiftri.ru, davlatov@vniiftri.ru,  
lopatin@vniiftri.ru*

*В статье рассмотрены результаты совместных измерений уклонений отвесной линии (УОЛ) и ускорения силы тяжести (УСТ) с использованием цифрового астроизмерителя и высокоточного относительного гравиметра соответственно. Измерения выполнены на известной Московской гравитационной аномалии (аттракции) и сравнены со значениями, рассчитанными по наиболее распространенной модели геопотенциала EGM2008. Рассматривается метод расчета вторых производных (градиентов) аномального потенциала силы тяжести по совместным измерениям УОЛ и УСТ. Представлены результаты анализа потенциально достижимой при этом точности и пример расчета по данным аттракции.*

*Ключевые слова: уклонение отвесной линии, астроизмеритель, Московская гравитационная аномалия, аномальный потенциал, гравитационный градиент*

**DEVELOPMENT OF MULTI-LAYER GRAVIMETRIC MAPS  
ON THE BASIS OF MEASUREMENT DATA OF THE PLUMB  
LINE DEVIATION AND GRAVITY  
ACCELERATION**

**M.M. Murzabekov, V.F. Fateev, D.S. Bobrov, R.A. Davlatov,  
V.P. Lopatin**

*FSUE «VNIIFTRI», Mendeleevo, Moscow region.  
murzabekov@vniiftri.ru, fateev@vniiftri.ru, bobrov@vniiftri.ru, davlatov@vniiftri.ru, lopatin@vniiftri.ru*

*The article discusses the results of joint measurements of plumb line deviations (PLD) and acceleration of gravity (AG) using a digital astronomic meter and a high-precision relative gravimeter, respectively. The measurements were performed on the well-known Moscow gravity anomaly (attraction) and compared with the values calculated via the most common geopotential model EGM2008. A method for calculating the second derivatives (gradients) of the anomalous potential of the gravity by joint measurements of the PLD and AG is considered. The results of the analysis of the potentially achievable in this case accuracy and an example of calculation based on the attraction data are presented.*

*Key words: plumb line deviation, Moscow gravitational anomaly, anomalous potential, gravitational gradient*

## 1. Известная Московская аттракция

В 1862 г. из стен типографии Московского университета вышла книга «Исследование местной аттракции, существующей около Москвы». Эта книга, посвященная анализу аномалий силы тяжести, обнаруженных в окрестностях Москвы, была написана профессором астрономии Московского университета Богданом Яковлевичем (Каспаром Готфридом) Швейцером [1]. Первые измерения составляющей отклонения отвесной линии (УОЛ) по широте (вдоль меридиана) Б.Я. Швейцер провел в 1848 г. Затем в ходе организованных экспедиций в 1853, 1858 и 1859 гг. Б.Я. Швейцер при содействии студентов Межевого института осуществил детальную гравиметрическую съемку территории Московской губернии. А в 1862 г. в уже упоминавшейся монографии «Исследования Московской аттракции» опубликовал математически обработанные итоги этой съемки, включающие карту УОЛ по широте. При этом Б.Я. Швейцер обнаружил, что линия нулевых значений УОЛ по широте проходит южнее центра Москвы. Симметрично по отношению к этой линии и на расстоянии  $\pm 12$  км от нее проходят линии положительных (к северу) и отрицательных (к югу) максимумов УОЛ по широте. При этом следует заметить, что знаки УОЛ, используемые в работах Б.Я. Швейцера, противоположны принятым в сегодняшней геодезии.

По современным данным, Московская аттракция является проявлением геологической структуры, носящей название Подмосковный авлакоген, или глубокий и узкий разлом в фундаменте древней платформы. В соответствии с геологическим строением аттракции, гравитационная аномалия вызвана наличием длинного разлома в кристаллической платформе, на которой находится Московская область [2]. Плотность вещества платформы равна  $2,7 \text{ г/см}^3$ , а плотность осадочных пород, которыми сверху покрыта платформа и которыми заполнен разлом, составляет  $2,2 - 2,3 \text{ г/см}^3$ .

Рассмотрим пример изменения УОЛ, УСТ и  $W_{zx}$ -компоненты потенциала для простейшей модели сферической «отрицательной» аномальной массы. Как известно, изменение знака УОЛ и  $W_{zx}$  происходит непосредственно над местом залегания аномальной массы, а УСТ при этом достигает минимального или максимального значения [3]. Пример для одной оси (ось ОХ) представлен на рис. 1.

