

II. Гравитационные измерения

УДК 531.719.27

**КВАНТОВЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ НИВЕЛИР
НА ЭФФЕКТЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДЕРЖКИ
СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ И ЕГО ВОЗМОЖНОСТИ****В.Ф. Фатеев***ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия,
generalfat@mail.ru*

Аннотация. Предлагается и исследуется новый тип квантового нивелира — фазовый оптический квантовый нивелир, основанный на измерении эффекта гравитационной задержки световых волн в гравитационном поле Земли. Для измерений разности гравитационных потенциалов и ортометрических высот используются две лазерные волны, которые распространяются по двум катушкам длинного оптического волокна, разнесённым по геоцентрической высоте. Определены фазовые сдвиги, вызванные влиянием истинного гравитационного поля Земли, влиянием поля сил инерции и гироскопических эффектов вследствие вращения Земли. Предложены схемы измерений, а также методы подавления мешающих эффектов. Рассмотрены направления применения прибора. Достижимая погрешность измерения ортометрической высоты при разности высот размещения катушек 100 м составляет единицы сантиметров. В приборе не используются сверхстабильные стандарты частоты и времени. Дальность действия составляет сотни километров.

Ключевые слова: разность гравитационных потенциалов, разность ортометрических высот, квантовый оптический нивелир, лазерные фазовые измерения, катушки оптического волокна.

**QUANTUM OPTICAL LEVEL ON THE EFFECT
OF GRAVITATIONAL DELAY OF A LIGHT WAVE
AND ITS CAPABILITIES****V.F. Fateev***FSUE "VNIIFTRI", Mendeleevo, Moscow region, Russia,
generalfat@mail.ru*

Abstract. A new type of quantum level is proposed and investigated — a phase optical quantum level based on measuring the effect of the gravitational delay of light waves in the Earth's gravitational field. To measure the difference in gravitational potentials and orthometric heights, two laser waves are used, which propagate along two coils of a long optical fiber spaced along the geocentric height. The phase shifts caused by the influence of the true gravitational field of the Earth, influence of the field of inertial forces and gyroscopic effects due to the rotation of the Earth are determined. Measurement plans are proposed, as well as methods for suppressing interfering effects. The directions of application of the device are considered. The achievable error in measuring the orthometric height with a height difference of 100 m for coils is a few centimeters. The instrument does not use ultra-stable frequency and time standards. The operational range is hundreds of kilometers.

Keywords: gravitational potential difference, orthometric height difference, quantum optical level, laser phase measurements, optical fiber coils.

Введение

Известны квантовые нивелиры, предназначенные для измерения разности гравитационных потенциалов и соответствующей разности ортометрических высот точек, разнесённых по поверхности Земли [1–3]. Основой таких квантовых нивелиров являются стационарные и перевозимые стандарты частоты и времени (СЧВ) со сверхвысокой стабильностью (до 10^{-17} – 10^{-18}), а также линии сверхточного сличения шкал времени СЧВ с погрешностью до единиц–десятков пикосекунд. Использование СЧВ с относительной нестабильностью 10^{-17} способно обеспечить измерение разности ортометрических высот до 10 см, а при нестабильности 10^{-18} — до 1 см. Вместе с тем создание и поддержание высоких характеристик таких измерительных комплексов представляет серьёзную научно-техническую проблему, которая не решена до сих пор.

В этой связи представляет интерес исследование более простых по конструкции квантовых нивелиров, основанных на использовании эффекта гравитационной задержки электромагнитной волны в длинной оптической линии. Использование этого эффекта принципиально не требует применения сверхстабильных СЧВ и сверхточных линий синхронизации.

Эффект гравитационной задержки следует из общей теории относительности. Если гравитационное поле создаётся медленно вращающейся сферической симметричной постоянной массой (например, Землёй, Луной, Солнцем и т.д.), то квадрат пространственно-временного интервала для рассматриваемого случая представляется в виде решения Шварцшильда [4, 5]:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2\varphi}{c^2}\right)c^2 dt^2 + \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (1)$$

где $\varphi = \mu / r$ — гравитационный потенциал поля; μ — планетоцентрическая гравитационная постоянная (для Земли $\mu_e = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$); r — расстояние от центра тела до рассматриваемой точки поля; c — скорость света в вакууме; dx, dy, dz — дифференциалы пространственных координат; dt — интервал так называемого координатного времени. Для случая распространения электромагнитной волны в гравитационном поле, когда $ds = 0$, отсюда следует выражение для интервала координатного времени распространения волны между точками, расположенными на расстоянии $dR = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{0.5}$:

$$dt = \frac{dR}{c} n^{**},$$

где $n^{**} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$ — эффективный коэффициент преломления постоянного гравитационного поля в вакууме [4, 5]. Отсюда дополнительная гравитационная задержка распространения электромагнитной волны на трассе длиной R между точками поля с планетоцентрическими высотами r_1, r_2 определяется известной формулой:

$$\Delta t = \frac{2\mu}{c^3} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{dR}{\rho}. \quad (2)$$

Причин задержки луча в гравитационном поле две: во-первых, искривление пространства, вызывающее соответствующее удлинение пути, а во-вторых — уменьшение скорости волны в поле тяготения.

