

УДК 681.787

**РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ
НА ОРБИТАХ ГЛОНАСС, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ
НА СПУТНИКИ «СВОБОДНЫЕ ОТ СНОСА»
КОСМИЧЕСКОЙ ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОЙ
АНТЕННЫ «SOIGA»**

**С.С. Донченко, Р.А. Давлатов, Е.А. Лавров,
Д.А. Соколов, И.О. Скакун**

*ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия,
donchenko_ss@vniiftri.ru, davlatov_r_a@mail.ru,
lavrov@vniiftri.ru, sokolov@vniiftri.ru, skakun@vniiftri.ru*

Аннотация. Орбита ГЛОНАСС является перспективной для размещения спутников космической гравитационно-волновой антенны «SOIGA» в связи со значительным научно-техническим заделом по изготовлению составных частей спутников ГЛОНАСС и организации их запуска и обслуживания. Однако на высоте орбиты системы ГЛОНАСС вариации гравитационного поля Земли вследствие геодинамических изменений будут оказывать существенное влияние на параметры движения бортовых пробных масс ГВА «SOIGA». Данная работа посвящена анализу возможного учёта основных возмущающих факторов.

Ключевые слова: гравитационно-волновая антенна, гравитационные волны, спутник «свободный от сноса», орбита ГЛОНАСС.

**RESULTS OF MATHEMATICAL MODELING
OF GRAVITATIONAL DISTURBING FORCES
IN GLONASS ORBITS AFFECTING
SATELLITES ZERO-DRAG OF THE “SOIGA”
SPACE GRAVITATIONAL WAVE ANTENNA**

**S.S. Donchenko, R.A. Davlatov, E.A. Lavrov,
D.A. Sokolov, I.O. Skakun**

*FSUE “VNIIFTRI”, Mendeleevo, Moscow region, Russia,
donchenko_ss@vniiftri.ru, davlatov_r_a@mail.ru,
lavrov@vniiftri.ru, sokolov@vniiftri.ru, skakun@vniiftri.ru*

Abstract. The GLONASS orbit is promising for the placement of satellites of the space gravitational-wave antenna “SOIGA” due to the significant experience in the manufacture of components of GLONASS satellites and the organization of their launch and maintenance. However, at the altitude of the orbit of the GLONASS system, due to the geodynamic changes of the Earth, significant variations in the gravitational field arise. This has a significant impact on the parameters of the movement of the onborne test masses of the SOIGA. This article is devoted to the analysis of the possible consideration of the main disturbing factors.

Keywords: gravitational wave antenna, gravitational waves, drag-free satellite, GLONASS orbit.

Введение

В настоящее время существует около 16 проектов космических гравитационно-волновых антенн. При этом в основном спутники размещаются в точках Лагранжа системы «Земля — Солнце», на гелиоцентрические или геоцентрические орбиты с высотой орбиты не менее 50 000 км. Выбор этих орбит позволяет значительно уменьшить гравитационное воздействие планет Солнечной системы и, в частности, Земли.

Перспективная отечественная космическая гравитационно-волновая антенна «SOIGA» состоит из трёх кластеров по четыре космических аппарата, размещённых на орбите ГЛОНАСС [1]. Выбор орбиты ГЛОНАСС обусловлен следующими преимуществами по сравнению с другими орбитами.

1. Для связи с Землёй требуются меньшие мощности и антенны меньшего размера, поскольку космический аппарат располагается гораздо ближе к Земле.
2. Отсутствует необходимость разработки специального контура управления КА и приёма сигналов, поскольку они уже созданы для обслуживания существующих околоземных орбитальных группировок.
3. Для вывода КА на геоцентрические орбиты требуется гораздо меньше топлива и времени.
4. Имеющийся многолетний опыт и задел в осуществлении запуска ИСЗ из группировки ГЛОНАСС позволит обеспечить надёжность вывода КА на необходимую орбиту, а также снизить стоимость разработки и реализации проекта.

Ключевой вопрос заключается в учёте сил гравитационной и негравитационной природы. В работе [2] рассмотрено воздействие возмущающих сил негравитационной природы и отмечено, что учесть их вклад с требуемой точностью не представляется возможным. Это приводит к необходимости использовать систему спутника, свободного от сноса, которая позволяет исключить воздействие негравитационных сил. В статье [3] сформирован облик системы спутника, свободного от сноса, и приведены первые результаты экспериментов.

