

II. Приборы навигации

УДК 006.927

**КОСМИЧЕСКИЙ КВАНТОВЫЙ НИВЕЛИР
И ЕГО ВОЗМОЖНОСТИ ПРИ СОЗДАНИИ
ГЛОБАЛЬНОЙ ВЫСОТНОЙ ОСНОВЫ****В.Ф. Фатеев**

ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия,
generalfat@mail.ru

Аннотация. Предлагается создание космического квантового нивелира на основе проектируемой Российской орбитальной станции на околополярной орбите. Нивелир предназначен для определения разности гравитационных потенциалов и ортометрических высот между любыми точками на поверхности Земли, в том числе на островах Арктики. В основе измерений лежат эффекты гравитационного замедления времени и гравитационного смещения частоты. Квантовый нивелир основан на использовании наземных и бортовых высокостабильных стандартов частоты и времени, а также наземных квантово-оптических систем и радиотехнических систем с компенсацией эффекта Доплера 1-го порядка. Проведён обзор известных технических решений, развита релятивистская теория измеряемых эффектов, а также оценена ожидаемая точность измерения разности ортометрических высот.

Ключевые слова: квантовый нивелир, Российская орбитальная станция, релятивистское смещение шкалы времени, гравитационное смещение частоты.

**SPACE QUANTUM LEVEL AND ITS CAPABILITIES
IN DEVELOPING A GLOBAL HIGH-ALTITUDE BASIS****V.F. Fateev**

FSUE "VNIIFTRI" Mendeleevo, Moscow region, Russia,
generalfat@mail.ru

Abstract. It is proposed to develop a space quantum level on the basis of the projected Russian orbital station in near-polar orbit. The level is designed to determine the difference in gravitational potentials and orthometric heights between any points on the Earth's surface, including the islands of the Arctic. The measurements are based on the effects of gravitational time dilation and gravitational frequency shift. The quantum level is based on the use of ground-based and on-board highly stable time and frequency standards, as well as ground-based quantum optical systems and radio engineering systems with first order Doppler effect compensation. A review of known technical solutions has been carried out, a relativistic theory of measurable effects has been developed, and the expected accuracy of measuring the difference in orthometric heights has been estimated.

Keywords: quantum level, Russian orbital station, relativistic time scale shift, gravitational frequency shift.

Введение

Арктическая зона Российской Федерации охватывает как сухопутные территории, так и морские акватории, включающие шельфовые области Северного Ледовитого океана с множеством островов. Несмотря на огромную площадь, она намного слабее обеспечена в геодезическом отношении, чем остальная территория РФ [1]. Важнейшей составляющей геодезического обеспечения Арктики являются создание и поддержание высокоточной системы отсчёта высот, или высотной основы. Возрастающее стратегическое значение арктических регионов РФ в настоящее время и в перспективе (добыча и транспортировка нефти и газа, обеспечение трассы Северного морского пути, поиск полезных ископаемых и др.) предполагает повышение точности создания высотной основы. Это обеспечивается как развитием существующих, так и разработкой новых методов и средств определения аномалий высот.

В данной статье для создания высокоточной высотной основы Арктического региона предлагается использование перспективной Российской орбитальной станции (РОС), наземных и бортовых высокостабильных квантовых часов, а также наземных радиотехнических и лазерных измерительных средств «Земля — борт».

Постановка задачи исследования

В 2015 г. на Пражской конференции Международной ассоциацией геодезии (IAG) была принята специальная резолюция «Об определении и реализации международной системы отсчёта высот (IHRС)» [2]. Согласно этой резолюции, за опорную поверхность при определении высоты следует принять эквипотенциальную поверхность геоида, а высоту любой точки на Земле отсчитывать относительно неё. Эти высоты предлагается определять через эквивалентную разность гравитационных потенциалов $\Delta C_G = \varphi_0 - \varphi_m$, которая называется геопотенциальным числом. Здесь $\varphi_0 = 6,26368534 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ — гравитационный потенциал на поверхности геоида, который является величиной постоянной для любой широты и долготы; φ_m — потенциал в исследуемой точке, значение которого определяется пространственными координатами точки в Международной земной системе координат ITRF.

На основе этой резолюции с 2017 года в IAG созданы специальный сервис IHRС и рабочая группа по его реализации, главной задачей которых является установление единой глобальной высокоточной системы высот.

Согласно общей теории относительности, физическими эффектами, непосредственно связанными с разностью гравитационных потенциалов, являются эффект гравитационного смещения частоты δf_{Gr} и эффект гравитационного замедления времени (смещения шкалы времени) $\delta \tau_{Gr}$ [3, 4], которые в первом приближении линейно связаны с разностью ортометрических высот в двух точках на поверхности Земли H :

$$\frac{\delta f_{Gr}}{f_0} = \frac{\delta \tau_{Gr}}{\tau_0} \approx \frac{gH}{c^2},$$

где f_0 , τ_0 — частота излучения СЧВ и интервал наблюдения соответственно; g — ускорение свободного падения в точке измерений; c — скорость света.

Эти эффекты в настоящее время измеряются с помощью высокостабильных стандартов частоты и времени (СЧВ).

Комплекс средств, необходимых для измерения геопотенциального числа и соответствующей разности ортометрических высот, включает два разнесённых СЧВ, соединённых радиотехническими или оптическими каналами сличения шкал времени и частоты. Такой комплекс можно назвать *гравипотенциометром*, или *квантовым нивелиром*. При этом в квантовых нивелирах, основанных на измерении эффекта замедления времени, используются высокостабильные квантовые часы (КЧ) — хранители шкал времени [5, 6]. Для измерения гравитационного смещения частоты используются микроволновые КЧ с высокостабильной частотой задающего генератора [7, 8], в том числе водородные КЧ с двойной сортировкой атомов [9], а также — оптические стандарты частоты (ОСЧ) [10]. При относительной нестабильности КЧ и ОСЧ 10^{-16} – 10^{-17} погрешность измерения разности ортометрических высот составляет 0,1–1 м, что обещает значительное повышение точности создания единой высотной основы Арктики.

