

УДК 52.08 + 528.223

МЕТОДЫ ПОДГОТОВКИ ОПОРНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ КАРТ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ О РЕЛЬЕФЕ МЕСТНОСТИ

Д.С. Бобров

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл.
bobrov@vniiftri.ru*

Задача подготовки баз навигационных данных для ассистирующих систем навигации, использующих гравитационное поле Земли, является актуальной. В данной работе проводится анализ возможности использования цифровых карт рельефа для создания баз навигационных данных ускорения свободного падения и гравитационных градиентов.

Ключевые слова: гравитационное поле Земли, ускорение свободного падения, гравитационные градиенты, цифровые карты рельефа.

GRAVIMETRIC NAVIGATIONAL PREPARATION METHODS BASED ON THE RELIEF DATA

D.S. Bobrov

*FSUE "VNIIFTRI", Mendeleevo, Moscow region
bobrov@vniiftri.ru*

The task of preparing navigation data bases for assisting navigation systems for the first and second derivatives of the gravitational potential is an actual one. In this paper, we analyze the possibility of using digital elevation maps to create databases of navigation data for acceleration of gravity and gravitational gradients.

Key words: Earth's gravitational field, gravity acceleration, gravitational gradients, digital terrain maps.

Введение

Общеизвестные неоспоримые преимущества Глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС): непрерывность навигации, глобальное покрытие и высокие потенциальные точности навигационных определений обеспечивают широчайший спектр решаемых с их помощью задач. Однако существует ряд ситуаций, в которых уровень принимаемых сигналов ГНСС оказывается либо ниже минимального (порогового), например, в туннелях, горных ущельях, закрытых помещениях; либо прием сигналов вообще невозможен (под землей, под водой, на других планетах, а также в условиях постановки преднамеренных помех).

Решение указанной задачи возможно за счет комплексирования спутниковой навигационной аппаратуры потребителя с автономными помехозащищенными системами навигации, основанными на других принципах из-

мерений. Основным элементом автономных помехозащищенных систем навигации в настоящее время и в ближайшем будущем являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). Основная проблема, связанная с применением БИНС, состоит в необходимости коррекции погрешностей определения местоположения, накапливаемых на протяженных трассах движения. Величина этих погрешностей достигает 1800 м/час. Для решения указанной проблемы используется информация от дополнительных систем:

- корреляционно-экстремальных навигационных систем (КЭНС), работающих по рельефу земной поверхности, по радиолокационным, оптическим и радиотепловым изображениям участков местности;

- КЭНС, использующих геофизические поля Земли.

Однако КЭНС по рельефу и оптическим изображениям участков местности неработоспособны над океаном и безориентирной местностью, КЭНС по магнитному полю Земли подвержены влиянию помех, особенно в условиях вспышек на Солнце. Кроме того, по причине глобального изменения магнитного поля Земли данные системы требуют регулярного обновления карт.

Для повышения степени глобальности и достижения более высокой помехозащищенности автономных систем навигации целесообразен переход к КЭНС, основанным на использовании измерений параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ). Достоинством КЭНС на основе ГПЗ является абсолютная помехозащищенность, поскольку постановка помех этим системам невозможна. Кроме того, эти системы работоспособны в сложных условиях (в туннелях, горных ущельях, закрытых помещениях, под землей, под водой и даже на других планетах).

Основные проблемы создания КЭНС на основе ГПЗ в настоящее время заключаются в следующем:

- отсутствие малогабаритных высокоточных бортовых датчиков параметров ГПЗ;

- отсутствие высокоточных и высокодетальных навигационных карт параметров ГПЗ на заданный район или маршрут применения средств навигации.

В связи с изложенным, для обеспечения высокой точности автономных навигационных систем на основе измерения параметров ГПЗ требуется создание глобальных высокоточных и высокодетальных навигационных карт параметров гравитационного поля Земли.

Оценка требований систем навигации по ГПЗ

В работе [1] проведена предварительная оценка достижимой точности систем автономной навигации по гравитационному полю Земли (ГПЗ). Мо-

делирование выполнялось для систем навигации на основе бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), в состав которых входили бортовой гравиметр и бортовой градиентометр. Результаты моделирования показывают, что для использования бортового гравиметра как основного средства коррекции БИНС необходимо иметь навигационную карту значений ускорения свободного падения (УСП) с погрешностью не более 2 мГал и детальностью 1 км, при этом погрешность измерений бортового гравиметра не должна превышать величину в 1 мГал. В этом случае достижимая точность определения местоположения составит менее 1600 м (рис. 1а).

В случае использования градиентометра необходимо иметь навигационную карту значений гравитационных градиентов (ГГ) с погрешностью не хуже 10 Этвеш и детальностью 1 км, при этом погрешность градиентометра не должна превышать 6 Этвеш. При таких условиях достижимая точность определения местоположения составит менее 1100 м (рис. 1б).