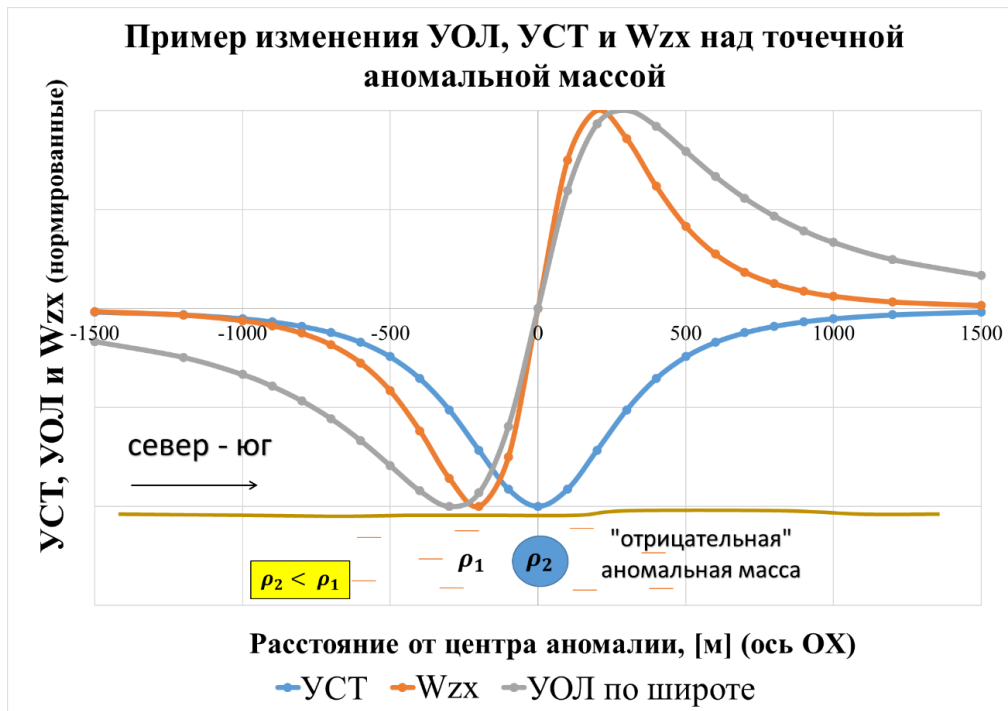


Рис. 1. Графики изменения УОЛ, УСТ и Wzx над точечной аномальной массой (нормированные)

**Анализ известной Московской аттракции с использованием цифрового астроизмерителя и высокоточного относительного гравиметра**

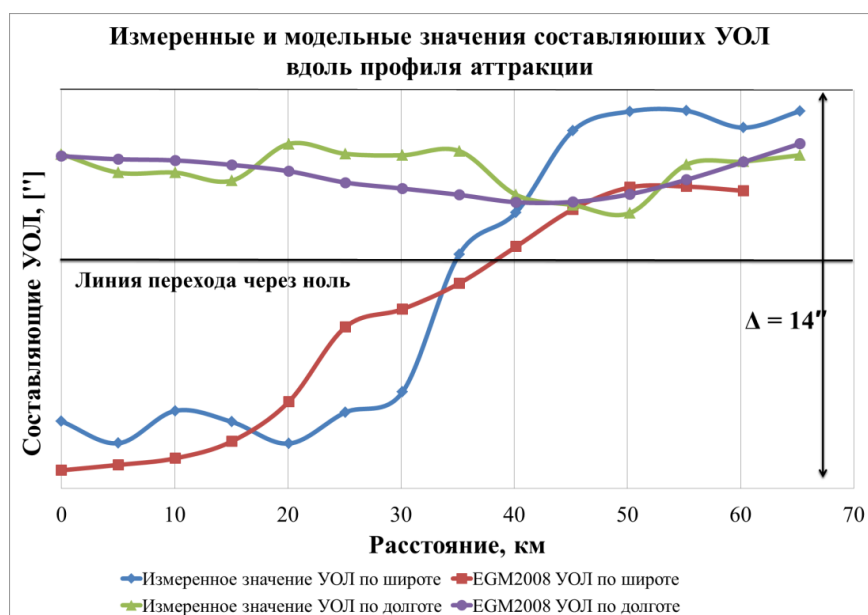
Совместные измерения составляющих УОЛ и ускорения силы тяжести (УСТ) на Московской аттракции были выполнены летом 2019 г. с помощью цифрового астроизмерителя с погрешностью 0,2" [4, 5] и высокоточного относительного гравиметра Scintrex CG-5 с погрешностью 10 мкГал.

По результатам измерений построен профиль составляющих УОЛ и УСТ вдоль линии, пересекающей аттракцию с севера на юг. Профиль состоит из 14 точек со средним расстоянием 4,5 км между ними.

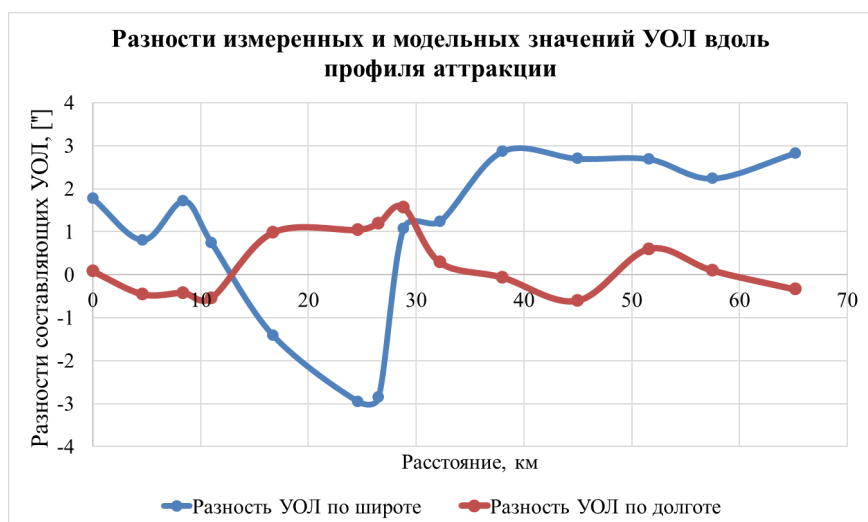
Точки на аттракции подбирались исходя из следующих требований при измерениях с использованием астроизмерителя: наличие твердого основания (грунтовые, асфальтовые дороги или площадки), отсутствие вибраций от сильно загруженных автомобильных дорог, отсутствие засветок от уличного освещения и открытость небосвода. Время измерений в каждой точке составляло не более 45 минут и включало *время на подготовку астроизмерителя к измерениям* (не более 15 минут) и *время на измерения* (5 серий измерений по 6 минут). При этом время измерений с использованием гравиметра

Scintrex CG-5 составляло не более 15 минут.