Эффект гравитационного запаздывания радиолокационных сигналов в поле тяготения Солнца впервые измерен Шапиро с ошибкой менее 10 % при локализации Меркурия [6]. Впоследствии в экспериментах с искусственными космическими объектами точность измерений была повышена [7]. Так, использование измерительного радиоканала межпланетного КА Viking [8, 9], локация Луны с использованием угловых отражателей программы «Аполлон» и отражателей советских луноходов [10], а также эксперимент с использованием микроволнового канала связи с КА Cassini на его пути к Сатурну [11] позволили поднять точность измерения гравитационной задержки в поле Солнца до 0,002 %. Измерения этого эффекта в поле Земли не проводились.

Схема измерений

В статье предлагаются две схемы квантового нивелира, основанные на измерении эффекта гравитационной задержки световых волн в гравитационном поле Земли (ГПЗ). При этом используются две световые волны, каждая из которых распространяется по своей волоконно-оптической линии связи (ВОЛС). В состав каждой ВОЛС включена катушка длинного оптического волокна, а обе катушки разнесены по геоцентрической высоте. Вследствие разных значений гравитационных потенциалов в точках размещения катушек оптического волокна гравитационная задержка световых волн, а соответственно, и их фазовый набег в катушках также различаются. Эта разность фиксируется измерителем разности фаз двух световых волн на выходе фотоприёмника.

Первая схема измерений (рис. 1) включает лазер, излучающий колебания с так называемой координатной частотой ω_k , присоединённые к нему две волоконно-оптические линии связи (ВОЛС1 и ВОЛС2), в состав которых включены разнесённые по высоте h катушки волокна K1 и K2. Выходы оптических линий связи подключены к фотоприёмнику (ФП), на выходе которого измеряется разность фаз $\Delta\Phi_{12} = \Phi_2 - \Phi_1$ оптических колебаний, снимаемых с выходов ВОЛС. Длина оптического волокна в современных компактных катушках оптического волокна может достигать 100 км и более.

Оценку величины эффекта гравитационной задержки, определяемой формулой (3), проведём для схемы измерений с двумя одинаковыми катушками оптического волокна, представленной на рис. 1. Если размеры катушек пренебрежимо малы по сравнению с геоцентрическими высотами их размещения в ГПЗ, то разность эффектов задержки в двух катушках составит:

$$\Delta t_{12} = \frac{2\mu_e L}{c^3} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \approx \frac{2Lg_1 h}{c^3}, \quad (3)$$

где μ_e — геоцентрическая гравитационная постоянная; ρ_1, ρ_2 — геоцентрические высоты первой и второй катушек; $\rho_2 - \rho_1 = h$ — разность высот точек размещения катушек в ГПЗ, причём $h \ll \rho_1, \rho_2$; $g_1 = \mu_e / \rho_1^2$ — ускорение свободного падения; $L = L_1 = L_2$ — длина оптического волокна в катушках.

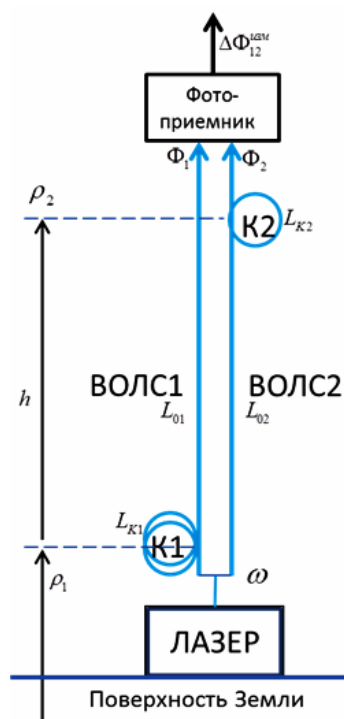


Рис. 1. Схема фазовых измерений разности гравитационных потенциалов с помощью волоконно-оптических катушек К1 и К2 с односторонним распространением лазерных лучей

Нетрудно подсчитать, что при $L = 100$ км; $h = 100$ м; $g = 9,1$ м/с² разность задержек оптических волн в двух катушках составит около 10^{-17} с. Такое малое время можно измерить только фазовым методом на лазерном излучении. На длине волны $\lambda = 1300$ нм, что соответствует частоте лазерного излучения $f_0 = 2,3 \cdot 10^{14}$ Гц (для этого излучения затухание в оптическом волокне минимально), разность фаз двух лазерных лучей составит $\Delta\Phi_{12} = 2\pi f_0 \Delta t_{12} \approx 10^{-2}$ рад.

Измерение этого малого фазового смещения целесообразно выполнять на частотной подставке, создаваемой в оптическом волокне с использованием электрооптического модулятора (ЭОМ). Достижимая погрешность измерений составляет в этом случае 10^{-6} рад.

Другая схема измерений основана на использовании отражающих покрытий на торцах используемых оптических волокон (рис. 2). При этом лазерные лучи, распространяющиеся в оптических волокнах туда и обратно, дважды проходят через одни и те же катушки оптического волокна К1 и К2. Обратные лучи, отражённые от торцов волокон, подаются на фотоприёмник с помощью волоконных ответвителей. Поскольку гравитационная задержка электромагнитной волны (3) от направления её распространения в катушках оптического волокна не зависит, то на входе фотоприёмника измеряемый гравитационный эффект задержки удваивается. Важная особенность рассматриваемой схемы измерений заключается в возможности размещения источника оптического излучения (лазера) и фотоприёмника в непосредственной близости друг от друга в одной пространственной точке. Эта особенность имеет большое практическое значение, поскольку упрощает проведение измерений.