По сравнению с классическим нивелиром, погрешность квантового нивелира слабо зависит от расстояния между исследуемыми точками на поверхности Земли. Каналы сличения шкал времени и частоты СЧВ реализуются с использованием сигналов ГНСС [5, 6], ВОЛС [7, 8], а также с помощью метода релятивистской синхронизации [11, 12]. Особые перспективы повышения точности открывает использование квантово-оптических систем (КОС) «Земля — космос» [13].

Распределённая по большой территории сеть квантовых нивелиров может использоваться для начального измерения и непрерывного мониторинга разности геопотенциальных чисел и соответствующей разности ортометрических высот между удалёнными точками этой территории. С целью гравитационного мониторинга в Европе на основе ВОЛС соединены несколько научных центров, в России такую распределённую сеть предложено назвать «Квантовый футшток» [14].

Сеть включает в себя Центральный СЧВ, региональные СЧВ, мобильные СЧВ и различные каналы сличения частоты и времени между ними. Центральный СЧВ сети с наивысшей стабильностью предлагается назвать «Квантовый футшток», по аналогии, например, с Кронштадтским футштоком в системе классических нивелиров. Относительно квантового футштока с помощью наземных квантовых нивелиров ведётся отсчёт изменений ортометрических высот в узловых точках сети.

Квантовые нивелиры на основе ВОЛС обеспечивают наивысшую точность измерений разности ортометрических высот в сети (единицы–десятки см). Однако реализация ВОЛС в удалённые регионы, в том числе на Арктические острова, либо затруднительна, либо вообще невозможна. При измерении разности высот между узловыми точками сети и потребителем можно использовать как методы сличения шкал времени на основе использования ГНСС и КОС, так и метод релятивистской синхронизации. Вместе с тем точность нивелирования на основе ГНСС принципиально ограничена влиянием нестационарной атмосферы, что характерно для северных широт. Метод релятивистской синхронизации ограничен логистическими проблемами длительного перемещения СЧВ между точками измерений, особенно в условиях тундры и бездорожья.

В этой связи для решения проблемы оперативного измерения разности ортометрических высот между квантовым футштоком и выбранной точкой северных территорий и островов Северного ледовитого океана предлагается использование высокостабильных квантовых часов, размещаемых на борту КА. Бортовые космические часы в этом случае хранят шкалу времени и частоту наземного Государственного первичного эталона единиц времени и частоты и фактически выполняют роль вторичного космического эталона времени и частоты.

Наилучшим кандидатом для испытаний и последующей эксплуатации космического квантового нивелира может быть проектируемая в настоящее время Российская орбитальная станция (РОС) [16]. Предположительно, эта станция будет размещаться на низкой околополярной солнечно-синхронной орбите высотой 350–400 км. Её внутренний объём вполне позволит разместить малогабаритные водородные квантовые часы, оптический стандарт частоты, а также малогабаритную измерительную аппаратуру.

На наземных станциях на основе измерения релятивистского ухода шкалы времени или частоты относительно космического эталона определяется разность гравитационных потенциалов на линии «борт РОС — Земля». Для измерения взаимного релятивистского смещения шкалы времени в системе «борт — Земля» целесообразно использовать импульсную КОС с компенсацией задержки на трассе «Земля — спутник». Для измерения гравитационного смещения частоты бортового стандарта следует использовать радиотехническую систему, реализующую метод измерения малых частот с компенсацией эффекта Доплера 1-го порядка на трассе распространения.

Известен зарубежный орбитальный проект ACES по измерению разности потенциалов по линии «борт — Земля» [17, 18]. При этом на борту Международной космической станции предполагается установить цезиевые квантовые часы «PFARAO» с нестабильностью 10^{-16} , а сличение космических и наземных квантовых часов планируется проводить с помощью наземной сети радиотехнических измерителей, а также высокоточных КОС. В проекте

STE-QUEST [19] также предполагается установка на борту КА высокостабильного СЧВ, а по линии «борт — Земля» планируются только частотные измерения. В эксперименте Vessot (1976 г.) [20, 21] проведены измерения гравитационного смещения частоты с компенсацией эффекта Допплера 1-го порядка. В эксперименте с КА «Радиоастрон» [22, 23] с апогеем около 380 тыс. км также измерялось гравитационное смещение частоты с компенсацией эффекта Допплера 1-го порядка.

В данной работе на основе общей теории относительности и новых релятивистских экспериментов выведены строгие соотношения, устанавливающие связь между частотой и временем наземных и космических СЧВ, находящихся на низкой околокруговой полярной орбите. С относительной погрешностью до 10^{-17} выведены релятивистские соотношения для способов измерения смещения шкал времени, и релятивистского смещения частоты в космической радиолнии с компенсацией эффекта Допплера 1-го порядка.

Релятивистские определения времени и частоты в космическом квантовом нивелире

Замысел, состав и схема измерений

Космический квантовый нивелир включает наземный и космический измерительные комплексы. Космический комплекс имеет в своём составе высокостабильные спутниковые квантовые часы КЧ-С, являющиеся хранителями спутниковой шкалы времени τ_c и частоты бортового задающего генератора f_c . Наземный измерительный комплекс включает комплекс Главного измерительного Центра (ГИЦ) и наземные измерительные комплексы потребителей (ИКП).

Основой наземного комплекса ГИЦ являются высокостабильные базовые квантовые часы КЧ-0, являющиеся хранителями опорной (базовой) шкалы времени τ_0 и частоты задающего генератора f_0 . Ортометрическая высота точки размещения ГИЦ относительно геоида составляет H_0 .

Основой измерительного комплекса наземных потребителей являются комплексы хранения шкалы времени и частоты потребителей $\tau_{пк}$ и $f_{пк}$ (k — номер потребителя), реализованные с помощью квантовых часов КЧ-П_{*k*}. Ортометрические высоты точек размещения потребителей относительно геоида обозначим $H_{пк}$.

Цель космического квантового нивелира состоит в определении разности ортометрических высот точек размещения Главного измерительного центра и любого потребителя в любой точке Земли, в том числе на островах Арктики. По этой причине ГИЦ можно назвать «Квантовым футштоком», поскольку относительно него будет строиться высотная основа территорий и акваторий, на которых размещаются все потребители. Для этого на основе частотно-временных и траекторных измерений, выполняемых по линии

«ГИЦ-КА», сначала устанавливается ход шкалы времени и частота ГИЦ τ_0 , f_0 , а затем эти параметры передаются на борт космического аппарата. Далее по результатам измерений частотно-временных гравитационных эффектов в оптической линии или радиолинии «потребитель — КА» определяется разность гравитационных потенциалов и разность ортометрических высот $\Delta H = H_{\Pi} - H_0$ точек размещения ГИЦ и потребителей.