Для точек профиля аттракции вычислены значения составляющих УОЛ по наиболее известной модели геопотенциала EGM2008. Графики измеренных и модельных значений УОЛ и их разностей представлены на рис. 2.



а)

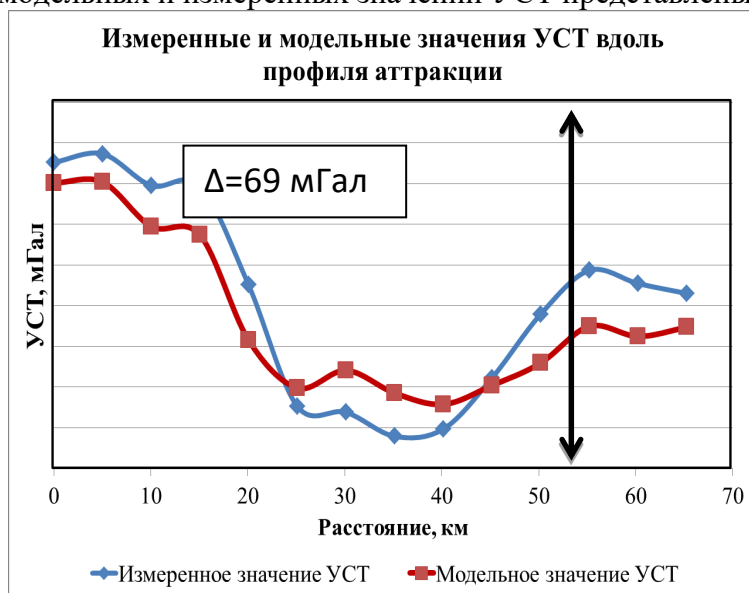


б)

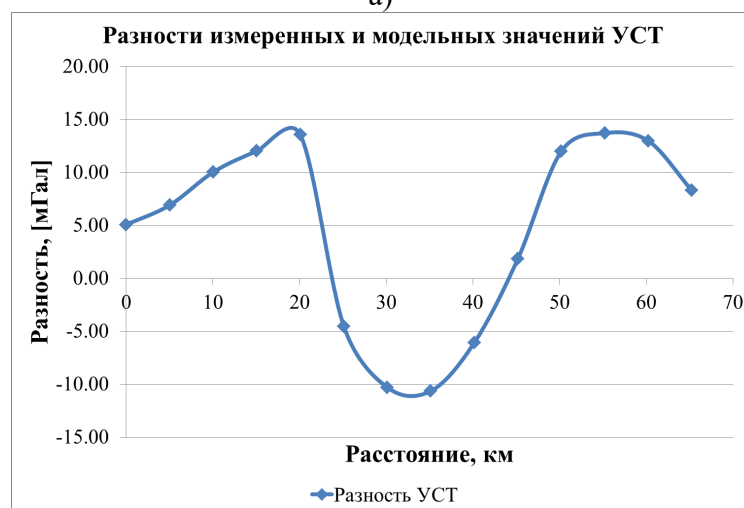
Рис. 2. Результаты измерений УОЛ с использованием астроизмерителя вдоль профиля аттракции: а) графики измеренных и модельных значений составляющих УОЛ; б) разности измеренных и модельных значений УОЛ

Как видно из рис. 2, измеренный профиль показывает более сильную изрезанность значений составляющих УОЛ, чем это вычислено по модели. При этом разность измеренных и модельных значений УОЛ по широте изменяется от минус 2,9" до плюс 2,9" с СКО 1,9", а по долготе - от минус 0,6" до плюс 1,5" с СКО 0,7".

Графики модельных и измеренных значений УСТ представлены на рис. 3.



а)



б)

Рис. 3. Результаты измерений УСТ: а) графики измеренных и модельных значений УСТ вдоль профиля аттракции; б) разности измеренных и модельных значений УСТ

Как видно из рис. 3, разность измеренных и модельных значений УОЛ изменяется от минус 10 до плюс 15 мГал с СКО 9 мГал.

Анализ рис. 2 и рис. 3 показывает, что область минимального значения УСТ и область перехода составляющей УОЛ по широте через ноль совпадают, что согласуется с теоретическими расчетами (см. рис. 1). Наличие разлома с меньшей плотностью в кристаллической платформе Московской области приводит к тому, что отвесная линия, находящаяся над разломом, отклоняется к одному и другому его краю, что приводит к возникновению положительных и отрицательных максимумов и расположенной между ними линии нулевых отклонений, а значение УСТ над разломом достигает минимального значения.