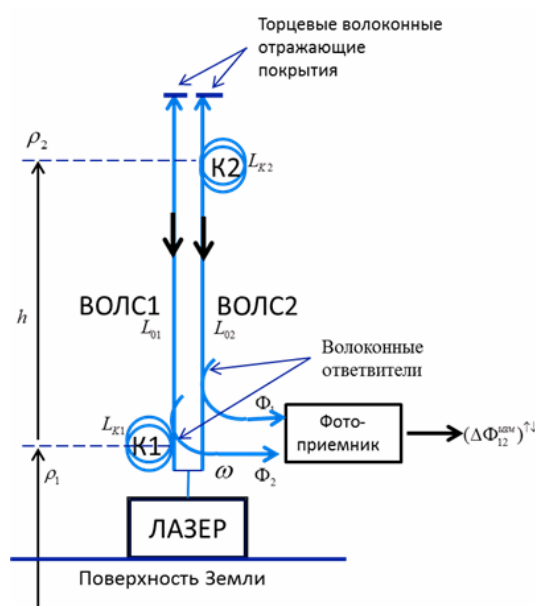


Рис. 2. Схема измерений разности гравитационных потенциалов с отражением лазерного излучения от торцов волокна

Основные релятивистские соотношения для схемы измерений с односторонним распространением лазерных лучей

Фазовые эффекты распространения оптических волн в неподвижных относительно Земли ВОЛС рассмотрим в системе отсчёта ITRS, вращающейся вместе с Землёй, применительно к схеме измерений с односторонним распространением лазерных лучей (рис. 1). При этом, кроме влияния гравитационного поля Земли, учитывается влияние полей инерции, наведённых вращением Земли (потенциалов центробежных сил, а также гироскопических эффектов). Приливные гравитационные потенциалы Луны и Солнца пока не учитываем.

Приращение фазы световой волны в световоде, находящемся в постоянном гравитационном поле, определим из соотношения [12]:

$$d\Phi = \omega_k dt - \frac{\omega_k}{c} \vec{n}^{**} d\vec{R}, \quad (4)$$

где dt , ω_k — дифференциал координатного времени и координатная частота лазерного излучения соответственно; c — скорость света в вакууме; $d\vec{R}$ — дифференциал расстояния вдоль трассы распространения волны; $\vec{n}^{**}$ — эффективный коэффициент преломления световода в гравитационном поле Земли и в поле вращающейся системы отсчёта ITRS, который в пренебрежении эффектами порядка $1/c^3$ определяется формулой [12, 13]:

$$\vec{n}^{**} = n_{\odot} \vec{e} \left\{ 1 + \frac{2\varphi}{c^2} + \frac{[\vec{\Omega} \vec{R}]^2}{2c^2} + \frac{1}{2c^2} ([\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e})^2 \right\} + \frac{1}{c} [\vec{\Omega} \vec{R}]. \quad (5)$$

Здесь $\vec{\Omega}$ — угловая скорость Земли; $\vec{R}$, $\vec{e}$ — текущий радиус-вектор и орт волны, распространяющейся в ВОЛС; φ — гравитационный потенциал Земли; $n_{\odot}$ — коэффициент преломления оптического волокна на выбранной частоте лазера. Второй член в фигурной скобке определяет рассмотренную выше гравитационную задержку в поле тяготения Земли, третий и четвёртый члены — задержку, вызванную центробежным потенциалом во вращающейся системе ITRS. Последний член определяет гироскопическую задержку световой волны, неизбежно возникающую в кольцевых катушках оптического волокна, находящихся на поверхности вращающейся Земли.

Используя предыдущие соотношения, определим фазу волны на трассе распространения от излучателя (лазера) до входа фотоприёмника. При этом условимся, что индекс $i = 1, 2$ обозначает соответствующие волны 1 и 2; длины L_{01} , L_{02} обозначают длину трассы распространения волн в соответствующих ВОЛС, исключая накопительные катушки $K1$ и $K2$; L_{K1} , L_{K2} — длина ВОЛС в катушках $K1$ и $K2$. Коэффициенты преломления ВОЛС на обеих трассах распространения в ВОЛС1 и ВОЛС2 считаем разными и равными $n_{\odot i}$.

В результате фазовый набег на трассах 1 и 2 составит:

$$\Phi_i = \omega_k \Delta t + \Phi_{L0i} + \Phi_{Ki} + \Phi_{Ki}^{\varphi} + \Phi_{Ki}^{\Omega^2} + \Phi_{Ki}^{(\Omega Re)^2} + \Phi_{Ki}^{\Omega}, \quad (6)$$

где:

$$\Phi_{L0i} = -\frac{\omega_k}{c} n_{\odot i} L_{0i} \quad (7)$$

— фазовый набег в ВОЛС на длине волокна L_{0i} ;

$$\Phi_{LK i} = -\frac{\omega_k}{c} n_{\odot i} L_{K i} \quad (8)$$

— фазовый набег на длине волокна L_{Ki} в катушке ВОЛС;

$$\Phi_{Ki}^{\varphi} = -\frac{2\omega_k \mu n_{\odot i}}{c^3} \int_{L_{Ki}} \frac{1}{\rho_i} dR = \frac{2\omega_k \mu n_{\odot i}}{c^3 \rho_i} L_{Ki} \quad (9)$$