Для измерения эффекта взаимного релятивистского изменения масштаба времени наземных и бортовых квантовых часов в состав наземных измерительных комплексов ГИЦ и ИКП входит двусторонняя импульсная КОС. Для измерения малых гравитационных смещений частоты в радиолиниях «Земля — космос» в состав комплексов ГИЦ и ИКП вводится двусторонняя радиолиния на основе радиотехнической системы (РТС) с компенсацией мешающего эффекта Доплера 1-го порядка.

Для реализации высокоточных измерений времени и частоты на борту КА размещены направленные в надиr уголкового отражатели УО и фотоприёмник ФП, которые обеспечивают измерения, выполняемые с помощью КОС. Для обеспечения частотных гравитационных измерений на борту КА размещается двусторонняя приёмно-передающая бортовая радиотехническая система с антенной, направленной в надиr.

Текущее положение обоих часов в геоцентрической невращающейся небесной системе отсчёта ICRS будем характеризовать радиус-векторами, соответственно \vec{R}_0, \vec{R}_C , а скорости перемещения в этой системе — векторами \vec{V}_0, \vec{V}_C . В качестве координатного времени используем геоцентрическое координатное время $t_{TCG} = t$.

Соотношение шкал времени наземных и космических квантовых часов

Связь между интервалами собственного времени спутниковых и наземных часов определяется известным соотношением [3, 4]:

$$\frac{\tau_C}{\tau_0} = \frac{\theta_C dt}{\theta_0 dt} = \frac{\theta_C}{\theta_0}, \quad (1)$$

где θ_0, θ_C — коэффициенты преобразования шкал собственного времени базовых и спутниковых часов относительно координатного времени t , которые в системе ICRS определяются следующими, формулами [24, 25]:

$$\theta_0 = 1 - \frac{\Phi_0}{c^2} - \frac{V_0^2}{2c^2}; \quad \theta_C = 1 - \frac{\Phi_C}{c^2} - \frac{V_C^2}{2c^2}. \quad (2)$$

Здесь Φ_0, Φ_C — гравитационные потенциалы в текущих точках размещения соответственно наземных и спутниковых квантовых часов.

Из соотношения (1) следует формула для определения текущего релятивистского расхождения временных шкал $\Delta\tau_{rel}$ спутниковых и базовых часов в шкале времени τ_0 [24, 25]:

$$\Delta\tau_{rel} = \tau_C - \tau_0 = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \left(\frac{\theta_C}{\theta_0} - 1 \right) d\tau_0, \quad (3)$$

где τ_{01} , τ_{02} — моменты начала и окончания интервала интегрирования.

Через входящие сюда гравитационные потенциалы φ_0 , φ_C можно учесть неоднородность поля Земли и возмущающие поля Луны и Солнца. Линейная скорость V_C определяется параметрами орбитального движения спутниковых часов, а через текущую линейную скорость V_0 наземных часов в ICRS можно учесть неравномерность вращения Земли [26]. Для наземных часов при этом можем записать:

$$V_0^2 = V_{0x}^2 + V_{0y}^2 + V_{0z}^2 = (\Omega_{0y}z - \Omega_{0z}y)^2 + (\Omega_{0z}x - \Omega_{0x}z)^2 + (\Omega_{0x}y - \Omega_{0y}x)^2, \quad (4)$$

где Ω_{0x} , Ω_{0y} , Ω_{0z} — составляющие угловой скорости движения базовых наземных часов в системе ICRS с учётом неравномерности вращения Земли; x , y , z — текущие координаты базовых наземных часов в ICRS.

Соотношение частот задающих генераторов наземных и космических квантовых часов

Для установления соотношения между промежутками времени и частотами задающих генераторов наземных и спутниковых квантовых часов рассмотрим пару исследуемых квантовых часов со шкалами τ_C , τ_0 , а также независимые эталонные часы со шкалой $\tau_{эт}$.

Условимся, что исследуемые часы отсчитывают своё время путём подсчёта количества секунд меток за некоторый эталонный промежуток времени $\Delta\tau_{эт}$, отсчитываемый по эталонным часам. Количество своих псевдосекундных меток (т.е. время по своей шкале в своих псевдосекундах) в каждом часе определяется, в свою очередь, путём подсчёта переходов через нуль колебаний своих задающих генераторов:

$$\begin{aligned} \tau_C &= N_C \cdot \delta\tau_C^*; \\ \tau_0 &= N_0 \cdot \delta\tau_0^*, \end{aligned} \quad (5)$$

где N_C , N_0 — количество подсчитанных своих псевдосекундных меток, каждая из которых имеет длительность своей псевдосекунды, т.е. $\delta\tau_C^* = \delta\tau_0^* = 1$ с; знак (*) обозначает псевдосекунду.

Далее определим частоты задающих генераторов исследуемых квантовых часов в виде:

$$f_C^{3\Gamma} = \frac{N_C}{\Delta\tau_{эт}}; \quad f_0^{3\Gamma} = \frac{N_0}{\Delta\tau_{эт}},$$

откуда следует:

$$\begin{aligned} N_C &= f_C^{3\Gamma} \Delta\tau_{эт}; \\ N_0 &= f_0^{3\Gamma} \Delta\tau_{эт}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), выполняя необходимые сокращения и переходя к принятым выше обозначениям, получаем:

$$\frac{\tau_c}{\tau_0} = \frac{f_c^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\theta_c}{\theta_0}, \quad (7)$$

что совпадает с выводом других авторов, полученных иным путём [27].