Так как высота орбиты ГВА «SOIGA» около 19 000 км, то вариации гравитационного поля Земли вследствие геодинимических изменений будут оказывать существенное влияние на параметры движения бортовых пробных масс. Данная работа является продолжением [2] и посвящена анализу возможного учёта следующих возмущающих факторов:

- центральный член ГПЗ;
- возмущение от несферичности ГПЗ;
- притяжение Луны и планет;
- косвенный С20;
- океанические приливы Земли;

- релятивистские эффекты;
- смещение полюса Земли;
- неравномерность вращения Земли;
- прецессия и нутация оси вращения Земли;
- изменение формы Земли из-за смещения полюса.

Направление исследования

Погрешность межспутниковых измерений проектируемой лазерной интерферометрической системы из состава «SOIGA» составляет 10^{-12} м [3]. При этом точность определения орбит спутников ГЛОНАСС на текущий момент, по данным международной службы ГНСС (англ. International GNSS Service, IGS), не превышает 10^{-2} м и имеет тенденцию к повышению примерно на порядок каждые 20 лет. На рис. 1 приведена погрешность согласования решений разных центров анализа на всём историческом периоде.

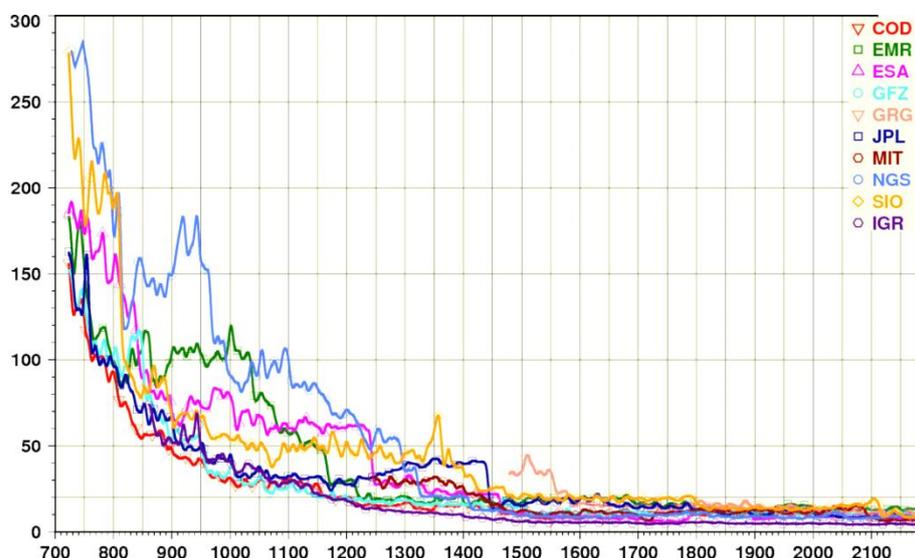


Рис. 1. Погрешность согласования решений разных центров анализа IGS на всём историческом периоде [4]

Повышение точности определения положения КА ГЛОНАСС на девять порядков является трудноосуществимой задачей как в ближайшем, так и в обозримом будущем. Однако следует заметить, что для решения задачи детектирования гравитационных волн в частотном диапазоне от 0,01 до 10 Гц нет необходимости в определении абсолютного положения космических аппаратов. Достаточно исключить с соответствующей точностью из измерений изменения межспутникового расстояния эффекты, которые оказывают влияние в исследуемой части спектра.

Для оценки возможности детектирования ГВ на орбитах ГЛОНАСС в обозначенном частотном диапазоне необходимо оценить вклад остаточных погрешностей возмущающих ускорений в измеренные межспутниковые расстояния. Для этого рассмотрим уравнения движения космических аппаратов, уравнения межспутниковых расстояний и приведём примеры расчётов, позволяющие оценить вклад возмущающих ускорений в измерения.

В общем виде в прямоугольной системе координат уравнения движения имеют следующий вид:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{f}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}),$$

где $\mathbf{f}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ — суперпозиция возмущающих ускорений.

В ГВА «SOIGA» используется не абсолютное положение КА, а относительное:

$$\Delta \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3} \Delta \mathbf{r} + \Delta \mathbf{f}(t, \Delta \mathbf{r}, \Delta \dot{\mathbf{r}}).$$

Учитывая, что погрешность вычисления расчётного межспутникового расстояния (фактически, интегрирования) не должна превышать погрешность бортового интерферометра 10^{-12} м, следует избрать адекватный способ вычисления расчётного аналога. При значительной корреляции возмущающих ускорений, как в случае спутников ГЛОНАСС, интегрирование относительного положения пары спутников или межспутникового расстояния позволит исключить общие разряды возмущающих ускорений. Это обеспечит повышение точности уже имеющихся реализаций ПО численного интегрирования.