### 3. Возможности применения измеренных значений УОЛ и УСТ для расчета вторых производных аномального потенциала силы тяжести

#### 3.1 Расчет компонент УСТ и анализ достижимой точности

На рис. 4  $P$  — точка поверхности Земли;  $x, y, z$  — топоцентрическая система координат; ось  $z$  совмещена с вектором  $\gamma$  нормальной силы тяжести; ось  $x$  направлена на север; ось  $y$  — на восток. Действительная сила тяжести  $g$  не совпадает с нормальной по величине и направлению. Спроектируем вектор  $g$  действительной силы тяжести на оси в такой системе координат (рис. 4) [6].

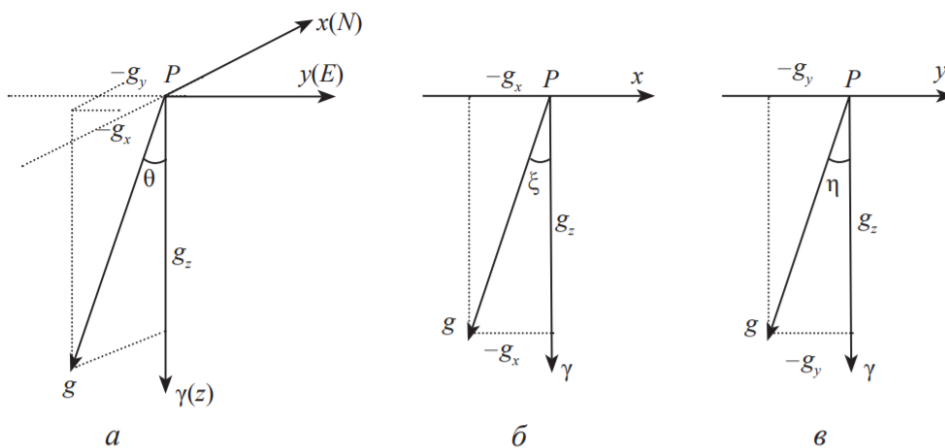


Рис. 4. Уклонение отвесной линии: а)  $\theta$ - полное значение; б)  $\xi$  – составляющая по широте; в)  $\eta$  – составляющая по долготе

Из рис. 4 следует:

$$\begin{aligned} g_x &= -g_z \cdot \operatorname{tg} \xi = -g \cdot \xi, \\ g_y &= -g_z \cdot \operatorname{tg} \eta = -g \cdot \eta. \end{aligned} \quad (1)$$

Из (1) следует, что при известных значениях составляющих УОЛ и УСТ в точке измерений можно восстановить компоненты  $g_x, g_y$  УСТ в той же точке. В (1) приняты следующие допущения из-за малости значений составляющих УОЛ:  $tg\xi = \xi, tg\eta = \eta, g_z = g$ .

Знак минус означает, что УОЛ в сторону возрастания координат считается отрицательным.

Оценим погрешность вычисления компоненты  $g_x$  в соответствии с (1):

$$m_{g_x}^2 = \left(\frac{\partial g_x}{\partial g}\right)^2 \cdot m_g^2 + \left(\frac{\partial g_x}{\partial \xi}\right)^2 \cdot m_{\xi}^2, \quad (2)$$

где  $m_g$  - погрешность определения УСТ, мкГал;

$m_{\xi}$  - погрешность определения УОЛ, рад;

$\left(\frac{\partial g_x}{\partial g}\right), \left(\frac{\partial g_x}{\partial \xi}\right)$  - коэффициенты чувствительности составляющих погрешностей.

Вычислим коэффициенты чувствительности:

$$\left(\frac{\partial g_x}{\partial g}\right) = \xi; \left(\frac{\partial g_x}{\partial \xi}\right) = g. \quad (3)$$

Как видно из формул (2) и (3), погрешность определения  $g_x$  зависит как от погрешности определения значений УОЛ по широте и УСТ, так и от их абсолютных значений. В табл. 1 приведены параметры для расчета погрешности  $g_x$ .

Таблица 1

Параметры для расчета погрешности вычисления  $g_x$

Параметр	Значение	Примечание
$m_g$	10 мкГал	Погрешность определения УСТ
$m_{\xi}$	$0,2'' = 9,7 \cdot 10^{-7}$ рад	Погрешность определения УОЛ по широте
$\xi$	$8'' = 3,88 \cdot 10^{-5}$ рад	Среднее значение УОЛ для Земли
$g$	$9,81 \cdot 10^8$ мкГал	Среднее значение УСТ для Земли

Подставим эти параметры в (2):

$$m_{g_x} = \sqrt{(3,88 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 10^2 + (9,7 \cdot 10^{-7})^2 \cdot (9,81 \cdot 10^8)^2} \approx 952 \text{ мкГал}. \quad (4)$$

По результатам вычислений видно, что:

1) при характеристиках, получаемых при измерениях с использованием астроизмерителя и относительного гравиметра, можно получить погрешности определения  $g_x$  на уровне не хуже 1 мГал (при УОЛ в меридиане 1",  $g_x = 4$  мГал с СКО 1 мГал);

2) на погрешность определения  $g_x$  основное влияние оказывает погрешность определения УОЛ.

Аналогичное значение получают и для  $g_y$ .

### 3.2 Расчет вторых производных аномального потенциала и анализ достижимой точности

Согласно определению потенциала, проекции  $g_x$  и  $g_y$  силы тяжести равны производным ее потенциала  $W$  по соответствующим координатам [6]:

$$g_x = \frac{\partial W}{\partial x}, \quad g_y = \frac{\partial W}{\partial y}. \quad (5)$$

Но потенциал  $W$  равен сумме потенциалов нормального  $U$  и аномального  $T$  полей:

$$W = U + T. \quad (6)$$

Потенциал нормального поля вычисляется по известным формулам. Поэтому определение гравитационного поля состоит в определении сложного аномального поля по результатам измерений.