Из формулы (7) следует соотношение, определяющее взаимное относительное релятивистское смещение частот задающих генераторов спутниковых и базовых наземных квантовых часов $\Delta f_p^{3\Gamma} = f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma}$:

$$\frac{f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\Delta f_p^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\theta_c}{\theta_0} - 1. \quad (8)$$

Этот релятивистский эффект смещения частоты задающих генераторов (ЗГ) спутниковых часов, широко использующийся в практике спутниковой навигации, впервые исследовал Н. Эшби [28]. Дело в том, что гравитационное увеличение частоты ЗГ бортовых часов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) может существенно снизить их точность. Поскольку бортовая шкала времени навигационных спутников ГНСС должна совпадать со шкалой наземного эталона времени, то для компенсации вредного гравитационного смещения частоты в значение частоты ЗГ спутниковых квантовых часов ГНСС перед их запуском заранее вносят корректирующее смещение с обратным знаком. В частности, для ГЛОНАСС относительная величина этой корректирующей поправки составляет $(-4,36 \cdot 10^{-10})$ [29], для GPS эта поправка равна $(-4,4647 \cdot 10^{-10})$ [28]. В настоящее время имеется ряд работ, посвящённых повышению точности определения гравитационного эффекта замедления времени в космосе, в частности на основе наблюдения бортовых шкал времени навигационных спутников GALILEO, выведенных на нештатную орбиту [30, 31].

В подтверждение соотношения (8) автором с помощниками проведены два эксперимента [7, 8], в которых использовалась пара разнесённых по высоте высокостабильных водородных квантовых часов, соединённых радиоканалом на основе ВОЛС.

Таким образом, согласно (7) и экспериментальным данным, изменение масштаба бортового времени τ_c спутниковых часов относительно шкалы времени τ_0 вызывает прямо пропорциональное изменение частоты задающего генератора КЧ-С $f_c^{3\Gamma}$ относительно частоты $f_0^{3\Gamma}$ базовых часов КЧ-0. Справедливо и другое утверждение: изменение масштаба времени на борту КА вследствие воздействия гравитационного поля в сторону его увеличения (или уменьшения) означает, что частота его задающего генератора также прямо пропорционально увеличивается (или, соответственно, уменьшается).

Обеспечение идентичности космической и наземной шкалы времени

Взаимное релятивистское смещение времени и частоты спутниковых и наземных базовых квантовых часов

Бесконечно малый интервал времени наземной шкалы времени определим на основе формул (1) и (2) в виде:

$$\tau_0 = \theta_0 dt = \left(1 - \frac{\Phi_0}{c^2}\right) dt, \quad (9)$$

где

$$\Phi_0 = \varphi_0 + \frac{V_0^2}{2} = \varphi_0 + \frac{1}{2} \Omega_e^2 \rho_0^2 \cos^2 \psi_0; \quad (10)$$

V_0^2 — квадрат скорости наземных часов, который определяется формулой (4) и который учитывает неравномерность вращения Земли по всем осям; Ω_e , ρ_0 , ψ_0 — соответственно угловая скорость Земли, радиус-вектор и геоцентрическая широта точки размещения наземных часов; $\varphi_0 = (\varphi_{e0}^n + \varphi_{e0}^{an}) + (\delta\varphi_{M0} + \delta\varphi_{S0})$ — полный гравитационный потенциал в точке размещения наземных часов, равный сумме нормального φ_{e0}^n и аномального φ_{e0}^{an} потенциалов Земли, а также приливных потенциалов Луны $\delta\varphi_{M0}$ и Солнца $\delta\varphi_{S0}$, определяемых по формуле [32]:

$$\delta\varphi_i = \frac{\mu_i}{2r_i} \left(\frac{\rho}{r_i}\right)^2 (3 \cos^2 z_i - 1), \quad (11)$$

где $i = M, S$; ρ — геоцентрическая высота исследуемой точки на Земле или в околоземном космосе; z_i — зенитное расстояние рассматриваемой точки относительно направления на i -е небесное тело; μ_i — гравитационная постоянная i -го небесного тела; r_i — расстояние между Землёй и небесным телом (Землёй или Солнцем).

Формулу (10) преобразуем к более удобному для данной задачи виду, пользуясь определением потенциала геоида. Как известно [33], потенциал этой эквипотенциальной поверхности на вращающейся Земле — величина постоянная: $\varphi_G = 6,26368534 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$. Наземные базовые часы ГИЦ в общем случае располагаются не на поверхности геоида, а на некоторой высоте над ним. Поэтому сумму (10), которая является суммой потенциала невращающейся Земли и центробежного потенциала вследствие её вращения, представим для точки размещения наземных часов через потенциал геоида в виде:

$$\Phi_0 = \varphi_0 + \frac{1}{2} \Omega_e^2 \rho_0^2 \cos^2 \psi_0 = \varphi_G + \int_0^H \frac{\partial \Phi_e}{\partial H} dH = \varphi_G - \int_0^H g(H) dH \approx \varphi_G - g_0 H_0, \quad (12)$$

где H_0 — ортометрическая высота рассматриваемой точки размещения часов, отсчитываемая от точки на физической поверхности Земли до поверхности геоида, находящейся в теле Земли; g_0 — среднее значение ускорения свободного падения вдоль линии ортометрической высоты, соответствующей точке размещения часов. Это соотношение справедливо для небольших высот, когда выполняется условие $\Delta H \ll R_e$, где R_e — экваториальный радиус Земли.

Полученная формула учитывает как влияние неравномерности вращения Земли, так и приливы Луны и Солнца, поскольку форма геоида зависит от действия этих факторов. Вместе с тем влияние этих факторов на определение высоты, не превышающей сотен метров, весьма незначительно.

В результате формула (9) для интервала базового времени на основе (13) принимает вид:

$$\tau_0 = \theta_0 dt = \left(1 - \frac{\Phi_G}{c^2} + \frac{g_0 H_0}{c^2} \right) dt. \quad (13)$$

Для определения временного интервала для спутниковых часов, находящихся на эллиптической околополярной орбите, воспользуемся формулами (1) и (2) применительно к этим часам:

$$\tau_c = \theta_c dt = \left(1 - \frac{\Phi_c}{c^2} - \frac{V_c^2}{2c^2} \right) dt, \quad (14)$$

где $\Phi_c = \frac{\mu_e}{\rho_c} + \Phi_c^n + \delta\Phi_{MC} + \delta\Phi_{SC}$ — текущий потенциал в точке нахождения спутника на орбите с радиус-вектором ρ_c ; μ_e — геоцентрическая гравитационная постоянная; Φ_c^n — составляющая потенциала Земли, вызванная его неоднородностью; $\delta\Phi_{MC}$, $\delta\Phi_{SC}$ — приливные потенциалы, вызванные Луной и Солнцем, и которые определяются формулой (12) применительно к орбите спутника.

