

УДК 537

**ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭФФЕКТОВ ОТО В  
КОСМИЧЕСКОЙ НАВИГАЦИИ****<sup>1</sup>Л.Н. Жерихина, Г.Н.<sup>2</sup> Измайлов, В.В.<sup>2</sup> Озолин**<sup>1</sup>*Физический институт РАН им. П.Н. Лебедева (ФИАН), Москва,*<sup>2</sup>*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет),  
г. Москва.**zherihinaln@lebedev.ru, izmailov@mai.ru*

*Навигация – одно из ключевых средств обеспечения космических полётов. Выполнение перелётов в дальнем космосе требует повышенной надёжности приборов, измеряющих положения реперных источников, операционных координат космического аппарата и интервалов времени. Методы сбора данных на основе ОТО и алгоритмы их обработки открывают новые возможности для решения задач навигации. В статье предложена схема сети сверхточных часов космического базирования для регистрации источников низкочастотных гравитационных волн в диапазоне  $10^{-3}$  - 0,1 Гц, генерируемых двойными нейтронными звездами и/или сливающимися черными дырами. Приводится схема регистрации гравитационных волн с помощью данной сети, и даются оценки точности измерений. Рассматривается схема кольцевого квантового интерферометра на волнах материи для регистрации эффекта Лензе – Тирринга (измерения гравимагнитной составляющей гравитационного поля, возникающей в результате вращения массы).*

*Ключевые слова: навигация, космос, общая теория относительности, гравитационные волны, Лензе-Тирринг, интерферометр, жидкий гелий.*

**POSSIBILITIES FOR THE USING GR EFFECTS IN SPACE  
NAVIGATION****<sup>1</sup>L.N. Zherikhina, <sup>2</sup>G.N. Izmailov, <sup>2</sup>V.V. Ozolin**<sup>1</sup>*P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, 53, Leninskiy Prospekt, 119991, Moscow, Russia, 119991 GSP-1*<sup>2</sup>*Moscow Aviation Institute (National Research University) 125993, 4 Volocolamskoe sh.  
zherihinaln@lebedev.ru, izmailov@mai.ru*

*Abstract Navigation is one of the main means to provide space missions. Travel through the deep space requires instruments, measuring the position of reference sources with increased accuracy, and precision measurements of the coordinates of the spacecraft and time intervals. Methods of data collection based on general relativity and their processing algorithms open up new possibilities for solving navigation problems. The article discusses the possibility of proposed networks of ultra-precise clocks for detecting sources of low-frequency gravitational waves generated by binary neutron stars and/or black holes after merger and acquisition. A registration scheme for gravitational waves with the help of this network is offered, and estimates of the accuracy of measurements are given. We consider the circuit of a ring quantum wave interferometer for recording the Lense - Thirring effect.*

*Key words: navigation, space, general theory of Relativity, Lense-Thirring, gravitational waves, interferometer, liquid helium.*

**Введение**

В отличие от пространство-времени СТО, которое условно можно представить в виде жёсткой конструкции 3D каркаса с сохранением евклидовой геометрии, с синхронизированными часами в узлах каркаса [1], пространство-время ОТО упрощённо представляют в виде упругой «ткани». Эта ткань с несинхронизированными часами может деформироваться и коробиться в зависимости от состояния массивного тела, производящего ткань. Степень деформации растяжения (сжатия), скручивания или коробления определяют по движению пробной массы в окрестности центрального массивного тела. Жёсткость «ткани» достаточно велика, что следует из уравнения Эйнштейна [2], связывающего меру локальной кривизны пространство времени с мерой плотности энергии-импульса  $T^{\mu\nu}$ . Индексы  $\mu$  и  $\nu$  пробегают значения всех координат в 4D пространство-времени. В линейном приближении уравнение для величины отклонения пространство времени от плоского  $\hat{h}^{\mu\nu}$  выглядит