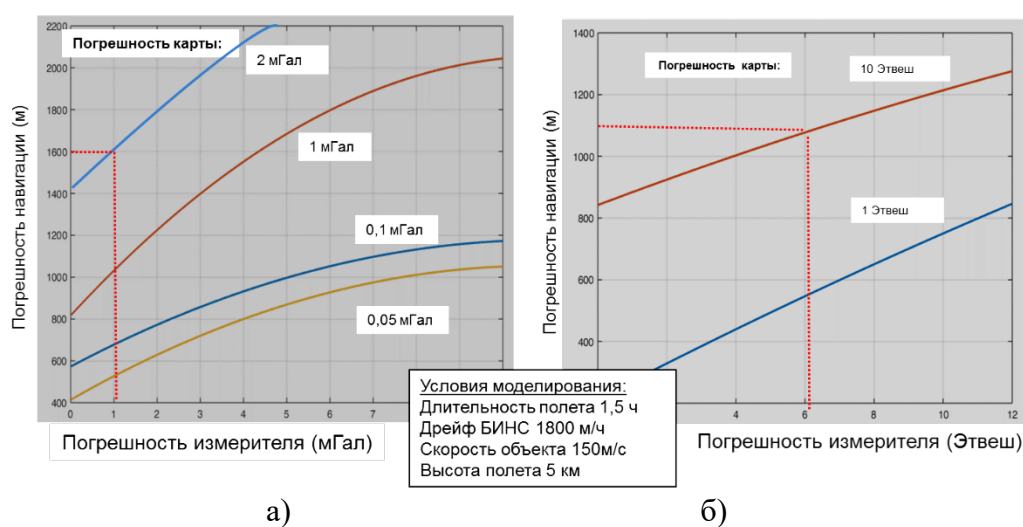


Рис. 1. Графики зависимости ожидаемой точности навигации от погрешности карты УСП и измерителя (а) и от погрешности карты ГГ и измерителя (б)

Исследования состояния изученности параметров ГПЗ показывают, что в открытом доступе находится большое количество разнородной гравиметрической информации [2-5]. Глобальные базы данных гравитационных градиентов отсутствуют. Базы данных УСП не обладают единым форматом, масштабом и погрешностью значений УСП.

В целом, в процессе анализа установлено, что для обеспечения КЭНС на основе ГПЗ навигационными гравитационными картами необходима допол-

нительная разработка:

- метода повышения точности и детальности создания навигационных гравитационных карт УСП;
- метода создания навигационных гравитационных карт на труднодоступные территории на основе дополнительного учета рельефа местности и значений плотности пород.

Методы повышения точности и детальности создания навигационных гравитационных карт

Методы повышения точности и детальности создания навигационных гравитационных карт УСП разрабатывались при условии погрешности по УСП 2 мГал и детальности карты 1 км.

Метод № 1. Интерполяция значений УСП

Наиболее простым методом повышения детальности карты является линейная интерполяция значений g_N и g_{N+1} в требуемую точку интерполяции (рис. 2) по формуле:

$$g_i^{\text{инт}} = g_N + \frac{g_{N+1} - g_N}{L} \Delta l, \quad (1)$$

где $g_i^{\text{инт}}$ - интерполированное значение УСП, g_N и g_{N+1} - известные значения УСП в крайних точках профиля интерполяции, L - длина профиля интерполяции, Δl - интервал интерполяции.

Оценка погрешности созданных карт выполнялась на примере трех экспериментальных профилей Московского гравиметрического полигона (рис. 3). Для каждого профиля расстояние L между крайними точками g_N и g_{N+1} составило ≈ 5 км, количество промежуточных точек равно пяти, расстояние Δl между промежуточными точками 800 - 900 м. Итого для каждого измерительного профиля интерполяции получен набор из семи точек с измеренными координатами, каждой из которых соответствует значение $g_i^{\text{изм}}$. Измерения выполнялись при помощи гравиметра CG-5 Autograv, координатная привязка выполнялась с помощью геодезического приемника Javad Sigma. Погрешность измерений $g_i^{\text{изм}}$ составила 0,005 мГал.

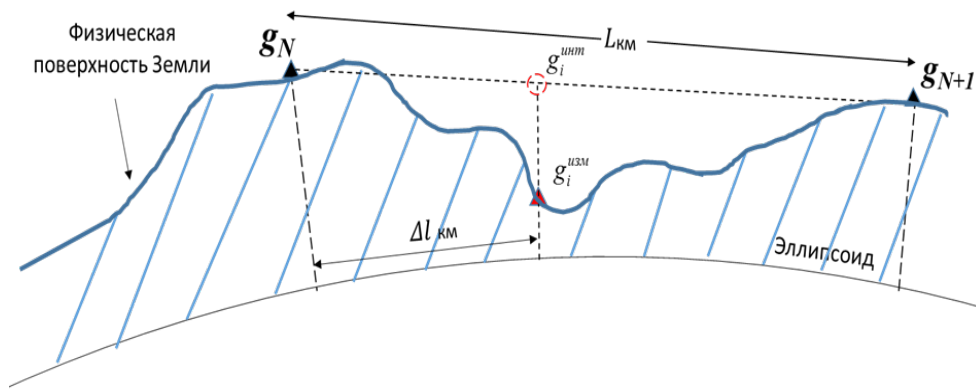


Рис. 2. Схема реализации метода №1

Оценка погрешности интерполяции по методу №1 выполнена по разности $\sigma g^{(1)} = g_i^{\text{инт}} - g_i^{\text{изм}}$. Результаты оценки этой разности, которая представляется как погрешность интерполяции, представлены в таблице 1 (столбцы 4 и 6). Отсюда видно, что разность $\sigma g^{(1)}$ изменяется от -3 до +3 мГал.