В силу использования околополярной орбиты спутника и малости высших членов разложения потенциала ГПЗ на его высоте ограничимся далее рассмотрением влияния только микропотенциала второй зональной гармоники:

$$\delta\Phi_c^{n2} = -\frac{\mu_e R_e^2 J_2}{2\rho_c^3} (3 \sin^2 \psi_c - 1), \quad (15)$$

Для представления формулы (14) через параметры эллиптической орбиты учтём соотношение [34]:

$$\frac{\mu_e}{\rho_c} = \frac{\mu_e}{P} (1 + e \cos \vartheta); \quad V_c^2 = \frac{\mu_e}{P} (1 + e^2 + 2e \cos \vartheta); \quad P = a(1 - e^2), \quad (16)$$

где P , e , ϑ — соответственно фокальный параметр, эксцентриситет и истинная аномалия спутника на эллиптической орбите. Учтём также связь истинной ϑ и средней аномалии M для орбиты с малым эксцентриситетом ($e \ll 1$):

$$\cos \vartheta = -e + (1 - e^2) \cos M, \quad (17)$$

где $M = \Omega_C(t - t_{\Pi})$; t_{Π} — координатное время прохождения спутником точки перигея; $\Omega_C = \sqrt{\mu_e/a^3}$ — угловая скорость движения спутника по орбите (среднее движение); a — большая полуось орбиты спутника.

В результате формулу (14) получаем в виде:

$$d\tau_C = \left[1 - \frac{3\mu_e}{2c^2 a} - \frac{2\mu_e}{c^2 a} \cos(t - t_{\Pi}) - \frac{\delta\varphi_C^{n2}}{c^2} - \frac{\delta\varphi_{MS}}{c^2} \right] dt, \quad (18)$$

где $\delta\varphi_C^{n2}$ — микропотенциал второй гармоники неоднородности ГПЗ, определяемый формулой (15); $\delta\varphi_{MS} = \delta\varphi_{CM} + \delta\varphi_{CS}$ — суммарный приливный потенциал, определяемый приливными микропотенциалами Луны и Солнца $\delta\varphi_{MC}$, $\delta\varphi_{SC}$ на орбите спутника, определяемый формулой (12).

Используя соотношение (13), а также переходя в (18) от переменной t к переменной τ_0 (относительная погрешность при этом определяется членами порядка c^{-4} и пренебрежимо мала), исходную формулу (7) получаем в виде:

$$d\tau_C = \left[1 + \frac{\varphi_G}{c^2} - \frac{3\mu_e}{2ac^2} - \frac{g_0 H_0}{c^2} - \frac{2\mu_e e}{ac^2} \cos \Omega_C(t - t_{\Pi}) - \frac{\delta\varphi_C^{n2}}{c^2} - \frac{\delta\varphi_{MS}}{c^2} \right] d\tau_0. \quad (19)$$

Отсюда, в соответствии с формулой (7), следует соотношение частот задающих генераторов спутниковых и наземных квантовых часов:

$$f_C^{3\Gamma} = f_0^{3\Gamma} \left[1 + \frac{\varphi_G}{c^2} - \frac{3\mu_e}{2ac^2} - \frac{g_0 H_0}{c^2} - \frac{2\mu_e e}{ac^2} \cos \Omega_C(\tau_0 - \tau_{0\Pi}) - \frac{\delta f_C^{n2}}{f_0^{3\Gamma}} - \frac{\delta f_{MS}}{f_0^{3\Gamma}} \right], \quad (20)$$

где δf_C^{n2} — смещение частоты 3Г спутника за счёт влияния второй зональной гармоники; $\delta f_{MS} = \delta f_{CM} + \delta f_{CS}$ — суммарное приливное смещение частоты спутника за счёт Луны δf_{CM} и Солнца δf_{CS} . При этом влияния микропотенциалов на частоту и время определяются на основе соответствующих составляющих формулы (19) и (20) по формуле вида $\delta f_C^i / f_0^{3\Gamma} = \delta\varphi^i / c^2$.

Оценка величины релятивистских микросмещений частоты и времени вследствие неоднородности ГПЗ и приливов

Действие неоднородности ГПЗ с микропотенциалом второй её гармоники (15) на частоту задающего генератора бортовых квантовых часов и ход орбитального времени проявляется двояко. Во-первых, в виде возмущающего гравитационного потенциала, воздействующего непосредственно на частоту и шкалу орбитальных часов в соответствии с формулами (7) и (8). Во-вторых, в виде воздействия на орбиту, в частности на размер её большой полуоси, что в соответствии с (19) также ведёт к смещению шкалы бортового времени.

Как отмечалось в разделе «Постановка задачи исследования», при относительной нестабильности хранения шкал времени с помощью квантовых часов (КЧ) 10^{-16} – 10^{-17} погрешность измерения разности ортометрических высот составляет 1–0,1 м. Такая нестабильность обеспечивает расхождение шкал времени за сутки ($\approx 10^5$ с) примерно на 10 и 1 пикосекунду соответственно. Приведённые характеристики определяют требования к стабильности частоты КЧ и погрешности сличения шкал времени бортовых и наземных КЧ в космическом квантовом нивелире.

Как показали исследования [28, 24], суммарное влияние второй зональной гармоники (прямое и опосредованное через изменение орбиты) на частоту 3Г и шкалу бортового времени спутника на околокруговой ($e \approx 1$) полярной орбите с наклоном $i_C = 90^\circ$ имеет две составляющих: линейные с постоянным коэффициентом и периодические с частотой, равной двойной частоте обращения спутника:

$$\frac{\Delta f_C^{n2}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{f_C^{n2} - f_0^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{R_e^2 J_2 \Omega_C^2}{c^2} \left[\frac{7}{4} - \cos 2\Omega_C (\tau - \tau_{\Pi}) \right], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \delta \tau_C^{n2} = \tau_C^{n2} - \tau_0 = \int_{\tau_H}^{\tau} \frac{\Delta f_C^{n2}}{f_0} d\tau = \frac{7}{4} \frac{J_2 R_{e0}^2 \Omega_C^2}{c^2} (\tau - \tau_H) - \\ - \frac{1}{2} \frac{J_2 R_{e0}^2 \Omega_C}{c^2} [\sin 2\Omega_C (\tau - \tau_{\Pi}) - \sin 2\Omega_C (\tau_H - \tau_{\Pi})]. \end{aligned} \quad (22)$$

При этом в процессе исследования установлено [24], что эффект непосредственного влияния потенциала на бортовое время и эффект влияния потенциала через искажение орбиты складываются, однако вторая причина в шесть раз больше (это видно из коэффициента $7/4 = 1/4 + 6/4$).