Оценка учёта центрального члена ГПЗ

Для круговой орбиты вклад в межспутниковое расстояние будет нулевым, так как при таком движении расстояние не меняется. В случае ненулевого эксцентриситета, как для орбит ГЛОНАСС, вклад будет определяться погрешностью гравитационного параметра и погрешностью определения координат спутников. В настоящее время погрешность гравитационного параметра составляет $0,001 \text{ км}^3/\text{с}^2$. Для оценки максимального вклада погрешности рассчитаем максимальную разность ускорений для двух спутников ГЛОНАСС: один спутник в апогее, другой — в перигее орбиты. При эксцентриситете $e = 0,001$ и большой полуоси $a = 26\,000 \text{ км}$ разность ускорений будет составлять:

$$\Delta a = 0,001/a^2 - 0,001/b^2 = \frac{0,001}{a^2} \frac{e}{1-e} = 1,48 \cdot 10^{-15} \text{ км/с}^2.$$

За 100 секунд это ускорение соответствует смещению $7,40^{-9}$ м. Таким образом, величина максимального смещения в рабочем частотном диапазоне на несколько порядков превышает проектную погрешность измерений. Однако в решаемой задаче необходимо рассмотреть не временное, а частотное представление. Рассмотрим спектр изменения межспутникового расстояния, обусловленного погрешностью гравитационного параметра.

В расчётах используются два КА ГЛОНАСС из одной орбитальной плоскости, где скорости в инерциальной системе координат соответственно следующие:

V_x , км/с	V_y , км/с	V_z , км/с
-1,44660158	2,60227253	-2,59910385
3,22883611	-1,11238645	-1,98563773

Сначала переводим вектора двух КА в элементы орбиты с гравитационным параметром равным $398600,4415 \text{ км}^3/\text{с}^2$, затем с $398600,4416$. При этом относительная погрешность составляет 10^{-10} . Для обеих пар орбитальных параметров с шагом 10 с выполнен расчёт положения КА и разность соответствующих межспутниковых расстояний. Результат приведён на рис. 2.

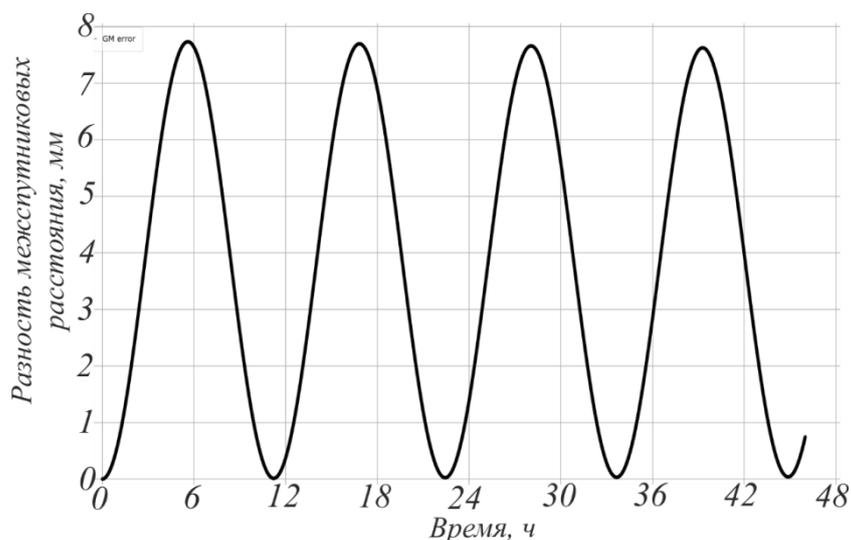


Рис. 2. Разность межспутниковых расстояний для двух разных гравитационных параметров

Амплитудный спектр приведённой разности представлен на рис. 3. Красной пунктирной линией обозначена амплитуда, соответствующая проектной погрешности межспутниковых измерений ($20 \cdot \lg(10^{-15} \text{ км}) = -300$).