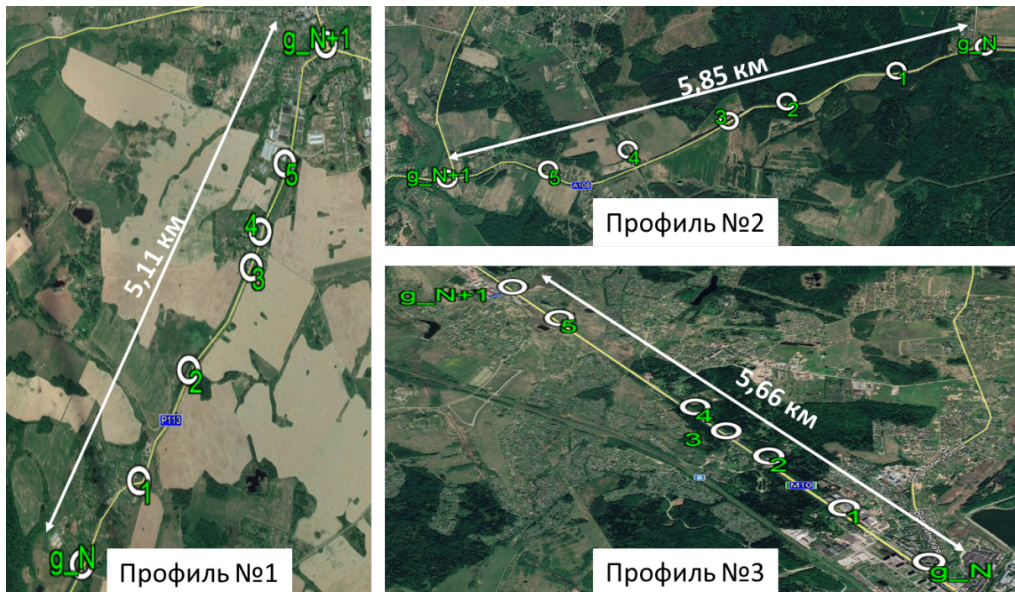


Рис. 3. Схема расположения профилей интерполяции

Таблица 1

Оценка погрешности методов интерполяции для Московского гравиметрического полигона

№ п/п точки, i	Δl , км	$g_i^{\text{изм}}$, мГал	Метод №1 $g_i^{\text{инт}}$, мГал	Метод №2 $g_i^{\text{выч}}$, мГал	Метод №1 Значение $\sigma g^{(1)} = g_i^{\text{инт}} - g_i^{\text{изм}}$, мГал	Метод №2 Значение $\sigma g^{(2)} = g_i^{\text{выч}} - g_i^{\text{изм}}$, мГал	Отношение $\frac{ \sigma g^{(1)} }{ \sigma g^{(2)} }$
1	2	3	4	5	6	7	8
Профиль №1							
g_N	0	26.143					
1	0.88	33.272	29.970	33.106	-3.302	-0.166	20
2	1.91	35.773	34.448	35.320	-1.325	-0.453	3
3	2.99	39.039	39.145	39.110	0.105	0.071	1
4	3.32	40.207	40.579	40.556	0.372	0.349	1
5	3.96	43.403	43.362	43.413	-0.040	0.011	4
g_{N+1}	5.11	48.363					
Профиль №2							
g_N	0	41.784					
1	1	40.550	41.885	41.014	1.334	0.464	3
2	2.22	39.113	42.007	38.880	2.895	-0.232	12
3	2.86	38.762	42.072	38.460	3.310	-0.302	11
4	3.96	40.797	42.182	41.028	1.385	0.231	6
5	4.81	40.391	42.268	41.127	1.876	0.735	3
g_{N+1}	5.85	42.372					

Профиль №3							
g_N	0	-1.122					3
1	1.03	-1.623	0.008	-2.163	1.631	-0.541	2
2	2.03	1.353	1.106	1.471	-0.248	0.118	1
3	2.56	0.819	1.687	1.489	0.868	0.670	6
4	3.02	0.365	2.192	0.648	1.827	0.283	2
5	4.95	5.413	4.309	5.996	-1.103	0.584	3
g_{N+1}	5.66	5.088					
Средняя величина соотношения $ \sigma g^{(1)} / \sigma g^{(2)} $							5

Метод №2. Метод вычисления и интерполяции аномальных составляющих УСП

Ускорение свободного падения g в точке на поверхности Земли представим в виде:

$$g = \gamma_0 + \delta g_h + \Delta g_H + \Delta g_{\Delta\rho}, \quad (2)$$

где γ_0 - нормальное гравитационное поле Земли, δg_h - аномальная добавка за счет геодезической высоты точки, Δg_H - аномальная добавка за счет влияния промежуточного слоя пород, заключенных между поверхностью земного эллипсоида и физической поверхностью Земли, $\Delta g_{\Delta\rho}$ - аномальная составляющая УСП, вызванная влиянием неоднородности плотности пород под поверхностью эллипсоида.

Величина γ_0 определяется по известной формуле [6]:

$$\gamma_0 = g_e \cdot (1 + \beta \sin^2 \varphi - \beta_1 \sin^2 2\varphi), \quad (3)$$

где g_e - значение УСП на экваторе, $\beta = (g_p - g_e)/g_e$, g_p - значение УСП на полюсе, φ - широта пункта наблюдений, $\beta_1 = \frac{\alpha\beta}{4} + \frac{\alpha^2}{8}$, α - сжатие обще-земного эллипсоида.

Величина δg_h вычисляется по формуле [6]:

$$\delta g_h = 0,3086 \cdot h, \quad (4)$$

где h – геодезическая высота точки.

Аномальная добавка за счет влияния промежуточного слоя Δg_H определяется по формуле [6]:

$$\Delta g_H = \sum_{200\text{км}} \frac{G \rho_i \cdot v_i}{r_i^2}, \quad (5)$$

где G – гравитационная постоянная, ρ_i – плотность элементарной ячейки пород промежуточного слоя, v_i – объем элементарной ячейки пород промежуточного слоя, r_i – расстояние до элементарной ячейки пород промежуточного слоя.