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} + \nabla^2\right) \hat{h}^{\mu\nu} = \kappa T^{\mu\nu}, \tag{1}$$

где коэффициент  $\kappa \sim G/c^4 \sim 10^{-42}$  может быть интерпретирован как жёсткость вакуума [3]. При неподвижном или медленно движущемся источнике с плотностью массы  $\rho$  (с учётом соотношения  $E=mc^2$ ) временные производные пропадают, и уравнение приобретает вид

$$\nabla^2 h^{\mu\nu} = \frac{G}{c^2} \rho \tag{2}$$

по форме, повторяющей уравнение Пуассона. Ускоряющиеся массы искажают пространство-время, порождая гравитационные волны (ГВ). Вдали от источника гравитации (в пустом пространстве) (1) переходит в уравнение

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} + \nabla^2\right) h^{\mu\nu} = 0. \tag{3}$$

Выражение напоминает уравнение для электромагнитной волны в теории Дж.К. Максвелла. Уравнение (3) описывает гравитационные поперечные волны сжатия/растяжения пространство времени с амплитудой деформации  $h^{\mu\nu}$ .

При регистрации ГВ космической природы перед экспериментаторами возникла сложная задача регистрации пространственных деформаций вследствие малой величины отклонения пространство времени от плоского. Достаточно сказать, что амплитуда колебаний пробного тела при периодическом воздействии гравитационных волн от далёких источников составляла менее  $10^{-4}$  размера ядра атома. Но в 2015 г. проблема была решена с помощью интерферометров LIGO и VIRGO [4, 5].

### **Сеть сверхточных часов космического базирования**

В результате воздействия ГВ возникают также искажения (сжатие/растяжение) времени прохождения света от источников до регистраторов. Данный эффект послужил основанием для разработки методов регистрации ГВ по временным задержкам электромагнитных сигналов.

Известно, что вдали от источника ГВ для определения влияния гравитационных возмущений на измерительные приборы можно использовать полевой подход [6]. Будем считать, что распространение гравитационного потенциала  $\varphi = GD/r^3$  ( $D$  – квадрупольный момент) приводит не только к изменению положений малых масс, но и к изменению их *скоростей*. Следовательно, существует возможность детектирования гравитационного воздействия по изменению частоты последовательности импульсов рабочих часов.

Методика измерения доплеровского смещения частоты, вызванного гравитационным полем, была с успехом применена Дж. Тейлором и Р. Хальсом для обнаружения гравитационного излучения двойным пульсаром PSR 1913+16 Земли [7]. В дальнейшем Вессо применил модификацию методики при слежении за спутником Gravity Probe A [8].

Техника регистрации микрогерцевых ГВ (источники - массивные объекты с массами порядка миллиона солнечных масс при коллапсе, продолжающемся в течение многих лет) с использованием серии импульсов, полученных от первоначально регулярной последовательности электромагнитных импульсов от пульсара, известна как *Pulsar Timing method*.

Основой метода является предположение, что ГВ способствует изменению *фазы* сигнала. Источником электромагнитных сигналов было предложено использовать пульсар. Хотя формы отдельных импульсов различаются, форма среднего профиля довольно стабильна. Оценка погрешности пульсаров как часов  $\sim 10^{-19}$  [9]. Распространение ГВ в тракте сигнала делает последовательность нерегулярной. Поскольку время, характеризующее момент прихода импульса пульсара, очень стабильно, изменение времени прихода сигнала может быть зарегистрировано. Идея и разработка метода принадлежит отечественным и американским астрофизикам [10-17].

С другой стороны, погрешность современных лабораторных часов составляет  $\sim 3,7 \cdot 10^{-18}$  [18, 19], причём есть явная тенденция к повышению точности. Погрешность часов на космическом аппарате  $\sim 2,3 \cdot 10^{-14}$  -  $3,2 \cdot 10^{-15}$  [20]. Таким образом, можно предположить возможность использования часов на космическом аппарате в экспериментах по регистрации ГВ.