Формула (5) с учетом (6) переписывается в следующем виде:

$$g_x = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x}, \quad g_y = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (7)$$

Производные  $\frac{\partial U}{\partial x} = \gamma_x$ ,  $\frac{\partial U}{\partial y} = \gamma_y$  - это составляющие нормальной силы тяжести  $\gamma$  вдоль осей  $OX$  и  $OY$ . Так как ось  $OZ$  совмещена с нормальной силой тяжести (см. рис. 4), оси  $OX$  и  $OY$  перпендикулярны к вектору  $\gamma$ , и обе его горизонтальные составляющие равны нулю в точке  $P$ . С учетом этого, (7) приобретает следующий вид:

$$g_x = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad g_y = \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (8)$$

Вторые производные (градиенты) аномального потенциала можно вычислить численным дифференцированием выражений (8). Например, градиент по оси  $OX$  можно найти, используя разность  $g_{x2} - g_{x1}$  в двух близких точках 2 и 1, лежащих вдоль меридиана на расстоянии  $\Delta x = x_2 - x_1$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} = T_{xx} = \frac{g_{x2} - g_{x1}}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta g_x}{\Delta x}. \quad (9)$$



Аналогичные значения получаются и для остальных компонент  $T_{xy}, T_{yx}, T_{yy}$  аномального потенциала:

$$T_{xy} = \frac{\Delta g_y}{\Delta x}, T_{yy} = \frac{\Delta g_y}{\Delta y}, T_{yx} = \frac{\Delta g_x}{\Delta y}. \quad (10)$$

где  $\Delta g_x, \Delta g_y$  - изменения компонент УСТ между точками измерений по осям  $OX$  и  $OY$ ;  $\Delta x, \Delta y$  - расстояния между этими же точками измерений по осям  $OX$  и  $OY$ :

$$\begin{aligned} \Delta x &= (M + H) \cdot \Delta B, \\ \Delta y &= (N + H) \cdot \cos B \cdot \Delta L, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $H$  – геодезическая высота;

$\Delta B, \Delta L$  - разности геодезической широты и долготы между точками измерений, соответственно;

$M$  – радиус кривизны меридиана;

$N$  – радиус кривизны первого вертикала.

Рассмотрим изменение потенциала по оси  $z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} &= g_z = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial z}, \\ \frac{\partial U}{\partial z} &= \gamma; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -(g_z - \gamma) = -(g - \gamma),$$

где  $\gamma$  – нормальное значение УСТ, рассчитанное с учетом высоты пункта.

Из (12) следует:

$$T_{xz} = -\frac{(g-\gamma)_2 - (g-\gamma)_1}{\Delta x} = -\frac{\Delta g_2 - \Delta g_1}{\Delta x} = -\frac{\delta g}{\Delta x}, T_{yz} = -\frac{\delta g}{\Delta y}, \quad (13)$$

где  $\Delta g$  - чистая аномалия силы тяжести (АСТ);

$\delta g$  - изменение АСТ между точками.

Рассчитаем погрешность определения  $T_{xx}$ :

$$\begin{aligned} m_{T_{xx}}^2 &= \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial \Delta g_x}\right)^2 \cdot m_{\Delta g_x}^2 + \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial \Delta x}\right)^2 \cdot m_{\Delta x}^2, \\ \frac{\partial T_{xx}}{\partial \Delta g_x} &= \frac{1}{\Delta x}, \frac{\partial T_{xx}}{\partial \Delta x} = -\frac{\Delta g_x}{\Delta x^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

В табл. 2 приведены параметры для расчета погрешности  $T_{xx}$ .

Параметры для расчета погрешности $T_{xx}$		
Параметр	Значение	Примечание
$\Delta x$	1 км	Расстояние между двумя точками
$m_{\Delta x}$	$10^{-4}$ км	Погрешность определения расстояния
$\Delta g_x$	1000 мкГал/км	Среднее значение $\Delta g_x$ на Московской аттракции, рассчитанное по результатам измерений
$m_{\Delta g_x}$	1350 мкГал	Погрешность определения $\Delta g_x$

Подставим параметры табл. 2 в формулу (14):

$$m_{T_{xx}} = \sqrt{1^2 \cdot 1350^2 + \left(\frac{1000}{1^2}\right)^2 \cdot (10^{-4})^2} \approx 1350 \text{ мкГал/км} \approx 13,5 \text{ Этвеш.} \quad (15)$$

1 Этвеш = 100 мкГал/км.

На рис. 5 показана зависимость точности определения градиента силы тяжести  $T_{xx}$  от расстояния между точками вычислений при точности определения УОЛ 0,2" (точность астроизмерителя ФГУП «ВНИИФТРИ»).