Аномальная добавка $\Delta g_{\Delta\rho}$ неизвестна, однако в i -й точке с известным значениям $g_{\text{изм}}$ (взятым из каталога, либо измеренным) эту величину можно вычислить на основе формулы (3):

$$\Delta g_{\Delta\rho_i}^{\text{выч}} = g_i^{\text{изм}} - (\gamma_0 + \delta g_h + \Delta g_H)_i^{\text{выч}}, \quad (6)$$

где сумма $(\gamma_0 + \delta g_h + \Delta g_H)_i^{\text{выч}}$ вычисляется по вышеперечисленным формулам (3), (4), (5).

Формулы (3), (4) и (5) применимы, если известна информация о высотах рельефа местности и значениях плотности пород вокруг точки $g_{\text{выч}}$. Составляющие γ_0 и δg_h вычисляются по координатам точки, слагаемое Δg_H вычисляется по формуле (5) в том случае, когда известна информация о высотах рельефа местности и значениях плотности пород вокруг точки $g_{\text{выч}}$. Исследования показали, что в свободном доступе имеется цифровая модель рельефа, полученная по результатам работы космической миссии Shuttle radar topographic mission (SRTM).

Типовой формой представления цифровых карт рельефа являются файлы набора прямоугольных вертикальных призм по сетке 1"х1", наложенных на географические В, L, Н координаты (рис. 4) [7]. Автором выполнена проверка заявленной погрешности миссии SRTM для территории Иркутского гравиметрического полигона. В ходе проверки погрешность миссии SRTM была подтверждена и составила 8 м.

В феврале 2020 г. была опубликована глобальная модель плотностного строения пород рельефа TopoDensT. Модель предоставляется в виде значений плотности пород и погрешности их определения по регулярным сеткам размером 1°х1°, 5'х5' и 30"х30". Проверка погрешности модели TopoDensT выполнена методом Неттлетона на примере Московского и Иркутского полигонов. Проверка подтвердила заявленную погрешность модели TopoDensT в 0,23 г/см³.

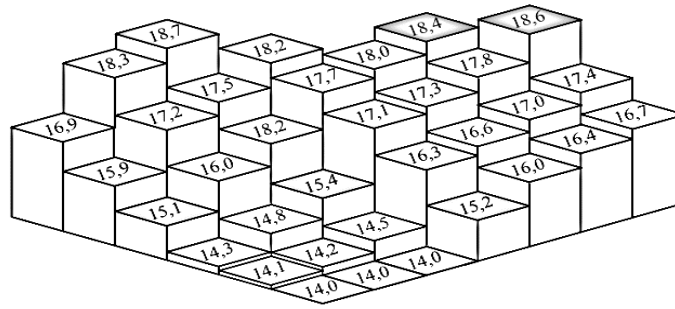


Рис. 4. Форма представления рельефа

Если информация о высотах рельефа представлена в виде набора прямоугольных призм, то составляющая $\frac{G\rho_i v_i}{r_i^2}$ в формуле (5) вычисляется следующим образом:

$$\frac{G\rho_i v_i}{r_i^2} = -G\rho_i \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \left[(\xi - x)\ln(\eta + R) + \eta\ln((\xi - x) + R) + \zeta\text{arctg}\left(\frac{\eta}{\zeta}\right) - \zeta\text{arctg}\left(\frac{(\xi-x)\eta}{\zeta R}\right) \right] dx dy dz, \quad (7)$$

где G – гравитационная постоянная, ρ_i – плотность пород, ξ_1 и ξ_2 – координаты углов по оси X , η_1 и η_2 – координаты углов по оси Y , ζ_1 и ζ_2 – координаты углов по оси Z . $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, где x , y и z – координаты точки вычислений.

Для двух соседних точек g_N и g_{N+1} по формулам (3), (4), (7) и (6) определяются значения $\Delta g_{\Delta\rho N}$ и $\Delta g_{\Delta\rho N+1}$, на основе которых проводится интерполирование в промежуточную i -ю точку (рис. 5) по формуле:

$$\Delta g_{\Delta\rho-i}^{\text{инт}} = \Delta g_{\Delta\rho N} + \frac{\Delta g_{\Delta\rho N+1} - \Delta g_{\Delta\rho N}}{L} \Delta l, \quad (8)$$

где $\Delta g_{\Delta\rho-i}^{\text{инт}}$ – интерполированное значение аномальной составляющей УСП, $\Delta g_{\Delta\rho N}$ и $\Delta g_{\Delta\rho N+1}$ – вычисленные по формуле (6) аномальные составляющие УСП в крайних точках профиля интерполяции, L – длина профиля интерполяции, Δl – интервал интерполяции.

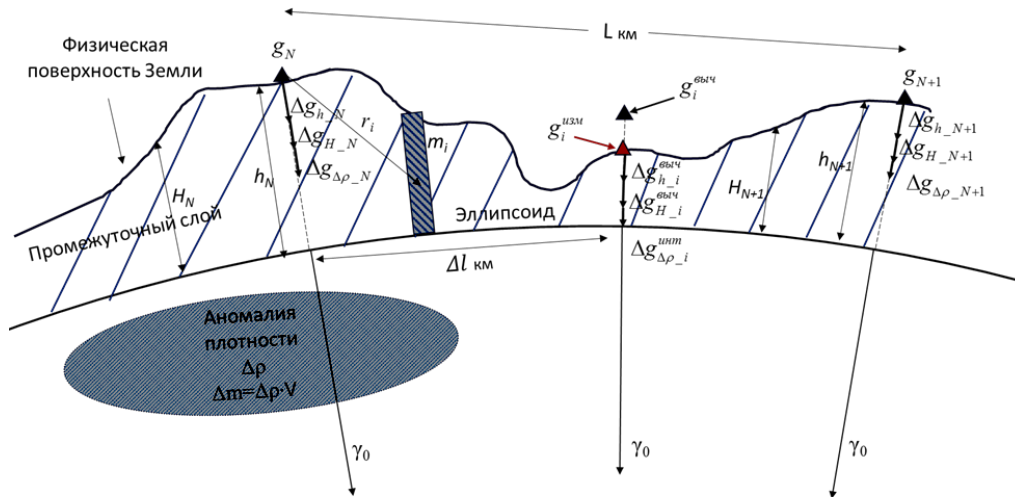


Рис. 5. Схема реализации метода № 2

В результате, значение УСП в i -й точке $g_i^{выч}$ можно определить по формуле:

$$g_i^{выч} = (\gamma_0 + \delta g_h + \Delta g_H)_i^{выч} + \Delta g_{\Delta\rho_i}^{инт} \quad (9)$$