Рассмотрим сеть прецизионных часов (например, атомных), которые расположены в узлах огромной космической системы (рис.1). Схема показывает расположение часов в сети, расположенной на околоземной орбите

вокруг Солнца. Аналогами предлагаемой сети являются существующие структуры -- сеть VLBI и сеть Event Horizon, расположенная на нескольких континентах. Несколько слов о чувствительности доплеровского метода для обнаружения ГВ. При вариациях пространство времени  $h$  на уровне  $10^{-17}$  -  $10^{-15}$  и частоте  $\nu \sim 10^4$  Гц изменения скорости КА составят  $\Delta\nu \sim 10^{-7}$  -  $10^{-5}$  м/с при расстоянии КА– Земля 1 а.е.

Космическая операционная система часов, охватывающая большую пространственную область на орбите Земли, сформирует хронометрическую космическую сеть (ХКС).

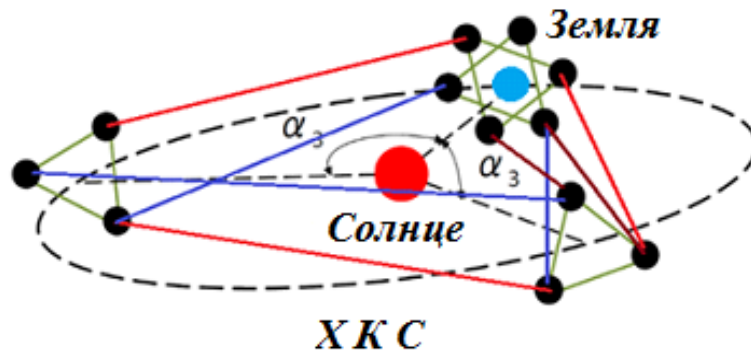


Рис. 1. Расположение КА с бортовыми часами, образующие сеть ХКС

Приведём оценки точности часов для регистрации событий. Для расстояния космического корабля – Земля  $\Delta l \sim 10^9$  м, при амплитуде ГВ  $h \sim 10^{-17}$  -  $10^{-19}$ , частоте ГВ  $\omega \sim 0,63$  -  $63$  1/с ( $\nu \sim 10^1$  -  $10^4$  Гц) имеем  $\lambda_g = 10^7$  -  $10^9$  м, поэтому  $\Delta\nu = h\omega l \sim 3 \cdot (10^{-11}$  -  $10^{-7})$  м/с; что задаёт  $\Delta\nu/\nu = 10^{-19}$  -  $10^{-15}$ .

Зарегистрированное изменение последовательности импульсов, полученных от опорных часов, будет сигнализировать об амплитуде и частоте ГВ. Задержка сигналов от разных узлов сети может быть связана с направлением фронта гравитационной волны и его поляризацией. Получение других данных (например, положение аппарата с часами и их относительное движение) может быть использовано для проверки выводов ОТО (задержка Шапиро). Функционирующая ХКС будет также играть роль гравитационной антенны. В качестве начального шага на пути к созданию ХКС можно ограничиться присутствием на спутниках центральных точных часов и ретрансляторов наземного базирования. В этой схеме (доплеровское слежение) наземная станция сначала отправляет электромагнитный сигнал  $\nu(t)$ , который сопоставляется с высококачественным стандартом частоты  $\nu_0$ , затем регистрирует зеркальный отклик с КА, воспроизводимый ретранслятором,  $\nu(t-T_2)$ . После этого происходит сравнение сдвигов частот переданного и опорного сигналов. Относительная разность частот  $\delta\nu(t) = [\nu(t-T_2) - \nu(t)]/\nu_0$ , ( $\nu_0$  – цен-