Оценку смещений (21) и (22), вызванных влиянием только второй гармоники потенциала ГПЗ, проведём для круговой орбиты при $a \approx 6,7 \cdot 10^6$ м; $\Omega_C = \sqrt{\mu_e/a^3}$. В результате постоянная составляющая относительного микро-смещения частоты (21) составляет $1,04 \cdot 10^{-12}$, а соответствующий линейный сдвиг шкалы времени (22) на суточном интервале $\tau_0 - \tau_{0H} = 8,64 \cdot 10^4$ с достигает 90 нс. Амплитуда переменной составляющей смещения шкалы (22) с удвоенной частотой вращения достигает 260 пс. Приведённые оценки на несколько порядков превышают допустимые величины, что требует высокой точности расчёта этих текущих микро-смещений по априорным данным.

Оценка влияния третьей и четвёртой зональных гармоник показала, что величина вызываемого частотного и временного смещений на 3–4 порядка меньше, причём оно также может быть рассчитано по априорным данным.

Приливный частотный сдвиг бортового генератора спутниковых часов имеет постоянную составляющую и периодическую с удвоенной частотой относительно частоты обращения по орбите. Соответственно приливный релятивистский сдвиг бортовой шкалы времени имеет линейную составляющую и периодическую с периодом вдвое меньшим периода обращения спутника по орбите.

Оценка максимальной величины относительного смещения частоты для часов, движущихся по низкой орбите высотой около 350 км, даёт следующие

результаты: для Луны — $\frac{\delta f_{MC}}{f_0^{3\Gamma}} \approx 3,3 \cdot 10^{-17}$; для Солнца — $\frac{\delta f_{SC}}{f_0^{3\Gamma}} \approx 1,2 \cdot 10^{-17}$.

Соответствующий линейный суточный сдвиг шкалы времени, вызванный влиянием приливных потенциалов Луны и Солнца, достигает за сутки 3,3 пс и 1,2 пс соответственно. В полнолуние и новолуние эффекты складываются. Вместе с тем эти незначительные смещения легко рассчитываются по известным формулам [24] на основе априорных данных об орбите спутника и положения небесных тел.

Перенос наземной шкалы времени на борт спутника

Интегрируя соотношение (19) в земной шкале времени на интервале времени от момента начальной синхронизации τ_{0H} до текущего момента τ_0 , получаем формулу для вычисления текущего релятивистского расхождения спутникового и наземного времени как функцию базового времени τ_0 с учётом влияния второй зональной гармоники (24) и (25):

$$\begin{aligned} \Delta\tau_p = \tau_c - \tau_0 = \int_{\tau_{0H}}^{\tau_0} \frac{\Delta f_p^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} d\tau_0 = \frac{1}{c^2} \left[\left(\Phi_G - \frac{3\mu_e}{2a} \right) - \frac{g_0 H_0}{c^2} + \frac{7}{4} \frac{J_2 R_{e0}^2 \Omega_c^2}{c^2} \right] (\tau_0 - \tau_{0H}) - \\ - \frac{2e\sqrt{\mu_e a}}{c^2} \left[\sin \Omega_c (\tau_0 - \tau_{0П}) - \sin \Omega_c (\tau_{0H} - \tau_{0П}) \right] - \\ - \frac{1}{2} \frac{J_2 R_{e0}^2 \Omega_c^2}{c^2} \left[\sin 2\Omega_c (\tau_0 - \tau_{0П}) - \sin 2\Omega_c (\tau_{0H} - \tau_{0П}) \right] - \Delta\tau_{MS}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{\Delta f_p^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \left[\left(\frac{\Phi_G}{c^2} - \frac{3\mu_e}{2ac^2} \right) - \frac{g_0 H_0}{c^2} - \frac{2\mu_e e}{ac^2} \cos \Omega_c (\tau_0 - \tau_{0П}) + \right. \\ \left. + \frac{R_e^2 J_2 \Omega_c^2}{c^2} \left[\frac{7}{4} - \cos 2\Omega_c (\tau - \tau_{П}) \right] - \frac{\delta f_{MS}}{f_0^{3\Gamma}} \right] \quad (24)$$

— относительная релятивистская разность частот 3Г, определяемая согласно (22); $\tau_{0П}$ — время прохождения спутником точки перигея;

$$\Delta\tau_{MS} = \frac{1}{c^2} \int_{\tau_{0H}}^{\tau_0} \delta\varphi_{MS} d\tau_0 = \frac{1}{f_0^{3\Gamma}} \int_{\tau_{0H}}^{\tau_0} \delta f_{MS} d\tau_0 \quad (25)$$

— приливные лунно-солнечные уходы бортового времени и частоты, определяемые по микропотенциалам Луны и Солнца (15).

В формуле (23) первое слагаемое определяет линейно нарастающую составляющую релятивистского расхождения спутникового и базового времени, второе слагаемое — периодическую составляющую, вызванную эллиптичностью орбиты, третье слагаемое удвоенной частоты определяется влиянием второй зональной гармоники.