Проверка погрешности интерполяции метода №2 выполнялась на примере трех экспериментальных измерительных профилей Московского гравиметрического полигона, характеристики которых представлены ранее. Вычисление $\Delta g_{\Delta\rho_N}^{выч}$ и $\Delta g_{\Delta\rho_{N+1}}^{выч}$ для крайних точек профилей были выполнены по формулам (10), (3), (4), (7) по цифровой карте рельефа на Московскую область и модели ToroDensT. Погрешность вычисления значений $\Delta g_{\Delta\rho_N}^{выч}$ и $\Delta g_{\Delta\rho_{N+1}}^{выч}$ составила 0,05 мГал. Далее по формуле (9) была выполнена интерполяция значений $\Delta g_{\Delta\rho_i}^{инт}$ в промежуточные точки $g_i^{выч}$ экспериментальных профилей. Значения $g_i^{выч}$ в промежуточных точках профилей вычислялись по формулам (3), (4), (7), (9), по цифровой карте рельефа на Московскую область и модели ToroDensT. В вычислениях использовались результаты реальных измерений координат точек профилей. Далее вычисляется разность $\sigma g^{(2)} = g_i^{выч} - g_i^{изм}$. Результаты оценки разности $\sigma g^{(2)}$ приведены в таблице 1 (столбцы 5 и 7). Отсюда видно, что разности $\sigma g^{(2)}$ существенно меньше, а отношение $|\sigma g^{(1)}| / |\sigma g^{(2)}|$ меняется от 1 до 20.

Как видно из таблицы, для Московского гравиметрического полигона погрешность интерполяции методом № 1 составила от 0,1 до 3,3 мГал, что не удовлетворяет требованию к погрешности навигационных гравитационных карт УСП. Погрешность интерполяции УСП методом № 2 составила от 0,1 до 0,7 мГал, что существенно меньше, чем при использовании метода № 1.

Преимуществами метода № 2 является малая величина погрешности и высокая детальность созданных карт УСП (1 км). Способ применим для доступных территорий, для которых существует возможность измерить координаты точек $g_i^{\text{выч}}$. Для труднодоступных территорий необходимы дополнительные исследования применимости метода.

Разработанный метод удовлетворяет требованиям по точности и детальности создания навигационных гравитационных карт УСП для полигона на основе дополнительного учета влияния рельефа и плотности пород литосферы.

Создание навигационных гравитационных карт гравитационных градиентов

В работе [8] приведён обзор существующего рынка гравитационных градиентометров различных конструкций. Самое широкое распространение получили градиентометры фирмы Lockheed Martin. Погрешность измерений таких градиентометров находится в диапазоне от 1 до 6 Этвеш. Наиболее перспективными в части направления разработки отечественных градиентометров являются горизонтальные градиентометры, уравнение сигнала M на выходе измерительной системы которых имеет вид:

$$M = k_1 \cdot W_{\Delta} \sin 2\omega t + k_2 \cdot W_{xy} \cos 2\omega t, \quad (10)$$

где k_1, k_2 – коэффициенты определяемые добротностью и моментами инерции колебательной системы чувствительного элемента градиентометра; W_{Δ}, W_{xy} – составляющие гравитационного градиента; причем

$$W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}.$$

Создание навигационных гравитационных карт гравитационных градиентов W_{Δ} и W_{xy} также возможно двумя методами.

Метод № 1. Интерполяция значений гравитационных градиентов

По аналогии с методом №1, рассмотренным в главе 2, уравнение интерполяции гравитационных градиентов $W_{\alpha\beta}$ определяется формулой:

$$W_{\alpha\beta_i}^{\text{инт}} = W_{\alpha\beta_{-N}} + \frac{W_{\alpha\beta_{-N+1}} - W_{\alpha\beta_{-N}}}{L} \Delta l, \quad (11)$$

где $W_{\alpha\beta_i}^{\text{инт}}$ – интерполированное значение гравитационного градиента, $W_{\alpha\beta_{-N}}$ и $W_{\alpha\beta_{-N+1}}$ – известные значения гравитационных градиентов в

крайних точках профиля интерполяции, L – длина профиля интерполяции, Δl – интервал интерполяции.

Проверка применимости метода выполнена на примере ограниченно опубликованных результатов воздушных геофизических исследований для известной территории [9]. Для указанной ограниченной территории доступны по публикациям координаты и высоты измерительных профилей, измеренные значения $W_{\Delta_i}^{изм}$ и $W_{xy_i}^{изм}$ с погрешностью менее 3 Этвеш.

Оценка погрешности интерполяции выполнена по разности $\sigma W_{\Delta}^{(1)} = W_{\Delta_i}^{инт} - W_{\Delta_i}^{изм}$ и $\sigma W_{xy}^{(1)} = W_{xy_i}^{инт} - W_{xy_i}^{изм}$. Результаты оценки погрешности интерполяции составили 19 и 13 Этвеш для $\sigma W_{\Delta}^{(1)}$ и $\sigma W_{xy}^{(1)}$ соответственно.