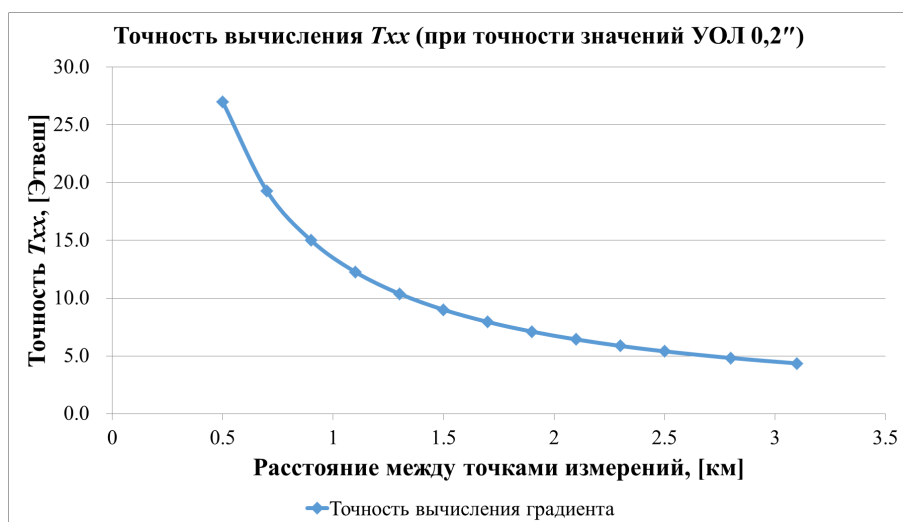


Рис. 5. Зависимость точности вычисления  $T_{xx}$  от расстояния между точками измерений

Как видно из рис. 5, увеличение расстояния между точками измерений приводит к повышению точности определения  $T_{xx}$ .

Аналогичные значения получаются и для компонент  $T_{yy}$ ,  $T_{xy}$  и  $T_{yx}$ .  
Рассмотрим теперь погрешность определения  $T_{xz}$ :

$$m_{T_{xz}}^2 = \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial \delta g}\right)^2 \cdot m_{\delta g}^2 + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial \Delta x}\right)^2 \cdot m_{\Delta x}^2, \quad (16)$$

$$\frac{\partial T_{xz}}{\partial \delta g} = \frac{1}{\Delta x}, \quad \frac{\partial T_{xz}}{\partial \Delta x} = -\frac{\delta g}{\Delta x^2}.$$

В табл. 3 приведены параметры для расчета погрешности  $T_{xz}$ .

Таблица 3

Параметры для расчета погрешности  $T_{xz}$

Параметр	Значение	Примечание
$\Delta x$	1 км	Расстояние между двумя точками
$m_{\Delta x}$	$10^{-4}$ км	Погрешность определения расстояния
$\delta g$	1000 мкГал/км	Среднее значение $\delta g$ на Московской аттракции, рассчитанное по результатам измерений
$m_{\delta g}$	30 мкГал	Погрешность определения $\delta g$

Подставим параметры табл. 4 в формулу (16):

$$m_{T_{xz}} = \sqrt{1^2 \cdot 30^2 + \left(\frac{1000}{1^2}\right)^2 \cdot (10^{-4})^2} \approx 30 \text{ мкГал/км} \approx 0,3 \text{ ЭТВЕШ}. \quad (17)$$

Аналогичное значение получается и для  $T_{yz}$ .

Таким образом, выполнение совместных оперативных измерений УОЛ и УСТ с использованием цифрового астроизмерителя и высокоточного относительного гравиметра позволяет восстановить вторые производные аномального потенциала и построить многослойную гравиметрическую карту, содержащую слои УОЛ, УСТ, а также слои гравитационных градиентов.

Погрешность определения УОЛ в 0,2" соответствует погрешности определения градиентов аномального потенциала силы тяжести на уровне 13,5 ЭТВЕШ (для расстояния 1 км). Такая точность определения УОЛ может быть достигнута только с использованием астроизмерителя. Традиционные методы определения УОЛ (гравиметрический и спутниковый дифференциальный) имеют точности на уровне 1".

При этом обеспечивается высокая оперативность и производительность измерений. Следует заметить, что достижимая точность цифровых астроизмерителей находится на уровне 0,1" [7], что в свою очередь открывает возможность достичь точности определения градиентов силы тяжести в два и более раз лучше.

На рис. 6 показана зависимость точности определения горизонтальных градиентов аномального потенциала от точности значений УОЛ для расстояний 1, 2 и 3 км между точками измерений.