— фазовый набег за счёт гравитационной задержки в катушке ВОЛС длиной L_{Ki} . При этих вычислениях считаем катушки ВОЛС точечными объектами, поскольку их размеры существенно меньше измеряемой высоты. Поэтому вдоль трассы волны в катушке ВОЛС $\rho_i = \text{const}$, а далее: $\int_{L_{Ki}} \frac{1}{\rho_i} dR = \frac{1}{\rho_i} \int_{L_{Ki}} dR = \frac{L_{Ki}}{\rho_i}$;

$$\Phi_{Ki}^{\Omega^2} = -\frac{\omega_k n_{\odot i}}{2c^3} \int_{L_{Ki}} \Omega^2 \rho_i^2 \cos^2 \psi_i dR = \frac{\omega_k n_{\odot i} L_{Ki}}{2c^3} \Omega^2 \rho_i^2 \cos^2 \psi_i \quad (10)$$

— фазовый набег за счёт влияния центробежного потенциала вращающейся Земли в точке размещения катушек ВОЛС. Здесь ψ_i — геоцентрическая широта размещения катушки ВОЛС;

$$\Phi_{Ki}^{(\Omega R e)^2} = -\frac{\omega_k n_{\odot i}}{2c^3} \int_{L_{Ki}} \left([\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e}_i \right)^2 dR \quad (11)$$

— вторая составляющая фазового набег за счёт центробежного потенциала, зависящая от направления распространения волн $\vec{e}_i$ в катушках;

$$\Phi_{Ki}^{\Omega} = -\frac{\omega_k}{c^2} \int_{L_{Ki}} [\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e} dR = \frac{\omega_k}{c^2} \int_{L_{Ki}} [\vec{\Omega} \vec{R}] d\vec{R} = \frac{2\omega_k}{c^2} \vec{\Omega} \vec{S}_{Ki} \quad (12)$$

— фазовый набег за счёт гироскопической задержки световой волны (эффект Саньяка) в катушках оптического волокна. Здесь $\vec{S}_{Ki}$ — вектор полной площади кольцевого контура, охватываемого волокном в катушке. Величина площади контура пропорциональна радиусу и количеству витков намотки волокна, а направление вектора перпендикулярно плоскости контура намотки. Важно отметить, что знак этой задержки зависит от направления распространения (вектора $\vec{e}$), а величина эффекта, согласно теории волоконных гироскопов, не зависит от коэффициента преломления ВОЛС.

На основе приведённых формул определим измеряемую разность фаз двух световых волн с индексами 2 и 1 на входе фотоприёмника через разности фаз, составляющих формулы (6), определяемых индексом «21»:

$$(\Delta\Phi_{21}^{\text{изм}})^{\uparrow} = \Phi_2 - \Phi_1 = \left(\Delta\Phi_{K_{21}}^{\varphi} + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega^2} \right) + \Delta\Phi_{L_{0_{21}}} + \left(\Delta\Phi_{K_{21}}^{(\Omega R e)^2} + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega} \right) + \Delta\Phi_{L_{K_{21}}}, \quad (13)$$

где индекс $\uparrow$ относится к схеме измерений с односторонним распространением лучей (рис. 1).

В этом соотношении полезным является первое слагаемое в правой части $\delta\Phi_{K_{21}}^h = \Delta\Phi_{K_{21}}^\varphi + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega^2}$, которое определяется искомой разностью гравитационных потенциалов и ортометрических высот h двух катушек волокна.

Остальные фазовые смещения представляют помехи измерениям, и их необходимо либо точно измерить во время калибровок и затем учесть при вычислении полезного эффекта, либо привести к минимально возможным значениям путём компенсации по результатам калибровок перед началом измерений.

Методы калибровки перед измерениями

Проанализируем полученную формулу (13) с точки зрения подавления мешающих фазовых смещений путём их калибровок.

1. Первую составляющую выражения (13), определяющую фазовую задержку на линейной части трассы ВОЛС «лазер — ФП», представим на основе (7) в виде:

$$\Delta\Phi_{L_{021}} = \Phi_{L_{02}} - \Phi_{L_{01}} = \frac{\omega_k}{c}(n_{\odot 1}L_{01} - n_{\odot 2}L_{02}).$$

Эту составляющую можно откалибровать, соединив для измерений на прямую оптические волокна двух используемых ВОЛС с выхода лазера на вход фотоприёмника, исключив из схемы измерений катушки $K1$ и $K2$. В результате измерений эта фазовая составляющая получает калиброванное значение, которое учитывается при последующих измерениях:

$$\Delta\Phi_{L_{021}} = \frac{\omega_k}{c}(n_{\odot 1}L_{01} - n_{\odot 2}L_{02}) = \Delta\Phi_{L_{021}}^K. \quad (14)$$