тральная частота микроволнового сигнала) будет нулевой, если отсутствует шум, систематический дрейф, а ГВ сигнал с длиной волны  $\lambda$  сравним с размерами детектора. Иначе зависимость  $\delta v(t)$  имеет трёхимпульсный характер, что является отличительной особенностью метода и служит основой для фильтрации сигнала. Согласно уже известным алгоритмам для расчёта взаимной корреляции временных остатков от нескольких КА результат сравнивается с возможными гравитационными сигналами для подтверждения их регистрации. Сопоставление информации от нескольких рабочих часов космического базирования и лабораторных часов, во-первых, позволит определить характеристики ГВ: поляризацию и направление на источник, а во-вторых, повысить эффективную стабильность рабочих часов. Последнее повысит чувствительность измерительной системы к амплитуде регистрируемой ГВ.

Мы должны отметить трудности реализации проекта:

1. Получение длительных и стабильных показаний часов на борту КА при соблюдении криогенных условий измерений.
2. Наличие шумов нового типа (например, шумы плазмы в тракте сигнала).
3. Стоимость создания и обслуживания ХКС может превышать стоимости создания и эксплуатации наземных ГВ обсерваторий или массива радиотелескопов в десятки раз.

### **Гироскопическая ориентация и регистрация медленных вращений**

Ньютонова теории гравитации представляла её как взаимодействие между массами, направленное друг к другу. Тензорное представление гравитации Эйнштейном открывает новые эффекты, поскольку в правой части уравнения (1) стоит не скалярная масса, а тензор энергии-импульса. Уже обсуждалась возможность рождения ГВ системой тел подобно генерации электромагнитных волн при ускорении заряженных частиц. В отличие от электродинамики, обосновывающей дипольный механизм генерации волн, ОТО предсказывает возбуждение ГВ квадрупольными колебаниями частиц. Несходство механизмов обуславливает незначительную интенсивность ГВ и другие - пространственную и частотную зависимости.

Среди новых эффектов гравитации, выявленных с помощью релятивистской теории Эйнштейна, - эффект Лензе–Тирринга о передаче момента импульса и кинетической энергии пробной частице. Эффект аналогичен проявлению силы Кориолиса, или увлечению жидкости сферой, вращающейся в ней, в гидродинамике, и (или) появлению магнитного взаимодействия.

В связи с этим он носит название гравитомагнитного в отличие от гравито-электрического (действия силы Ньютона аналогично силе Кулона) [21].

Однако слабость взаимодействия и сложность математического описания дают свой вклад. Даже наложение условий симметрии не сильно облегчают задачу решения десяти дифференциальных уравнений второго порядка в 4D пространство времени. Поэтому успехи в решении задач теории гравитации и инструментальное выявление влияния вращения масс на движение и энергию пробных частиц будут свидетельствовать о выработке новых оценок гравитационных эффектов и о технологическом прогрессе [1, 2, 21]. Такой шаг был сделан в экспериментах Gravity Probe B [22] и LAGEOS [23]. Недавно эффект Лензе – Тирринга был использован для объяснения медленного дрейфа сигналов от системы пульсар PSR J1141–6545 и компактной звезды – массивного белого карлика (БК). Дрейф объясняется аккрецией вещества от пульсара, в результате которой пульсар раскручивается до периода <200 с [24].

*1. Лабораторные измерения эффекта Лензе–Тирринга*

Однако проведение эксперимента в наземной лаборатории имеет свои преимущества, поскольку в лаборатории создаются гарантированно стабильные условия выполнения измерений. Имея в своём распоряжении сверхвысокочувствительный акселерометр, его фактически несложно превратить в чувствительный гироскоп, например, заставив последний измерять поле центробежных сил  $a_{цб}=r_{кр}\omega^2$ . Параметры, «с запасом» обеспечиваемые современной техникой SQUIDов, позволяют регистрировать вариации ускорения свободного падения на уровне

$$\delta F/m = \delta g \sim 10^{-16} (M/c^2) / \sqrt{G_M} = 0,01 \text{ нкГал} / \sqrt{G_M},$$

если  $M = 5 \cdot 10^3$  кг, а масса пробного тела  $m = 3$  кг [25].