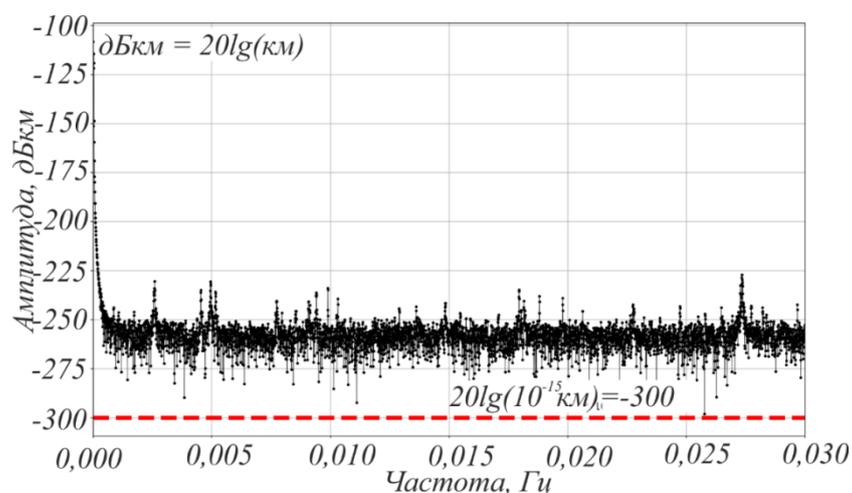


Рис. 3. Амплитудный спектр разности межспутниковых расстояний для двух разных гравитационных параметров

Исходные данные представлены в виде целых чисел двойной точности (double). Из-за ограничения количества значащих разрядов чисел двойной точности достичь пикометрового уровня в оценке точности не удалось. Для повышения точности расчётов необходимо перейти к относительным величинам. Для этого выполнено интегрирование системы дифференциальных уравнений в вариациях для обоих спутников, которые позволяют найти производные координат по уточняемым параметрам, в частности по гармоникам ГПЗ. То есть требуется оценить, как будут изменяться координаты спутника с течением времени при изменении гармоники. Для этого вычисляется разность между полученными значениями и оценивается амплитудный спектр. Используемое программное обеспечение было апробировано при уточнении ГПЗ по межспутниковым измерениям миссии GRACE [5]. Преимущество использования уравнений в вариациях по сравнению с уравнениями движений в том, что величины, которые используются в процессе расчёта, на несколько порядков меньше. В этом случае исходные данные для программы не превышают единиц метров, что позволяет уменьшить методическую погрешность как минимум на 3 порядка. В итоге точность расчётов достигает единиц пикометров.

Интегрирование выполняется с шагом 10 с на том же суточном интервале вдоль орбиты с ранее принятыми начальными условиями и относительной погрешностью гравитационной постоянной около 10^{-10} . Амплитудный спектр разности межспутниковых расстояний пары КА для двух разных гравитационных параметров, посчитанный путём интегрирования уравнений в вариациях, представлен на рис. 4.

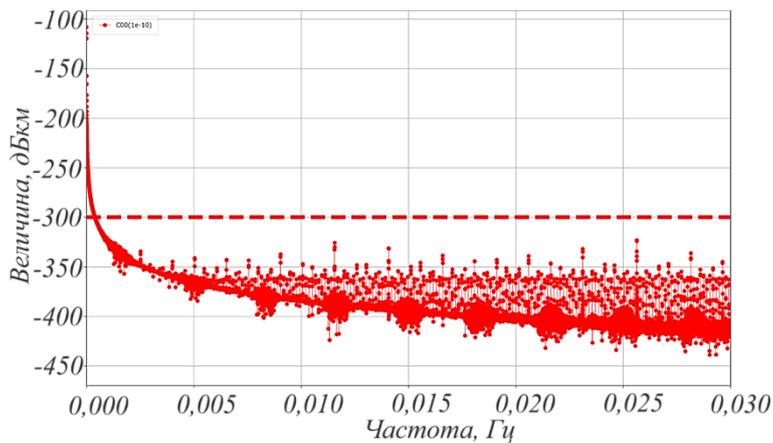


Рис. 4. Амплитудный спектр разности межспутниковых расстояний пары КА для двух разных гравитационных параметров, посчитанной путём интегрирования уравнений в вариациях

Из приведённого графика видно, что в исследуемом частотном диапазоне погрешность гравитационного параметра не вносит существенного вклада. Таким образом, возможно исключить влияние погрешности гравитационного параметра из измерений межспутниковых расстояний с погрешностью менее 10^{-12} м.

Следует отметить, что для корректного учёта возмущающего гравитационного ускорения при численном интегрировании относительных уравнений движения необходимо использовать реализацию ПО интегрирования с расширенной разрядной сеткой.