Калибровочную разность фаз (14) можно свести к минимально возможной путём введения дополнительной задержки $\Delta\Phi_{L_{021}}^3 = -\Delta\Phi_{L_{021}}^K$. Её можно создать с помощью регулируемой оптической линии задержки или волоконно-оптического фазовращателя (например, [14]). Компенсирующая задержка $\Delta\Phi_{L_{021}}^3$ вводится в одну из двух оптических трасс ВОЛС «лазер — фотоприёмник» и сводит разность фаз (14) к минимально возможной погрешности компенсации $\delta\Phi_{L_{021}}^K \leq 10^{-6}$ рад:

$$\Delta\Phi_{L_{021}} = \frac{\omega_k}{c}(n_{\odot 1}L_{01} - n_{\odot 2}L_{02}) + \Delta\Phi_{L_{021}}^3 = \delta\Phi_{L_{021}}^K. \quad (15)$$

2. Рассмотрим возможность устранения влияния паразитных гироскопических фазовых набегов, вызванных вращением катушек ВОЛС вместе с Землёй (слагаемые выражения (13) во второй скобке, определяемые формулами (11) и (12)):

$$\Delta\Phi_{K\Omega} = \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega_{Re}} + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega} = \frac{\omega_k}{2c^3} \left\{ n_{\odot 1} \int_{L_{K1}} \left([\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e}_1 \right)^2 dR - n_{\odot 2} \int_{L_{K2}} \left([\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e}_2 \right)^2 dR \right\} + \frac{2\omega_k \vec{\Omega}}{c^2} (\vec{S}_{K1} - \vec{S}_{K2}), \quad (16)$$

где $\vec{e}_{1,2}$ — орты оптических волн 1, 2 в катушках $K1$ и $K2$; $\vec{\Omega}$ — вектор угловой скорости Земли; $\vec{S}_{K1,2}$ — векторы суммарной площади намотки волокна в соответствующих катушках, которые всегда ортогональны плоскости намотки. Важно отметить, что первая составляющая соотношения (16), пропорциональная $1/c^3$, существенно меньше второй, пропорциональной $1/c^2$.

Анализ слагаемых соотношения (16) позволяет предложить следующие пути снижения этих помеховых смещений.

- Необходимо обеспечить ортогональность векторов $[\vec{\Omega} \vec{R}]$ и $\vec{e}$ во всех точках намотки волокна на катушках во время измерений. При этом скалярное произведение этих векторов $[\vec{\Omega} \vec{R}] \vec{e} = 0$ и все составляющие формулы (16) обращаются в нуль. Это достигается размещением оси намотки каждой катушки по линии «восток — запад» (т.е. вдоль векторов $[\vec{\Omega} \vec{R}]$ и $\vec{S}_{K1,2}$). При этом плоскости контуров намотки перпендикулярны поверхности Земли и касательной к окружности вращения точки размещения катушки на Земле (рис. 3). Векторы $[\vec{\Omega} \vec{R}]$, $\vec{e}$ в любой точке волокна взаимно перпендикулярны, а соотношение (16) обращается в нуль.

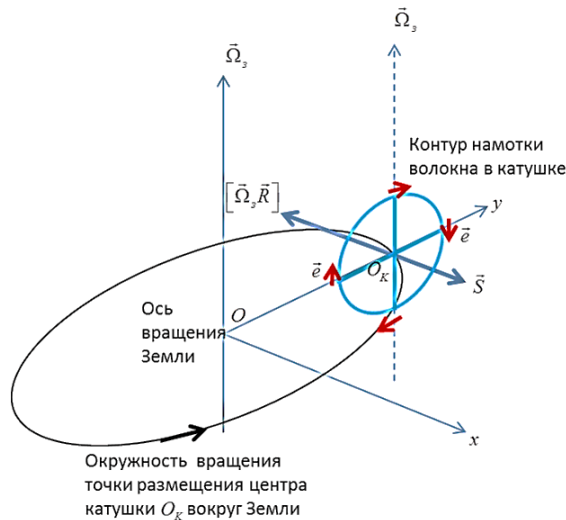


Рис. 3. Схема размещения катушек оптического волокна гравипотенциометра для минимизации гироскопических эффектов, вызванных вращением Земли

- Поскольку второе слагаемое соотношения (16) при тех же размерах катушки существенно больше первого, то для увеличения эффекта подавления гироскопического фазового эффекта (12) дополнительно предлагается использование бифилярной намотки волокна на катушку. При этом в каждой половине длины волокна каждой катушки направления распространения волн противоположны, т.е. $\vec{e}_\uparrow = -\vec{e}_\downarrow$. При такой намотке гироскопические эффекты в каждой половине волокна одинаковы по величине и противоположны по знаку, а общий разностный гироскопический эффект снижается на несколько порядков.
 - Наконец окончательную калибровку условий подавления гироскопических эффектов в обеих катушках перед выходом на измерения можно провести на вращающемся столе. При этом окончательно выставляются углы ориентации плоскостей обеих катушек для достижения условия подавления мешающих гироскопических эффектов с фазовой погрешностью $\delta\Phi_{K\Omega} \leq 10^6$ рад.
3. Проведём калибровку разностного фазового набегу на длине волокон в двух катушках волокна $K1$ и $K2$. Для этого вычислим разность фаз, определяемых суммой первого и последнего слагаемых в формуле (13) для общего случая, когда катушки волокна разнесены по высоте h :

$$\Delta\Phi_{Kh} = \Delta\Phi_{LK_{21}} + \Delta\Phi_{K_{21}}^\Phi + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega^2}. \quad (17)$$