Элементарные оценки показывают, что используя килограммовое пробное тело, нагружающее магнитостриктор, можно, находясь внутри объекта, засечь на трёхметровом радиусе кривизны его траектории ( $r_{кр} \approx 3$  м) угловое вращение на уровне

$$\langle \delta \omega \rangle_{\sqrt[4]{G_M}} = \sqrt{\frac{\langle \delta a_{cf} \rangle_{\sqrt{G_M}}}{r_{curv}}} = \sqrt{\frac{\langle \delta F \rangle_{\sqrt{G_M}}}{mr_{curv}}} = \sqrt{\frac{3 \times 10^{-16}}{1 \times 3}} \approx 10^{-8} \text{ рад/сек} / \sqrt[4]{G_M},$$

что вполне сопоставимо с характерным масштабом экспериментально достигнутой точности  $10^{-5}$ - $10^{-6}$  рад/с в опытах с квантовыми интерферометрами на волнах материи в сверхтекучем  $^4\text{He}$  [26] и более высокоточными измерениями в атомно-пучковых интерферометрах [27].

Альтернативой измерению центробежных сил будет определение кориолисовых (эффект из квадратичного превращается в линейный  $a_{\text{цб}}=r_{\text{кр}}\omega^2 \rightarrow a_{\text{кор}}=2[\mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega}]$ , что заодно способствует росту общей чувствительности). Пусть магнитострикционный акселерометр перемещается с небольшой скоростью  $v$  внутри объекта, тогда угловая скорость вращения может быть определена по регистрируемой кориолисовой силе с точностью до

$$\langle\delta\omega\rangle_{/\sqrt{G_{\text{ц}}}} = \frac{\langle\delta a_{\text{кор}}\rangle_{/\sqrt{G_{\text{ц}}}}}{2v} = \frac{\langle\delta F\rangle_{/\sqrt{G_{\text{ц}}}}}{2vm} \approx \frac{3 \times 10^{-16}}{2 \times 0,05 \times 0,3} \approx 10^{-14} \text{ рад/сек} / \sqrt{G_{\text{ц}}},$$

(в оценке предполагалось, что  $v \perp \omega$ ,  $v \approx 5$  см/с,  $m \approx 0,3$  кг).

## 2. Гравитоманнитный аналог эффекта Кориолиса

Как известно из ОТО, вращение массивного тела массы  $M$ , радиуса  $R$  создаёт особый вид гравитационного поля, действие которого на пробное тело сводится к передаче вращения с угловой скоростью

$$\vec{\Omega} = \frac{2GMR^2}{5C^2r^3} \left( \vec{\omega}_M - \frac{3(\vec{\omega}_M \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} \right).$$

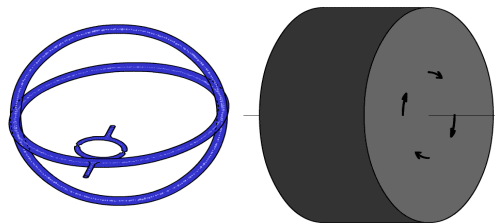


Рис. 2. Схема лабораторных измерений гравитоманнитного эффекта с помощью SHEQUID, питаемого от трансформатора вращения

На рис. 2 приведена схема эксперимента, в котором под действием гравитоманнетизма создаётся поток сверхтекучего  $^4\text{He}$ , индуцируемого вращающимся телом  $M$ . Циркуляция из контура  $C_1$  передаётся в контур  $C_2$ . При этом общий участок  $C_2$  и  $C_3$  образует трансформатор потока вращения,

а интерференция в SHeQUIDe регистрируется по периодическому изменению приращения давления или температуры на полюсах контура  $C_3$ , которое повторяется с периодом равным  $N_3\hbar$ , т.е. постоянной Планка, умноженной на число атомов  ${}^4\text{He}$  в микроторе  $C_3$ .