Таким образом, данный метод неприменим для создания навигационных гравитационных карт гравитационных градиентов с погрешностью менее 10 Этвеш.

Метод № 2. Метод вычисления составляющих гравитационных градиентов

В связи с ограниченным количеством регионов с известными значениями гравитационных градиентов необходима разработка метода создания навигационных гравитационных карт гравитационных градиентов без привлечения результатов реальных измерений.

Гравитационный градиент $W_{\alpha\beta}$ в любой точке поверхности Земли можно представить в виде суммы [6]:

$$W_{\alpha\beta} = U_{\alpha\beta\gamma} + \Delta T_{\alpha\beta_H} + \Delta T_{\alpha\beta_{\Delta\rho}}, \quad (12)$$

где α, β принимают значения x, y, z ; $U_{\alpha\beta\gamma}$ – составляющие гравитационных градиентов нормального гравитационного поля, создаваемого земным эллипсоидом, $\Delta T_{\alpha\beta_H}$ – аномальные составляющие гравитационных градиентов, вызванные влиянием пород промежуточного слоя, заключенного между поверхностью земного эллипсоида и физической поверхностью Земли, $\Delta T_{\alpha\beta_{\Delta\rho}}$ – аномальные составляющие гравитационных градиентов, вызванные влиянием плотностных неоднородностей под поверхностью эллипсоида.

Применительно к составляющим W_{Δ} и W_{xy} уравнение (12) представим в виде:

$$\begin{aligned} W_{\Delta} &= W_{yy} - W_{xx} = \\ &= \left(U_{yy} \quad \gamma + \Delta T_{yy_H} + \Delta T_{yy_{\Delta\rho}} \right) - \left(U_{xx} \quad \gamma + \Delta T_{xx_H} + \Delta T_{xx_{\Delta\rho}} \right), \quad (13) \\ W_{xy} &= U_{xy} \quad \gamma + \Delta T_{xy_H} + \Delta T_{xy_{\Delta\rho}} \end{aligned}$$

Составляющие гравитационных градиентов нормального гравитационного поля находятся по известным формулам [6]:

$$U_{xx\gamma} = -\frac{\gamma_0}{M}; \quad U_{yy\gamma} = -\frac{\gamma_0}{N}; \quad U_{xy\gamma} = 0, \quad (14)$$

где γ_0 – нормальное гравитационное поле Земли, вычисляемое по формуле (3); M и N – радиус кривизны меридиана и первого вертикала соответственно.

Эти составляющие вычисляются по координатам наземной точки с погрешностью тысячные доли Этвеш.

Вторые члены в скобках (13) (слагаемые ΔT_{xx_H} , ΔT_{yy_H} , ΔT_{xy_H}) в общем виде вычисляются по формуле:

$$\Delta T_{\alpha\beta_H} = \sum_{20\text{км}} \frac{G\rho_i \cdot v_i}{r_i^3}, \quad (15)$$

где G – гравитационная постоянная, ρ_i – плотность элементарной ячейки пород промежуточного слоя, v_i – объем элементарной ячейки пород промежуточного слоя, r_i – расстояние до элементарной ячейки пород промежуточного слоя.

Вычисление этих составляющих имеет особенности. Формула (15) применима лишь в том случае, когда известна информация о высотах рельефа местности и значениях плотности пород вокруг точки вычислений.

Если информация о высотах рельефа представлена в виде набора прямоугольных вертикальных призм, то составляющая $\frac{G\rho_i \cdot v_i}{r_i^3}$ в формуле (15) вычисляется в виде определенного интеграла при известных размерах призм [10]:

$$\Delta T_{xx_H} = G\rho \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \arctg \frac{(y-\eta)(z-\zeta)}{(x-\xi)R} dx dy dz, \quad (16)$$

$$\Delta T_{yy_H} = G\rho \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \arctg \frac{(x-\xi)(z-\zeta)}{(y-\eta)R} dx dy dz, \quad (17)$$

$$\Delta T_{xy_H} = -G\rho \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \ln((z-\zeta) + R) dx dy dz, \quad (18)$$

$$T_{\Delta} = \Delta T_{yy_H} - \Delta T_{xx_H}. \quad (19)$$

где G – гравитационная постоянная, ρ – плотность пород, ξ_1 и ξ_2 – координаты углов по оси X , η_1 и η_2 – координаты углов по оси Y , ζ_1 и ζ_2 – координаты

углов по оси Z . $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, где x , y и z – координаты точки вычислений.

Оценка величины $\Delta T_{\alpha\beta\Delta\rho}$

В открытой печати сведений о величине аномальных составляющих $\Delta T_{\alpha\beta\Delta\rho}$ нет. Поэтому оценка величины аномальной составляющей $\Delta T_{\alpha\beta\Delta\rho}$ была выполнена путем вычислений. Для этого выполнено моделирование наиболее экстремальной ситуации в виде вертикального протяженного геологического тела, контрастного по плотности по отношению к вмещающим породам, выходящего на поверхность.

Условия моделирования:

- протяженность разлома - 20 км поперек направления движения объекта навигации;
- ширина разлома 10 м;
- глубина залегания от 0 до 1 км;
- контраст плотности 1 г/см³.

Задача моделирования – оценить зону влияния этого разлома на результат измерений бортового градиентометра объекта навигации, приближающегося перпендикулярно к геометрическому центру разлома (рис. 6). Для расчетов использовались формулы (16) – (19).