Принимая для упрощения вычислений условия $h \ll \rho_1$, $\psi_1 \approx \psi_2$, на основе формул (8)–(10) получаем:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{Kh} = \frac{\omega_k}{c^3} & \left(1 + \frac{2\mu}{c^2 \rho_1} + \frac{\Omega^2 \rho_1^2 \cos^2 \psi_1}{2} \right) (n_{\odot 1} L_{K1} - n_{\odot 2} L_{K2}) + \\ & + \frac{\omega_k}{c^3} (n_{\odot 2} L_{K2}) (2g_1 - a_{\Omega 1}) h, \end{aligned} \quad (18)$$

где $g = \mu/\rho_1^2$; $a_{\Omega 1} = \Omega^2 \rho_1 \cos \psi_1$ — соответственно гравитационное и центробежное ускорения в точке размещения катушки $K1$.

Первое слагаемое полученного фазового сдвига зависит от разности оптических длин волокон в катушках $K1$ и $K2$, второе слагаемое — от искомой разности высот размещения этих катушек.

Чтобы исключить из дальнейших измерений влияние фазового сдвига, определяемого разностью оптических длин волокон в двух катушках, разместим обе катушки в непосредственной близости от лазерного источника на одной и той же геоцентрической высоте $\rho_1 = \rho_2$, что соответствует разности высот $h = 0$. В результате соотношение (18) принимает вид:

$$\Delta\Phi_{Kh=0} = \frac{\omega_k}{c^3} \left(1 + \frac{2\mu}{c^2 \rho_1} + \frac{\Omega^2 \rho_1^2 \cos^2 \psi_1}{2} \right) (n_{\odot 1} L_{K1} - n_{\odot 2} L_{K2}). \quad (19)$$

Отсюда следует, что минимизация этого фазового смещения при калибровке достигается при выполнении условия равенства оптических длин обеих катушек волокна, т.е. при условии:

$$(n_{\odot 1} L_{K_1} - n_{\odot 2} L_{K_2}) \approx 0. \quad (20)$$

Достичь этого калибровочного условия можно двумя путями:

- с помощью вводимой регулируемой оптической задержки или волоконно-оптических фазовращателей в одну или обе катушки K_1 или K_2 ;
- искусственным введением разности температур термостатированных катушек. После достижения условия (20) установленное значение температуры каждой катушки поддерживается термостатом.

При выполнении этих мероприятий значение калибровочной разности фаз в катушках волокна можно свести к минимальной погрешности компенсации $\delta\Phi_{Kh=0}^K \leq 10^{-6}$ рад.

Основные соотношения для схемы измерений с отражением от торцов оптического волокна

Особенность схемы измерений, представленной на рис. 2, заключается в том, что лазерные лучи, отражённые от торцов оптических волокон, проходят тот же оптический путь до фотоприёмника, но в обратном направлении. Поэтому в отсутствие невзаимности преломляющих свойств волокна суммарные фазовые набег, определяемые формулами (7)–(10), удваиваются. Вместе с тем гироскопические составляющие (11) и (12), зависящие от знака единичного вектора волны $\vec{e}$ в направлении «туда» и «обратно» ($+\vec{e} \uparrow$, $-\vec{e} \downarrow$), имеют разные знаки для двух направлений и на входе фотоприёмника полностью компенсируются. В результате формула (13) для данной схемы измерений принимает вид:

$$(\Delta\Phi_{21}^{\text{изм}})^{\uparrow\downarrow} = \Phi_2 - \Phi_1 = 2\left(\Delta\Phi_{K_{21}}^{\Phi} + \Delta\Phi_{K_{21}}^{\Omega^2}\right) + 2\Delta\Phi_{L_{0_{21}}} + 2\Delta\Phi_{LK_{21}}, \quad (21)$$

где обозначения те же, что и в формуле (13); верхний индекс $\uparrow\downarrow$ относится к схеме с отражением лучей от торца волокна.

Основные калибровки фазовых задержек на линейной части трассы ВОЛС $2\Delta\Phi_{L_{0_{21}}}$, а также фазовых задержек в катушках волокна $2\Delta\Phi_{LK_{21}}$ выполняются так же, как и для схемы на рис. 1.

Оценка ожидаемой погрешности измерений

Оценку ожидаемой погрешности измерений проведём применительно к схеме, представленной на рис. 1. После проведения перечисленных калибровок разместим катушки волокон K_1 и K_2 оптического квантового нивелира стационарно в двух точках измерений, разнесённых на ортометрическую высоту h , в соответствии с рис. 1 и 3. При выполнении условия калибровки (20) соотношение (18) принимает вид:

$$(\Delta\Phi_{Kh}^{\text{изм}})^{\uparrow} = \frac{\omega_k}{c^3} L_{K_2}^{n_2} (2g_1 - a_{\Omega_1})h, \quad (22)$$

где $L_{K_2}^{n_2} = n_{\Omega_2} L_{K_2}$ — оптический путь лазерного луча в катушке K_2 ; $(\Delta\Phi_{Kh}^{\text{изм}})^{\uparrow}$ — измеряемая разность фаз, несущая информацию о разности высот двух катушек.