При лабораторной регистрации эффекта Лензе-Тиринга с использованием SHeQUIDa ( $M$  – массивное (100 кг) тело, раскручиваемое примерно до частоты  $f_M \approx 100$  Гц;  $C_1$  – кольцевая замкнутая трубка ( $\varnothing \approx 1$  м) со сверхтекучим гелием  ${}^4\text{He}$ , в котором запасается момент количества движения ( $L_1 = 10^{33}\hbar$ ), передаваемый под действием гравимагнитных сил в контур  $C_2$ ; пересечение трубок  $C_2 \cap C_3$  ( $\approx 30$  мкм) – трансформатор момента вращения;  $C_3$  – SHeQUID, т.е. квантовый интерферометр на волнах материи в сверхтекучем  $\text{He}^4$  с чувствительностью

$$\sqrt{\langle \delta L^2 \rangle / 1\text{Гц}} \approx 6 \times 10^7 \hbar / \sqrt{1\text{Гц}}.$$

Ожидаемый эффект порядка  $L_3 \approx 10^{14}\hbar \approx 10^{-20}\text{кг м}^2/\text{с}$ , время его накопления  $\tau \approx 25$  с. Период квантовой интерференции в рабочем контуре SHeQUIDa ( $C_3$ :  $\varnothing_3 \approx 10$  мкм,  $l_3 \approx 300$  мкм) [25].

Дополнительным преимуществом рассматриваемой системы является её компактность и относительная дешевизна. Она позволяет построить фазовую решётку из  $n$  таких детекторов. Создание фазовой решётки определяет возможность:

- повысить сигнал на выходе в  $n^2$  раз,
- определить направление к источнику гравитационных волн и
- снизить шум кластера в  $\sqrt{n}$  раз.

### Заключение

- Предложены новые типы гравитационных антенн для разных диапазонов и типов ГВ.
- Характеристики ГВ определяются с помощью прецизионных часов, гироскопов на сверхтекучем  ${}^4\text{He}$ , магнитостриктеров.
- Отличительные особенности ХКС:
  1. С помощью двух космических аппаратов можно определить амплитуду и частоту ГВ. С помощью трёх КА можно зарегистрировать направление на источник и поляризацию ГВ. Метод позволяет устранить медленные, независимые от ускорения перемещения КА.
  2. В схеме измерения отсутствуют механические шумы.
  3. Метод измерения уже сформулирован, опробован, а программное обеспечение для выделения из данных при регистрации ЭМ излучения НЧ ГВ сигнала создано (Pulsar Timing Method).



В недавних публикациях [28 - 30] обсуждался вопрос, который в облегчённой форме можно сформулировать так: что остаётся от чёрной дыры после её испарения?

Теоретический анализ указал на возможные остаточные явления, проявляющиеся в «гомеопатических» смещениях пробных масс, от предполагаемых в условиях плоского пространства-времени 4D идеального кристалла с синхронизированными часами, и остаточных угловых поворотах. Вакуум общей теории относительности со своими симметриями делает возможным существование матрицы памяти, которая сохраняет эту информацию во Вселенной, даже после исчезновения чёрной дыры. Это зависящие от угла сдвиги, которые связывают точки бесконечно далеко от гравитирующего тела. Обнаруженное изобилие симметрий, известное как группа BMS, даёт пустому пространству времени огромную скрытую сложность.

Спин частицы может изменить своё поведение до и после прохождения ГВ. Подвесим частицу в камере в лаборатории и измерим скорость и направление её вращения; затем измерим это снова после того, как волна пройдёт. Разница в поведении спина частицы выявила бы другой вид памяти о волне, что можно поделаться с помощью гироскопов.

Локализация подобных мест пространство времени может в дальнейшем служить ориентиром при навигации, подобно наблюдению заросшего оврага или заброшенного карьера на топологических картах.