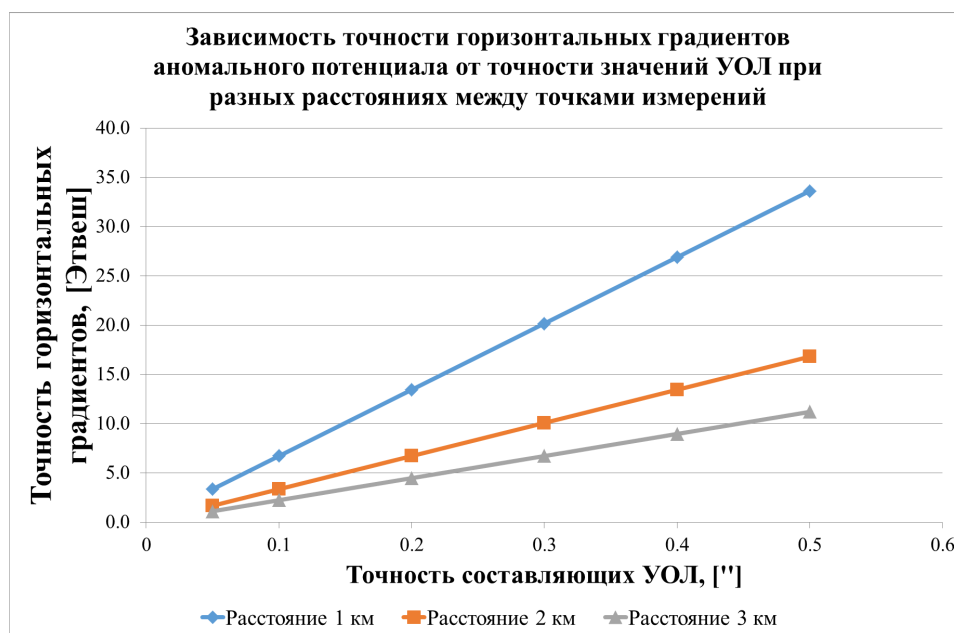


Рис. 6. Зависимость точности вычисления горизонтальных градиентов от точности значений УОЛ при разных расстояниях между точками измерений

Как видно из рис. 6, точность вычисления горизонтальных градиентов аномального потенциала линейно зависят от точности определения составляющих УОЛ.

#### 4. Расчет компонент аномального потенциала силы тяжести на аттракции

Рассмотрим пример вычисления вторых производных аномального потенциала на примере данных измерений на аттракции. Как было отмечено выше, профиль пересекает аттракцию с севера на юг. Но в связи с отсутствием возможности двигаться по прямой профиль не направлен строго по одной линии. Однако пренебрежём этим и для примера будем предполагать, что профиль аттракции направлен по меридиану (по оси ОХ) и вычислим компоненты аномального потенциала  $T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}$ .

Для этого профиль был представлен в виде регулярной линии с расстоянием между точками 1,5 км, а вычисленные значения УОЛ и УСТ интерполировались в узлы регулярной линии с использованием широкоизвестного метода интерполяции Kriging.

Так как градиенты вычисляются как изменение компонент УСТ и АСТ между точками измерений, то вычисленные значения градиентов представляют собой средние значения между соответствующими точками вычислений.

Методика расчета градиентов аномального потенциала для одной оси представлена на рис. 6.

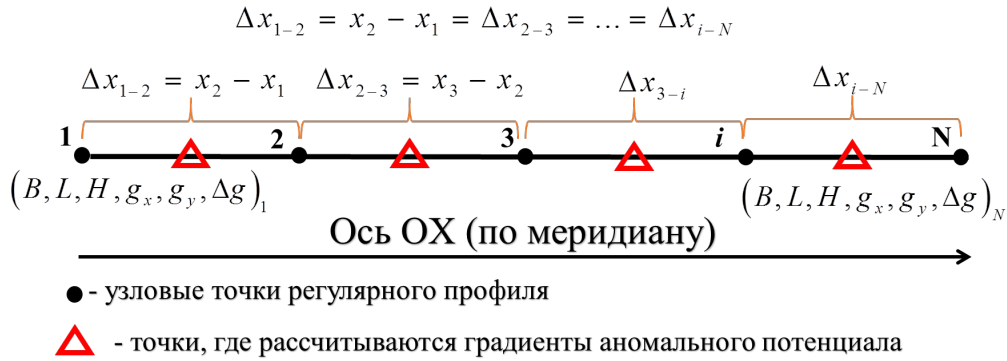


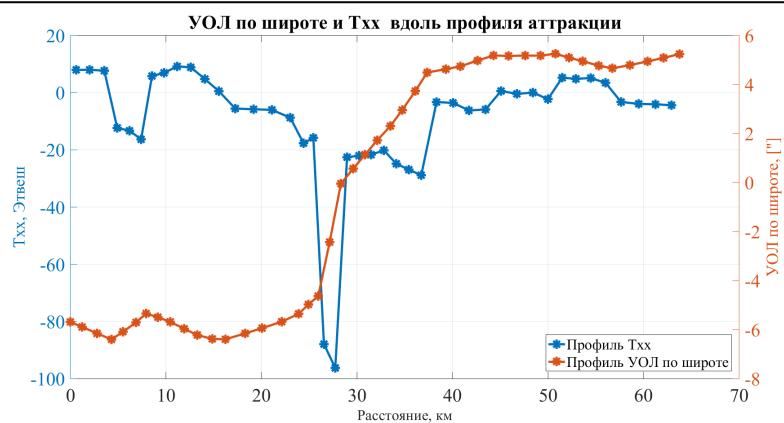
Рис. 6. Методика расчета градиентов аномального потенциала для одной оси

Рассмотрим пример расчета градиентов между точками 1-2 на рис.6.