Оптический путь $L_{K_2}^{n_2}$ определяется перед началом измерений путём дополнительной специальной калибровки с помощью лазерного дальномера. Эксперименты показывают, что погрешность измерений времени задержки лазерного луча в волокне составляет десятки пикосекунд [15], что при длине ВОЛС 100 км даёт относительную погрешность измерений оптического пути 10^{-7} – 10^{-8} . Такая точность вполне достаточна для реализации данного измерителя разности гравитационных потенциалов и высот. Другой, но менее точный путь нахождения калиброванного значения оптического пути $L_{K_2}^{n_2}$ состоит в определении его из формулы (21) по результатам измерений разности фаз при известной калиброванной разности высот размещения катушек.

Для схемы с отражением лазерных лучей от торцов волокна (рис. 2) при выполнении условий калибровки (15) и (20) соотношение для измеряемого информативного фазового смещения по аналогии с (22) принимает вид:

$$(\Delta\Phi_{Kh}^{\text{изм}})^{\uparrow\downarrow} = \frac{2\omega_k}{c^3} L_{K_2}^{n_2} (2g_1 - a_{\Omega_1})h, \quad (23)$$

откуда определяется искомая высота h . Как видно из этого соотношения, полезный сигнал из-за двукратного прохождения катушек волокна увеличился вдвое. Как и в предыдущем случае, оптический путь $L_{K_2}^{n_2}$ определяется перед началом измерений путём дополнительной специальной калибровки с помощью лазерного дальномера.

Прежде чем перейти к оценке величины гравитационного фазового сдвига и точности измерений в схеме измерений, представленной на рис. 1, перейдём в формуле (22) от координатной частоты, рассчитываемой для точки вне гравитационного поля, к собственной, или измеряемой (истинной), частоте лазерного излучения, соответствующей точке на поверхности Земли. Как известно, собственная (измеряемая) частота лазерного излучения ω определяется через координатную частоту излучения ω_k и гравитационный потенциал на Земле $\varphi_1 = \mu / \rho_1$ из следующего соотношения [4]:

$$\omega_k = \omega \left(1 - \frac{\varphi_1}{c^2} \right) \approx \omega (1 - 6,9 \cdot 10^{-10}).$$

Производя соответствующую замену обозначений частот, формулу (22) без потери в точности приводим к окончательному виду:

$$(\Delta\Phi_{Kh}^{\text{изм}})^{\uparrow} = \frac{\omega}{c^3} (1 - 6,9 \cdot 10^{-10}) L_{K_2}^{n_2} (2g_1 - a_{\Omega_1})h \approx \frac{\omega}{c^3} L_{K_2}^{n_2} (2g_1 - a_{\Omega_1})h. \quad (24)$$

Отсюда находится искомая разность ортометрических высот двух катушек и соответствующая разность гравитационных потенциалов:

$$h = \frac{(\Delta\Phi_{Kh}^{изм})^{\uparrow} c^3}{\omega L_{K_2}^{n_2} (2g_1 - a_{\Omega_1})}; \quad (25)$$

$$\Delta\varphi_{21} = (g_1 - 0,5a_{\Omega_1})h.$$

Оценку величины гравитационного фазового смещения (24) проведём при следующих исходных данных: $\psi_1 = 50^\circ$; $\rho_1 = 6,37 \cdot 10^6$ м; $g = 9,81$ м/с; $h = 100$ м; $n_{\odot} = 1,5$; $L_K = 10^5$ м. Длину волны лазерного излучения выберем равной $\lambda = 1300$ нм, поскольку при этом обеспечивается минимальное затухание в волокне. Этой длине волны соответствуют собственные циклическая и круговая частоты излучения: $f = 2,3 \cdot 10^{14}$ Гц, $\omega = 1,44 \cdot 10^{15}$ Гц. Кроме того, при оценках пренебрегаем центробежным ускорением, поскольку даже на экваторе его влияние на три порядка меньше, чем влияние гравитационного ускорения (см. выражение в скобках в формуле (24)). В результате из формулы (22) имеем:

$$(\Delta\Phi_{Kh}^{изм})^{\uparrow} = \frac{2\omega}{c^3} L_{K_2}^{n_2} g_1 h \approx 0,015 \text{ рад}.$$

При оценке погрешности определения разности высот по формуле (25) зададимся случайной среднеквадратической погрешностью измерений фазового смещения 10^{-6} рад. С учётом погрешностей проведённых ранее калибровок, каждая из которых не превышает 10^{-6} рад, суммарную случайную погрешность измерений примем равной $\sigma\Phi_{Kh}^{изм} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ рад. В результате, учитывая, что $g_{\Omega_2} \ll g$, находим погрешности определения разности ортометрических высот и разности потенциалов гравитационного поля Земли между точками размещения катушек K_2 и K_1 :

$$\sigma h \approx h \frac{(\sigma\Phi_{Kh}^{изм})^{\uparrow}}{(\Delta\Phi_{Kh}^{изм})^{\uparrow}} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 2 \text{ см},$$

$$\sigma\varphi \approx g_1 \cdot \sigma h \approx 0,2 \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

что соответствует вполне востребованным характеристикам практических геодезических измерений. При этом длина ВОЛС ограничена только мощностью излучения и может достигать сотен километров, а при наличии промежуточных усилителей сигнала — до нескольких тысяч километров.