Оценки, приведенные в работе [29], дают верхнюю оптимистичную границу остаточной линейной деформации в 5 % от уже зарегистрированной величины. Поэтому многократная серия измерений положения концевых зеркал интерферометра LIGO (VIRGO) должна указать на остаточное смещение.

Мы считаем, что устройства, предложенные выше, принципиально могут быть использованы для подобных целей.

### Литература

1. Уальд Р.М. Общая теория относительности пер. с англ. [под ред. И.Л. Бухбиндера, С.В. Червона]. – М: РУДН, 2008, 693 с.
2. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация [ред.: Брагинский В. Б., Новиков И. Д.; пер. с англ. Полнарёв А. Г.]. – М.: Мир, 1977. Т. 3. С. 161-283. Часть VIII. Гравитационные волны.
3. Измайлов Г.Н. Поперечное сечение гравитационных антенн, жёсткость вакуума и слабость гравитационных волн. //Измерительная техника. 2011. №5. С. 6-10; G.N. Izmailov //Meas. Techn. 2011. 54. С. 474 – 479. DOI <https://doi.org/10.1007/s11018-011-9752-6>.

4. Abbott B. P. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration) et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // *Phys. Rev. Lett.* 2016. 116. № 6. — DOI:10.1103/PhysRevLett.116.061102.
5. Пустовойт В.И., Морозов А.Н., Гладышев В.О., Измайлов Г.Н. Лазерные гравитационно-волновые антенны. -М. Изд-во МГТУ им. Баумана. 2016. 63 с.
6. Измайлов Г.Н. Излучение гравитационных волн и их регистрация // *Измерительная техника.* 2016 № 6. С. 10–15; G.N. Izmaïlov // *Meas. Techn.* 2016. 59. № 6. С.560-565, DOI:10.1007/s11018-016-1008-z.
7. Hulse R. A. and Taylor J. H. A high sensitivity pulsar survey // *Astrophys. J. Lett.* 191. P. 59—61.
8. Vessot R. F. C. et al. Test of Relativistic Gravitation with a Space-Borne Hydrogen Maser. 1980 // *Phys. Rev. Lett.* 45 (26). p. 2081–2084. Bibcode:1980PhRvL. 45.2081V. DOI:10.1103/Phys Rev Lett.45.2081.
9. Авраменко А.Е. Пульсар:Природный эталон времени-пространства . 2019. - М.: Изд. стереотипн. URSS. 200 с.
10. Брагинский В. Б., Герценштейн М.Е. К вопросу об эффективности генерации и обнаружения гравитационных волн. 1967 // *Письма в ЖЭТФ.* № 5. С.348-351; Braginsky V.B., Gertzenstein M.E. Concerning the effective generation and observation of gravitational waves // *JETP Letters.* 5. № 9. p. 287-289.; Thorne K. S. and Braginsky V. B. Gravitational-wave bursts from nuclei of distant galaxies and quasars: Proposal for detection using Doppler tracking of interplanetary spacecraft // *Astrophys. J.* 1976. 204. P.1–6.
11. Sazhin M. V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves // *Soviet Astronomy.* 1978. 22. P.36-39.
12. Estabrook F. B. and Wahlquist H. D.. Response of Doppler Spacecraft Tracking to Gravitational Radiation // *Gen. Rel. Grav.* 1975. 6. P. 439-447.
13. Detweiler S.. Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves // *ApJ.* 1979. 234. P.1100-04.
14. Armstrong J. W. Low-Frequency Gravitational Wave Searches Using Spacecraft Doppler Tracking // *Living Rev. Relativity.* 2006. 9. C.1 DOI 10.12942/lrr-2006-1.
15. Gusev A.V., Porayko N.K. Rudenko V.N. Detection of gravitational radiation from supermassive black hole binaries via pulsar timing // *Gravit. Cosmol.* 2014. 20. P. 290. URL: <https://doi.org/10.1134/S0202289314040057>.
16. Feder T. Pulsar timing arrays are poised to reveal gravitational waves physics // *Physics Today* 70, 7, 26 (2017); doi: 10.1063/PT.3.3621.
17. McGrew W. F. et al. Atomic clock performance beyond Earth’s gravitational limit // *Nature.* 2018. 564. P. 87- 90. URL: <https://www.nist.gov/publications/atomic-clock-performance-beyond-earth146s-gravitational-limit-2018>.