Оценку составляющих относительного частотного смещения (24), а также соответствующих им уходов бортового времени (23) на суточном интервале времени проведём при следующих исходных данных: высота полярной орбиты спутника около 400 км, что соответствует её полуоси $a \approx 6,778 \cdot 10^6$ м, $e = 0,01$, что соответствует разности высоты апогея и перигея примерно в 150 км, а также $H_0 = 200$ м; $\tau_0 - \tau_{0H} = 86400$ с. В результате получено:

$$1) \frac{\Delta f_{p1}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{(f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma})_1}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\varphi_G}{c^2} - \frac{3\mu_e}{2ac^2} \approx -2,8 \cdot 10^{-10}. \text{ Это означает, что частота}$$

задающего генератора бортовых квантовых часов меньше частоты 3Г базовых часов. Соответственно бортовые часы отстают от базовых, причём

$$\text{суточное отставание равно: } \Delta\tau_{p1} = (\tau_c - \tau_0)_1 = \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a} \right) (\tau_0 - \tau_{0H}) \approx \\ \approx -24,2 \text{ мкс/сут (сравни с ГНСС: там бортовые часы опережают наземные);}$$

$$2) \frac{\Delta f_{p2}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = -\frac{g_0 H_0}{c^2} \approx -2,18 \cdot 10^{-14}. \text{ Это означает, что высота наземных часов}$$

над геоидом ускоряет их ход; соответственно, бортовые часы отстают за сутки на время: $\Delta\tau_{p2} = -\frac{g_0 H_0}{c^2} (\tau_0 - \tau_{0H}) \approx -1,9 \text{ нс/сут;}$

$$3) \text{ амплитуда переменной составляющей изменения частоты из-за эллиптичности орбиты: } \frac{\Delta f_{p3\approx}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = -\frac{2\mu_e e}{ac^2} \approx -1,3 \cdot 10^{-12}, \text{ соответственно, амплитуда пере-}$$

менного отставания бортовых часов $\Delta\tau_{p3\approx} = -2c^{-2}e\sqrt{\mu_e a} \approx 1,2 \text{ нс;}$

4) влияние второй зональной гармоники проявляется в виде линейной и периодической составляющих. Согласно подразделу «Оценка величины релятивистских микросмещений частоты и времени вследствие неоднородности ГПЗ и приливов», линейная составляет соответственно 90 нс/сут, амплитуда периодической составляющей достигает 0,26 нс.

Как отмечалось выше, основным условием работы космического квантового нивелира является повторение, или перенос на борт спутника наземной шкалы времени. Формальным условием такого повторения является равенство нулю правых частей формул (24) и (25).

Формально это достигается введением в правую часть формулы (23) корректирующей поправки по частоте задающего генератора бортовых квантовых часов, равной по величине и обратной по знаку всей правой части:

$$\frac{\Delta f_{\text{корр}}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = - \left[\left(\frac{\Phi_G}{c^2} - \frac{3\mu_e}{2ac^2} \right) - \frac{g_0 H_0}{c^2} - \frac{2\mu_e e}{ac^2} \cos \Omega_C (\tau_0 - \tau_{0П}) + \right. \\ \left. + \frac{R_e^2 J_2 \Omega_C^2}{c^2} \left[\frac{7}{4} - \cos 2\Omega_C (\tau - \tau_{П}) \right] - \frac{\delta f_{MS}}{f_0^{3\Gamma}} \right]. \quad (26)$$

В результате введения частотной корректирующей поправки в (23) имеем:

$$\tau_C - \tau_0 = \int_{\tau_{0Н}}^{\tau_0} \frac{\Delta f_p^{3\Gamma} + \Delta f_{\text{корр}}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} d\tau_0 = 0, \quad (27)$$

где частотная корректирующая поправка (26) содержит постоянную составляющую и переменные составляющие на частотах Ω_C и $2\Omega_C$.

Из (26) и (27), а также (24) следует полное соответствие бортовой шкалы τ_C наземной шкале τ_0 , а также равенство частот бортового и наземного задающих генераторов:

$$\tau_C = \tau_0, \quad f_C^{3\Gamma} = f_0^{3\Gamma}. \quad (28)$$

Таким образом, введением корректирующей релятивистской поправки в значение частоты задающего генератора бортовых квантовых часов мы достигаем переноса наземной шкалы времени на борт КА, причём относительная погрешность переноса не превышает 10^{-17} .

Связь шкал времени и частоты квантовых часов спутника и потребителя в измерительной радиолнии «КА — потребитель»

Сличение шкал времени и частот бортовых часов КА и часов потребителя для измерения релятивистских смещений целесообразно производить в реальном времени с помощью наземно-космической радиолнии. Поэтому установим связь между этими параметрами на концах измерительной радиолнии «КА — наземный потребитель».

Для рассмотрения гравитационного смещения частоты электромагнитной волны в гравитационном поле рассмотрим фазовый набег волны в радиолнии, соединяющей спутник и потребитель. Один и тот же фазовый набег $\Delta\Phi$, равный N периодов колебаний, представим через собственное время и собственные частоты волны в точках размещения квантовых часов КЧ-0 и КЧ-П, через которые проходит волна [3, 4]:

$$\Delta\Phi = 2\pi N = 2\pi f_0 d\tau_0 = 2\pi f_{\Pi} d\tau_{\Pi}, \quad (29)$$

где τ_0 — базовое время наземных квантовых часов, которое, согласно соотношению (28), соответствует скорректированному бортовому времени спутника. Выражая интервалы времени τ_0 , τ_{Π} через интервал координатного времени dt в соответствии с формулой (13), получаем:

$$\tau_0 = \theta_0 dt = \left(1 - \frac{\Phi_G}{c^2} + \frac{g_0 H_0}{c^2}\right) dt, \quad \tau_{\Pi} = \theta_{\Pi} dt = \left(1 - \frac{\Phi_G}{c^2} + \frac{g_{\Pi} H_{\Pi}}{c^2}\right) dt, \quad (30)$$

$$\theta_0 = 1 - \frac{\Phi_G}{c^2} + \frac{g_0 H_0}{c^2}; \quad \theta_{\Pi} = 1 - \frac{\Phi_G}{c^2} + \frac{g_{\Pi} H_{\Pi}}{c^2},$$

g_{Π} , H_{Π} — ускорение свободного падения и ортометрическая высота в точке размещения потребителя, которые можно считать постоянными во времени.

Из формул (29), (30) следует соотношение интервалов времени и собственных частот на концах трассы распространения электромагнитной волны [3, 4]:

$$\frac{\tau_{\Pi}}{\tau_0} = \frac{f_0}{f_{\Pi}} = \frac{\theta_{\Pi}}{\theta_0}. \quad (31)$$

Оно отличается от соотношения (7) тем, что собственные (измеряемые) частоты вдоль волны связаны с интервалами собственного времени обратной пропорциональной зависимостью. Однако в основе по-прежнему лежит эффект замедления времени Эйнштейна.