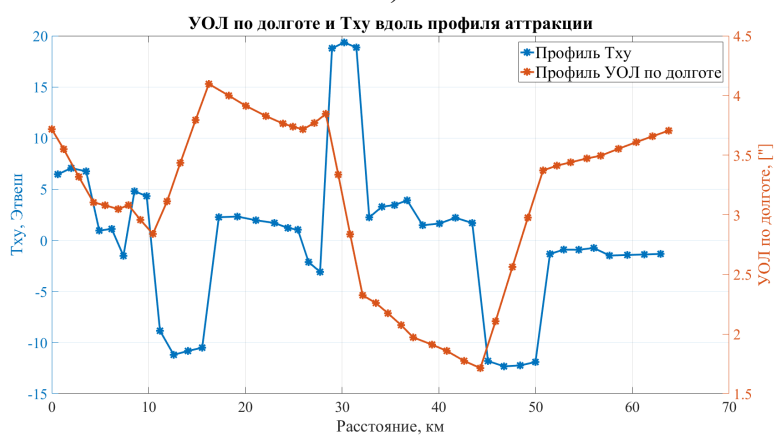
$$\begin{cases} (T_{xx})_{1-2} = \frac{(g_x)_2 - (g_x)_1}{\Delta x_{1-2}}, \\ (T_{xy})_{1-2} = \frac{(g_y)_2 - (g_y)_1}{\Delta x_{1-2}}, \\ (T_{xz})_{1-2} = \frac{(\Delta g)_2 - (\Delta g)_1}{\Delta x_{1-2}}, \end{cases} \quad (18)$$

где  $\Delta x_{1-2} = \Delta x_{2-3} = \dots = \Delta x_{i-N} = 1,5$  км (исходя из шага регулярной линии профиля).

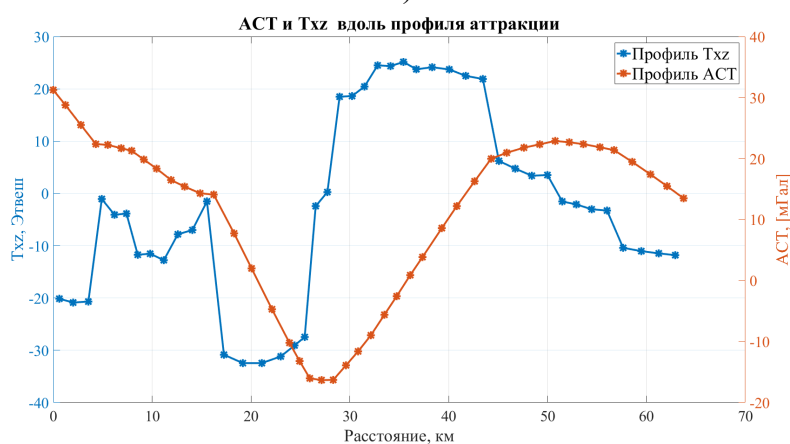
С использованием формул (18) вычислены значения  $T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}$  компонентов аномального потенциала. Результаты вычислений представлены на рис. 7. Для наглядности также представлены профили составляющих УОЛ и АСТ.



а)



б)



в)

Рис. 7. Результаты расчетов компонент аномального потенциала:  
а)  $T_{xx}$ ; б)  $T_{xy}$ ; в)  $T_{xz}$

Анализ рис. 7 показывает:

а) рассчитанные значения компонент аномального потенциала находятся в пределах  $\pm 30$  ЭТВеш;

б) наибольшее значение около  $-100$  ЭТВеш достигает  $T_{xx}$  при переходе значения УОЛ по широте через ноль (предположительно над центром аномальной массы);

в) компонента  $T_{xz}$ , которая вычисляется через АСТ, меняет знак с минуса на плюс при переходе АСТ через минимум, что согласуется с теоретическими расчетами (см. рис. 1).

### **Заключение**

Таким образом, на примере известной Московской аттракции показано следующее:

- совместное использование цифрового астроизмерителя и высокоточного относительного гравиметра позволяет провести детальное исследование неоднородных геологических структур;

- эти данные могут использоваться не только для создания таких слоев гравиметрических карт, как УСТ и УОЛ, но также и для слоев гравитационного градиента с точностью, не достижимой другими способами. Такие карты, например, могут быть использованы для целей навигации по гравитационному полю Земли.

### **Благодарности**

Авторы статьи выражают благодарность начальнику отдела геодезии ФГБУ «Центр геодезии, картографии и ИПД», кандидату технических наук Попадьеву Виктору Валерьевичу за обсуждение и уточнения при подготовке данной статьи.

### **Литература**

1. Богдан Яковлевич Швейцер (1816-1873) Исследование местной аттракции, существующей около Москвы: Сообщения первое и второе. -Москва, Университетская типография, 1862. - [6], 116 с.: 4 л. карт., черт.; 22 x 14 см.

2. [http://www.sai.msu.ru/history/town\\_mencin.html](http://www.sai.msu.ru/history/town_mencin.html) - Электронный ресурс. Проверено 15.11.2019 г.

3. Бровар В.В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии.- М.: Недра. 1983. 112 с.

4. Мурзабеков М.М. Астрономический измеритель уклонений отвесной линии на основе цифрового зенитного малогабаритного телескопа. Доклады VI Научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и специалистов «Метрология в XXI веке», 29 марта 2018 г. Менделеево, ФГУП «ВНИИФТРИ». -Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2018.

5. Мурзабеков М.М., Фатеев В.Ф., Равдин С.С., Пругло А.В. Комплекс для оперативного уточнения параметров неоднородности гравитационного поля Земли. В книге: Метрология времени и пространства: Материалы IX Международного симпозиума.- Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ». 2018. С. 202-205.

6. Огородова Л. В. Нормальное поле и определение аномального потенциала. -М: Изд-во МИИГАиК. 2010. 106 с.

7. Hirt, C., Bürki, Somieski, A., Seeber, G. (2010). Modern Determination of Vertical Deflections Using Digital Zenith Cameras // Journal of Surveying Engineering © ASCE / February 2010. 136:1-12.