18. Wang J.B. et al. Comparison of Pulsar Positions from Timing and Very Long Baseline Astrometry // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, V. 469, Issue 1, July 2017. P. 425–434, <https://doi.org/10.1093/mnras/stx837>.
19. Arnold K.J., Kaewuam R., Roy A., Tan T.R. & Barrett M.D.. Blackbody radiation shift assessment for a lutetium ion (Lu<sup>+</sup>) clock // *Nature Communications*. 2018. 9. P. 16. DOI: 10.1038/s41467-018-04079-x.
20. Deep Space Atomic Clock (DSAC). NASA's Space Technology Mission Directorate. Accessed on 10 December 2018. URL: [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/tdm/clock/index.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/tdm/clock/index.html).
21. Nonlinear Gravitodynamics: The Lense-Thirring Effect. Ed. R. Ruffini and C. Sigismondi. (University of Rome “La Sapienza”, Italy). 2003 // *World Scientific Pub Co Pte Lt*. 524 p.
22. Everitt et al. Gravity Probe B. Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity // *Phys. Rev. Lett.* 2011. 106 (22): 221101. URL: [arXiv:1105.3456](https://arxiv.org/abs/1105.3456). Bibcode:2011PhRvL.106v1101E. doi:10.1103/PhysRevLett.106.221101. PMID 21702590.
23. Iorio L. An Assessment of the Systematic Uncertainty in Present and Future Tests of the Lense–Thirring Effect with Satellite Laser Ranging // *Space Science Reviews*. 2009. 148 (1–4): 363–381. URL: [arXiv:0809.1373](https://arxiv.org/abs/0809.1373). Bibcode:2009SSRv.148.363I. doi:10.1007/s11214-008-9478-1.
24. Venkatraman V. Kr. et al. Lense–Thirring frame dragging induced by a fast-rotating white dwarf in a binary pulsar system // *Science*. 2020. 367. 6477. P. 577–580 URL: DOI: 10.1126/science.aax7007.
25. Головашкин А. И., Жерихина Л. Н., Цховребов А. М., Измайлов Г. Н. . Сверхвысокочувствительная детектирующая система сквид – магнито-стриктор 2012 // *Квантовая электроника*. 42. № 12. С. 1140.
26. Головашкин А.И., Жерихина Л.Н., Цховребов А.М., Измайлов Г.Н., Озолин В.В. Обычные СКВИД-интерферометры и интерферометры на волнах материи в сверхтекучем гелии: роль квантовых флуктуаций // *ЖЭТФ*. 2010. 138. Вып. 2. С. 373 — 380.
27. Jaffe M. et al. Testing sub-gravitational forces on atoms from a miniature in-vacuum source mass // *Nature Physics*. 2017. 13. P. 938–942.
28. Strominger A. On BMS Invariance of Gravitational Scattering // *JHEP*. 2014. 152. URL: [arXiv hep-th/1312.2229](https://arxiv.org/abs/hep-th/1312.2229).
29. Levin Yu. et al. Detecting Gravitational-Wave Memory with LIGO: Implications of GW150914 // *Phys. Rev. Lett.* 2016. 117. P. 061102
30. Hübner M. et al. Thanks for the memory: measuring gravitational-wave memory in the first LIGO/Virgo gravitational-wave transient catalog. 2019. URL: [arXiv:1911.12496](https://arxiv.org/abs/1911.12496).