Для исключения центрального члена ГПЗ удобно использовать сферические координаты. Согласно [6], в абсолютных сферических координатах уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\lambda}^2 \cos^2 \phi = \partial U / \partial r, \\ \frac{d}{dt}(r^2 \dot{\phi}) + r^2 \dot{\lambda}^2 \sin \phi \cos \phi = \partial U / \partial \phi, \\ \frac{d}{dt}(r^2 \dot{\lambda} \cos^2 \phi) = \partial U / \partial \lambda. \end{cases}$$

Вклад погрешности координат через центральный член ГПЗ на межспутниковые измерения определяется так же, как для гравитационного параметра. При погрешности определения координат спутников ГВА «SOIGA» на уровне одного сантиметра относительная погрешность центрального члена ГПЗ составит $4 \cdot 10^{-10}$. Это примерно соответствует вкладу погрешности гравитационной постоянной и может быть учтено в измерениях с требуемой точностью.

Оценка учёта возмущение от несферичности ГПЗ

Для оценки вклада погрешности гармоник ГПЗ выше первой степени использовался тот же подход, что при оценке вклада погрешности центрального члена. Вычислены производные положения КА по гармоникам ГПЗ до 5 степени, и выполнена оценка величины вариаций межспутниковых расстояний во времени. При этом относительная погрешность гармоник ГПЗ принималась на уровне 10^{-9} . Амплитудный спектр разности межспутниковых расстояний пары КА для двух разных гравитационных параметров, обусловленный погрешностью гармоник ГПЗ, приведён на рис. 5.

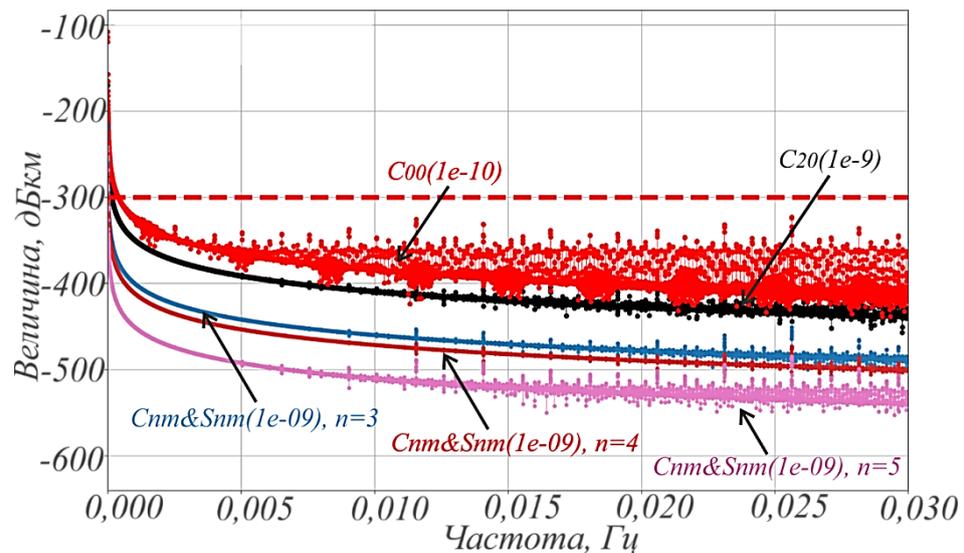


Рис. 5. Амплитудный спектр разности межспутниковых расстояний пары КА для двух разных гравитационных параметров, обусловленной погрешностью гармоник ГПЗ

Из графика амплитудного спектра можно сделать вывод, что из межспутниковых измерений возможно исключить вклад несферичности ГПЗ с погрешностью не хуже 10^{-12} м.

Оценка учёта притяжение Луны и планет

Возмущающее ускорение, вызванное притяжением Луны или другой планеты, в земной системе координат определяется следующей формулой:

$$\ddot{\mathbf{r}} = GM \left(\frac{\mathbf{s} - \mathbf{r}}{|\mathbf{s} - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}|^3} \right),$$

где GM — гравитационная постоянная планеты; \mathbf{s} — вектор положения планеты; \mathbf{r} — вектор положения КА.

При погрешности определения координат Луны на уровне 10 м неучтённое возмущающее ускорение будет составлять примерно 10^{-13} м/с², что будет приводить к изменению межспутникового расстояния за 100 с на уровне $5 \cdot 10^{-10}$ м. Так как период действия данного возмущения практически совпадает с периодом обращения КА, то его вклад в межспутниковые измерения можно учесть с требуемой точностью. Аналогичные рассуждения применимы и к остальным планетам, которые также показывают возможность исключить из измерений их вклад с соответствующей точностью.