Предлагаемый измерительный комплекс квантового нивелира на основе ВОЛС можно назвать лазерным гравипотенциометром. По сравнению с классическими геодезическими лазерными нивелирами он обладает следующими преимуществами:

- высокой дальностью действия, ограниченной только наличием пары оптических волокон в ВОЛС необходимой длины. При современном уровне развития ВОЛС дальность действия может составлять сотни и даже тысячи километров;
- высокой точностью, которая слабо зависит от расстояния;
- простотой конструкции по сравнению с другими типами радиочастотных квантовых нивелиров (например, [1–3]), поскольку не требует наличия сверхстабильных СЧВ. Требуемая нестабильность лазера гравипотенциометра составляет 10^{-10} – 10^{-11} , что практически реализуемо уже в настоящее время.

В связи с этим, наилучшее применение рассматриваемый прибор найдёт в тех условиях, где применение современных лазерных нивелиров затруднительно:

- при геодезическом обеспечении глубоководных работ;
- в глубоких шахтах с протяжёнными боковыми штреками переменной глубины;
- в горной местности с чередующимися хребтами и ущельями.

Заключение

Таким образом, эффект гравитационной задержки в гравитационном поле Земли может быть измерен с помощью квантового лазерного нивелира нового типа. Такая измерительная система основана на использовании лазера и фазометра, которые соединены ВОЛС с двумя катушками длинного оптического волокна, разнесёнными по высоте. Другое название такого прибора — лазерный гравипотенциометр, поскольку с его помощью возможно измерение разности гравитационных потенциалов и разности ортометрических высот двух разнесённых точек на поверхности Земли.

Фазовый квантовый нивелир может быть реализован как на основе прямых лазерных лучей, распространяющихся в ВОЛС между пространственно разнесёнными лазером и фотоприёмником, так и на основе лучей, отражённых от торцов используемых оптических волокон. Во втором случае оптические лучи дважды проходят путь «лазер — фотоприёмник» («туда» и «обратно»), гироскопические эффекты в катушках волокна на обратном пути полностью компенсируются, а полезный гравитационный эффект удваивается, снижая погрешность измерений.

Квантовый нивелир на длинных ВОЛС по сравнению с классическими лазерными нивелирами и другими типами квантовых нивелиров, например [1–3], обладает рядом преимуществ:

- высокой достижимой точностью измерений разности потенциалов и ортометрической высоты (погрешность — единицы см);
- большой дальностью действия (до сотен и тысяч км);
- слабой зависимостью погрешности от расстояния;

- простотой конструкции по сравнению с радиочастотными квантовыми нивелирами, поскольку не требует наличия сверхстабильных стандартов частоты и времени. Требования к нестабильности используемых лазеров вполне соответствуют современным достижениям лазерной техники.

Вместе с тем прибор перед началом измерений требует проведения целого ряда высокоточных фазовых калибровок, в частности, калибровку оптических длин соединительных ВОЛС, калибровку разности оптических длин ВОЛС в катушках волокна, а также специальную калибровку для подавления гироскопических эффектов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-11023.

Список литературы

1. Фатеев В.Ф., Жариков А.И., Сысоев В.П., Рыбаков Е.А., Смирнов Ф.Р. Об измерении разности гравитационных потенциалов Земли с помощью переносимых квантовых часов // ДАН. — 2017. — Т. 472. — № 2.
2. Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Донченко С.С. Измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром // Измерительная техника. — 2022. — № 2. — С. 22–27.
3. Müller J., Dirx D., Kopeikin S.M. et al. High Performance Clocks and Gravity Field Determination // Space Sci Rev. — 2018. — V. 214. — P. 5.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — М.: Наука, 1967. — 460 с.
5. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 564 с.
6. Shapiro I.I. Fourth test of General Relativity // Physical Review Letters. — 1964. — V. 13. — P. 789–790.
7. Турышев В.Г. Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // УФН. — 2009. — Т. 179. — № 1. — С. 3–34.
8. Шапиро И., Резинберг Р., МкНил Р. и др. Релятивистский эксперимент «Викинг» // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. — М.: Наука, 1979. — С. 572.
9. Shairo I.I., Counselman C.C., King R.W. // Physical Review Letters. — 1976. — V. 36. — P. 555.
10. Williams J.G., Turyshev S.G., Boggs D.H. Progress in Lunar Laser Ranging Tests of Relativistic Gravity // Phys. Rev. Lett. — 2004. — V. 93.
11. Bertotti B., Iess L., Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft // Nature. — 2003. — V. 425. — P. 374–376.
12. Фатеев В.Ф. Релятивистская метрология околоземного пространства-времени: монография. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. — 439 с.

13. Фатеев В.Ф. Преломляющие свойства гравитационной сферы Земли во вращающихся системах отсчёта // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2013. — № 5. — Т. 18. — С. 73–82.
14. Оптические фазовращатели // Специальные Системы. Фотоника. — URL: <https://sphotronics.ru/catalog/photonic-time-delays/>.
15. Колмогоров О.В., Прохоров Д.В., Донченко С.С. Результаты разработки и исследований систем сравнения и синхронизации шкал времени пространственно удалённых эталонов, использующих волоконно-оптические линии связи // Фотон-экспресс. — 2019. — № 6 (158). — С. 83–84.

Статья поступила в редакцию: 31.05.2022 г.

Статья прошла рецензирование: 01.06.2022 г.

Статья принята в работу: 25.07.2022 г.