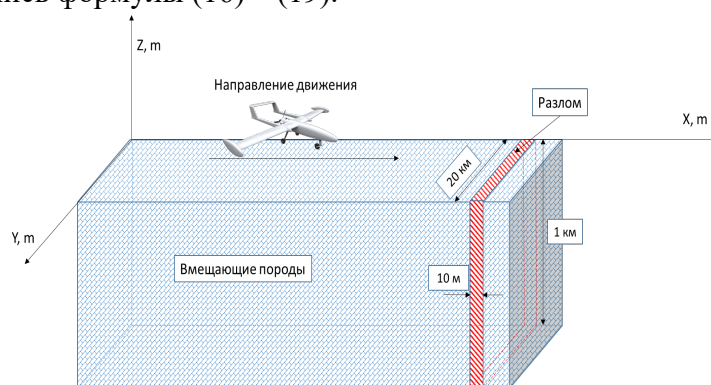


Рис. 6. Общая схема эксперимента

На рис. 7 представлены результаты моделирования. Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод, что при высоте полета 100 метров над геологическим телом влияние аномальной составляющей гравитационных градиентов, вызванной наличием плотностных неоднородностей, составляет менее 10 Этвеш, при высоте полета 250 м и выше – менее 6 Этвеш.

Если предположить, что сведения о плотностных свойствах пород рельефа, заключенных между физической поверхностью Земли и поверхностью эллипсоида известны, тогда сделанный вывод можно переформулировать -

при высоте полета 250 м над эллипсоидом (геодезическая высота) влиянием плотностных неоднородностей под поверхностью эллипсоида можно пренебречь.

Таким образом, для подготовки НГК составляющих W_{Δ} и W_{xy} необходимо использовать формулы (14), (15) и (17) – (20) при соблюдении следующих условий:

1. Геодезическая высота в районе подготовки карты больше 250 м.
2. Наличие ЦКР и модели TopoDensT.

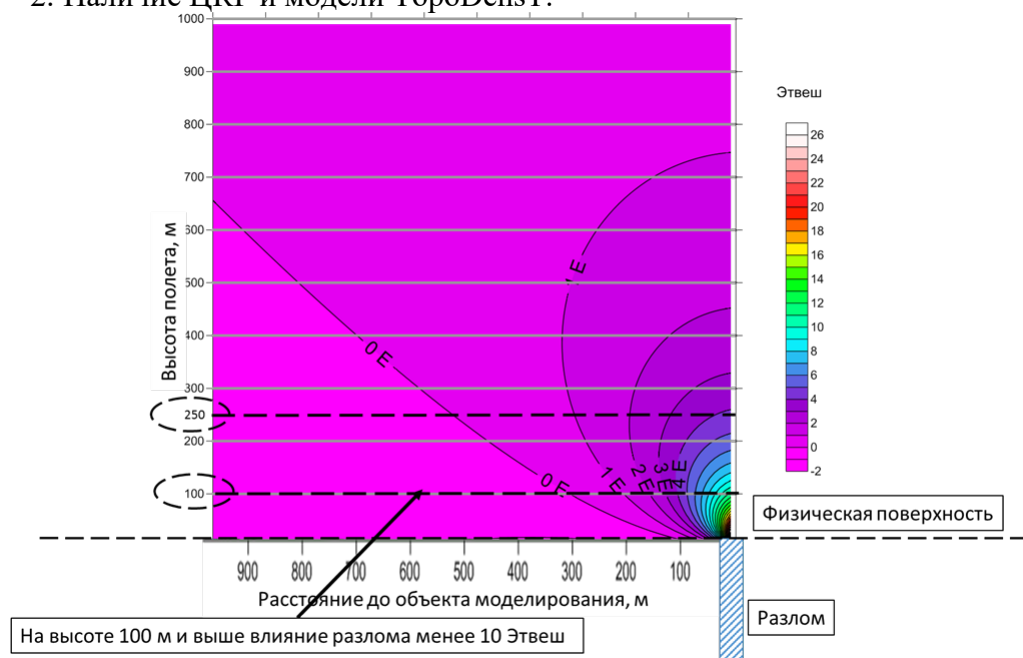


Рис. 7. Оценка влияния разлома на измерения T_{Δ}

Экспериментальная проверка сформулированных предположений была выполнена для известной территории [9]. Вычисление $W_{\Delta_выч}$ и $W_{xy_выч}$ для пунктов измерительных профилей выполнено без учета аномальных составляющих $\Delta T_{\alpha\beta\Delta\rho}$. Использовалась ЦКР на эту территорию и значение плотности пород $2,32 \text{ г/см}^3$ модели TopoDensT. На рис. 8 представлен результат вычислений для отдельного измерительного профиля. Коричневая кривая – высоты рельефа, голубая – измеренные значения $W_{\Delta_изм}$, оранжевая – вычисленные значения $W_{\Delta_выч}$. СКО разности $\delta W_{\Delta} = W_{\Delta_изм} - W_{\Delta_выч}$ составило менее 8 Этвеш.