Оценка учёта косвенного С20

Воздействие данного эффекта аналогично воздействию гармоника С20. Уровень погрешности будет определяться погрешностью определения гравитационной постоянной Луны и Солнца и погрешностью определения координат КА. Учитывая, что абсолютная величина этого эффекта составляет порядка $2 \cdot 10^{-9}$ м/с², относительная погрешность обозначенных величин составляет меньше 10^{-7} , и период этого возмущения также совпадает с периодом обращения КА. Таким образом, возможно исключить вклад косвенного С20 из межспутниковых измерений с требуемой точностью.

Оценка учёта океанического прилива Земли

Воздействие данного возмущения аналогично влиянию несферичности ГПЗ. При этом его абсолютное значение на несколько порядков меньше, а период изменения согласно лунно-солнечному приливообразующему потенциалу суточный и полусуточный. На основе этого можно сделать вывод, что вклад данного эффекта можно исключить из межспутниковых измерений с необходимой точностью.

Оценка учёта релятивистских эффектов

Ускорение, обусловленное релятивистскими эффектами, определяется следующим выражением:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^2} \left(\left(4 \frac{GM}{c^2 r} - \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{e}_r + 4 \frac{v^2}{c^2} (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_v) \mathbf{e}_v \right),$$

где \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_v — единичные векторы положения и скорости соответственно.

При погрешности определения положения КА на уровне 1 см относительная погрешность учёта данного эффекта будет находиться на уровне $4 \cdot 10^{-10}$. При этом абсолютное значение данного возмущения составляет около $3 \cdot 10^{-10}$ м/с². Кроме того, период воздействия этого возмущения совпадает с периодом КА. Это приводит к возможности исключить вклад релятивистских эффектов в измерения межспутникового расстояния с адекватной точностью.

Оценка учёта других эффектов

Остальные эффекты, а именно: неравномерность вращения Земли, смещение полюса Земли, прецессия и нутация оси вращения Земли и изменение формы Земли из-за смещения полюса — учитывая их относительно малые абсолютные величины и большие периоды, также могут быть учтены в измерениях с требуемой точностью.

Заключение

В результате выполненного анализа можно сделать вывод о том, что возмущающие ускорения гравитационной природы, оказывающие воздействие на положение бортовых пробных масс ГВА «SOIGA», могут быть учтены при измерении вариаций межспутниковых расстояний с погрешностью, не превышающей погрешность бортового интерферометра.

Таким образом, космическая гравитационно-волновая антенна «SOIGA» может осуществлять регистрацию гравитационных волн на орбите ГЛОНАСС несмотря на непосредственную близость КА к Земле.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-11022\20.

Список литературы

1. Донченко С.С., Фатеев В.Ф., Давлатов Р.А., Харламов П.Г., Карауш Е.А., Гостев Ю.В., Соколов Д.А., Лавров Е.А. Особенности высокоточной космической лазерной гравитационно-волновой антенны на основе спутников, движущихся по орбитам ГЛОНАСС // Альманах современной метрологии. — 2020. — № 3 (23). — С. 53–96.
2. Карауш Е.А., Давлатов Р.А., Донченко С.С., Гостев Ю.В., Соколов Д.А., Лавров Е.А., Харламов П.Г. Оценка возмущающих ускорений, воздействующих на космическую гравитационную волновую антенну «SOIGA-2» // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2020. — Т. 63. — № 10. — С. 907–920.
3. Донченко С.С., Давлатов Р.А., Соколов Д.А., Лавров Е.А., Скакун И.О. Состояние макетирования ключевых узлов космической гравитационно-волновой антенны SOIGA // Труды ИПА РАН. — 2021. — Вып. 56. — С. 3–13.
4. Figures and Statistics from the IGS Final GPS Orbit Combination // IGS Analysis Center Coordinator (ACC). — URL: http://acc.igs.org/igsacc_final.html.
5. Дубошин Г.Н. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. — М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1976 г. — 864 с.
6. Skakun I.O., Mitrikas V.V., Ianishevskii V.V. The Role of Non-tidal Atmospheric Loading in the Task of Gravity Field Estimation by Inter-Satellite Measurements // Part of the International Association of Geodesy Symposia book series. — Heidelberg: Springer Berlin, 2021. — P.1–6.

Статья поступила в редакцию: 30.03.2022 г.

Статья прошла рецензирование: 06.04.2022 г.

Статья принята в работу: 13.04.2022 г.