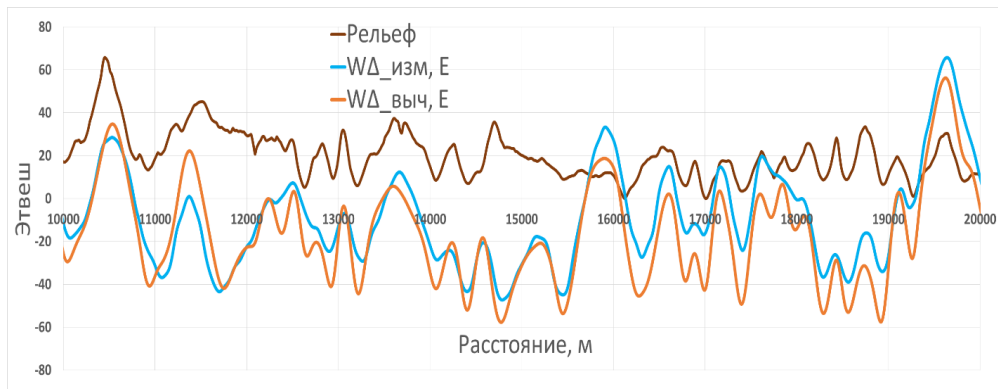
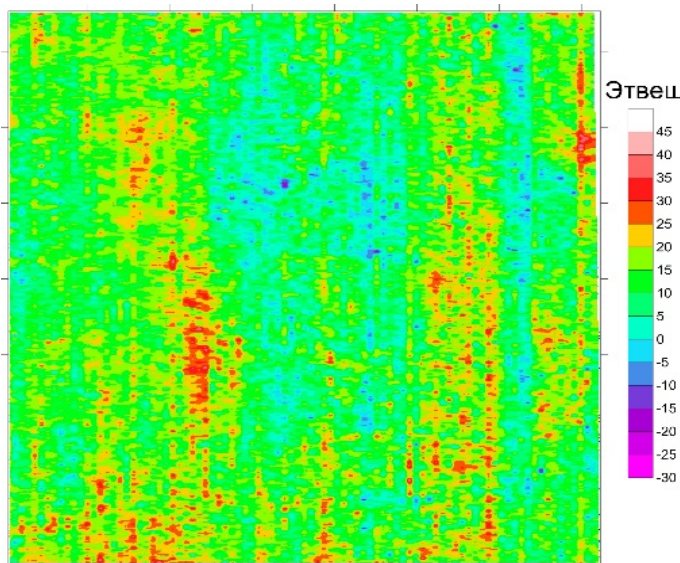


Рис. 8. Результаты вычислений $W_{\Delta_выч}$ на отдельном профиле

На рисунке 9 представлена карта значений δW_{Δ} для всей площади исследований с детально-



стью выше 1 км. Среднее значение δW_{Δ} составляет +12 Этвеш, при этом СКО δW_{Δ} - 6 Этвеш. Зависимости между концентрацией зон повышенных значений δW_{Δ} и характерными формами рельефа не наблюдается. Для составляющей δW_{xy} СКО разности также составило 6 Этвеш.

Рис. 9. Карта значений δW_{Δ}

Малая величина СКО разности подтверждает сформулированные выше предположения о предельной высоте влияния плотностных неоднородностей, а также подтверждает возможность создания навигационных гравитационных карт W_{Δ} и W_{xy} по ЦКР и модели плотности ToroDensT с погрешностью не более 10 Этвеш и детально-стью 1 км.

Таким образом, при соблюдении вышеуказанных условий, формула (13) упрощается:

$$W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx} = (U_{yy} + \Delta T_{yyH}) - (U_{xx} + \Delta T_{xxH}).$$

$$W_{xy} = U_{xy} + \Delta T_{xyH}$$
(20)

Разработанный метод создания навигационных гравитационных карт на труднодоступные территории на основе цифровых моделей рельефа и моделей плотности пород удовлетворяет предъявляемым требованиям к погрешности и детальности.

Заключение

Разработанные методы повышения точности и детальности создания навигационных гравитационных карт позволяют создавать навигационные гравитационные карты УСП с погрешностью не более 2 мГал и детальностью 1 км при детальности существующих баз данных УСП 5 км. Метод создания навигационных гравитационных карт гравитационных градиентов позволяет создавать навигационные гравитационные карты гравитационных градиентов только по информации о рельефе местности и значениях плотности пород для геодезических высот в районе подготовки карты более 250 м.

Литература

1. Денисенко О.В., Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А. Ассистирующая технология глобальной навигации на основе геофизических полей Земли и оценка её точности // Мир измерений. 2018. № 1. С. 24–27.
2. <http://bgi.omp.obs-mip.fr/data-products/Gravity-Databases/Land-Gravity-data>
3. <https://www.ngdc.noaa.gov/mgg/gravity/>
4. ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/egm96/gravity_data/docum_gravity_data.ps
5. Методические рекомендации по геологической, геофизической, геохимической изученности и обеспеченности дистанционными материалами для обоснования постановки РГР. -СПб.: ВСЕГЕИ. 2014.
6. Юзефович А.П., Огородова Л.В. Гравиметрия. - М.: Недра. 1980. 281 с.
7. Чугунов И.П., Галактионов И.Е., Рентель А.В. Современные подходы к представлению рельефа в цифровых приложениях // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2019. Т. 63. № 1. С. 105–111. DOI: 10.30533/0536-101X-2019-63- 1-105-111.
8. Difrancesco D. Advances and Challenges in the Development and Deployment of Gravity Gradiometer Systems [Electronic resource] // EGM.2007.International Workshop «Innovation in EM, Grav and Mag methods: a new perspective for exploration». Capri, April 15–18, 2007. URL: https://eageseg.org/data/egm2007/Sessione%20C/Oral%20papers/C_OP_02.pdf.

9. McCafferty Anne E. Helicopter magnetic and gravity gradiometry survey over the Pea Ridge iron mine and surrounding area, southeast Missouri, 2014 [Electronic resource]. U.S. Geological Survey data release, 2016. URL: <https://www.sciencebase.gov/catalog/item/5730a3a0e4b0dae0d5db1eab>.
10. Сорокин Л.В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. - М.: Гостоптехиздат. 1953. 484 с.