Существование эффекта гравитационного смещения частоты в линии распространения электромагнитной волны на сегодняшний день не вызывает сомнений и его экспериментальной проверке посвящено значительное число работ (см., например, обзоры [35, 36]). Из последних следует упомянуть успешные эксперименты на основе оптических стандартов частоты с нестабильностью 10^{-17} – 10^{-18} и ВОЛС [37, 38]. Кроме того, известно предложение по использованию эффекта гравитационного смещения в электромагнитной волне для измерения ортометрических высот [39].

Таким образом, на практике существуют два независимых эффекта гравитационного смещения частоты: эффект гравитационного смещения частоты электромагнитной волны, распространяющейся между двумя точками в ГПЗ, а также эффект гравитационного смещения частоты задающего генератора квантовых часов, перемещающихся в ГПЗ между двумя этими же точками. Оба эффекта экспериментально подтверждены, равны по абсолютной величине и обратны по знаку.

Причём в первом эффекте при увеличении высоты, на которую распространяется волна, частота волны уменьшается ровно на ту же величину, на которую увеличивается частота задающего генератора квантовых часов на этой же высоте.

Впервые этот факт отмечен в работах автора [24, 25] и открывает возможность экспериментального сложения этих двух эффектов.

На основе формулы (31) находим релятивистское расхождение скорректированного спутникового и наземного времени и частоты потребителя:

$$\Delta\tau_p = \tau_{\Pi} - \tau_0 = \int_{\tau_{0H}}^{\tau_0} \left(\frac{\theta_{\Pi}}{\theta_0} - 1 \right) d\tau_0 = \frac{g_{\Pi}H_{\Pi} - g_0H_0}{c^2} (\tau_0 - \tau_{0H}), \quad (32)$$

$$\Delta f_p = f_{\Pi} - f_0 = f_0 \left(\frac{\theta_0}{\theta_{\Pi}} - 1 \right) \approx f_0 \left[-\frac{g_{\Pi}H_{\Pi} - g_0H_0}{c^2} \right]. \quad (33)$$

Релятивистское расхождение (32) измеряется с помощью наземных импульсных лазерных измерительных систем, совмещённых с потребителем. Релятивистское смещение (33) измеряется с помощью радиотехнических измерителей, основанных на компенсации эффекта Доплера 1-го порядка, также размещённых вблизи потребителя.

Измерение разности ортометрических высот базовых часов и часов потребителя в космическом квантовом нивелире

Измерение по релятивистскому расхождению шкал времени

Измерения расхождения наземной и космической шкал времени возможны с помощью современных квантово-оптических систем (КОС), использующих лазерные линии «Земля — КА» с глубокой компенсацией трудно прогнозируемых атмосферных задержек. Принцип измерения рассогласования шкал наземных и космических шкал времени, лежащий в основе таких КОС, основан на совместном использовании запросной и беззапросной лазерных линий «Земля — КА» [см., например, 40, 41]. Запросная линия реализуется с помощью уголкового отражателя (УО), размещённого на борту КА. Время распространения запросного сигнала по пути «туда — обратно» измеряется на земле с помощью наземного фотоприёмника. Беззапросная лазерная измерительная линия реализуется на борту КА с помощью бортового фотоприёмника. По его выходному сигналу измеряется время запаздывания наземного импульса относительно одноименного импульса в бортовой шкале времени КА. Это запаздывание содержит искомое рассогласование бортовой и наземной шкал времени, а также время распространения импульса на трассе, включая атмосферные задержки. Результат измерений передаётся по каналу телеметрии на Землю, где время распространения прямого импульса на трассе компенсируется по результатам измерения времени распространения сигнала в запросной лазерной линии. В результате совместной обработки результатов измерений в запросной и беззапросной лазерных линиях находится искомое рассогласование шкал времени.

Известны зарубежные состоявшиеся и планируемые эксперименты на основе таких КОС по определению расхождения шкал времени наземных и бортовых космических высокостабильных хранителей времени. В эксперименте LASSO в 1995 г. [15] состоялась первая оптическая передача шкалы

времени между обсерваториями ОСА во Франции и McDonald (штат Техас, США). Достигнутые значения погрешности передачи шкалы времени составили около 0,1 нс. Уже первые эксперименты по проекту T2L2 улучшили результат примерно на порядок [40]. В планируемом ЕКА эксперименте ACES на основе высокостабильного СЧВ PHARAO [17, 18] ожидаемая погрешность измерения рассогласования наземной и спутниковых шкал времени составляет около 10 пс. В экспериментах, проведённых в России [41], была достигнута погрешность не более 20 пс при десятиминутных сеансах измерений.

Расчёт измеряемых релятивистских задержек в двух последовательных сеансах измерений проведём на основе формулы (32). Для двух разнесённых во времени измерений, выполняемых в моменты $\tau_{01} - \tau_{0H} = 0$ и $\tau_{02} - \tau_{0H} = \Delta\tau_0$, где $\Delta\tau_0$ — время накопления гравитационного эффекта, можем записать:

$$\Delta\tau_p^{\text{изм1}} = 0; \quad \Delta\tau_p^{\text{изм2}} = \frac{g_{\Pi}H_{\Pi} - g_0H_0}{c^2} \Delta\tau_0, \quad (34)$$

откуда при $g_0 \approx g_{\Pi}$ вычисляем искомую разность ортометрических высот потребителя и базовых квантовых часов:

$$\Delta H = H_{\Pi} - H_0 = \frac{c^2}{g_0 \Delta\tau_0} (\Delta\tau_p^{\text{изм2}} - \Delta\tau_p^{\text{изм1}}). \quad (35)$$

Случайная погрешность определения разности ортометрических высот $\sigma_{\Delta H}$ будет определяться, в основном, погрешностями измерений КОС. При равноточных измерениях $\sigma_{\tau 1} \approx \sigma_{\tau 2} \approx \sigma_{\tau}$ она определится формулой:

$$\sigma_{\Delta H} \approx \frac{\sqrt{2}c^2}{g_0 \Delta\tau_0} \sigma_{\tau 1}. \quad (36)$$

При $g_0 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$, времени накопления гравитационного эффекта $\Delta\tau_0 \approx 10^5 \text{ с}$ (около 5 суток), а также при случайной погрешности измерений $\sigma_{\tau} \approx 20 \text{ пс}$ погрешность определения искомой разности ортометрических высот составит: $\sigma_{\Delta H} \approx 0,6 \text{ м}$. При множестве измерений погрешность может быть уменьшена за счёт статистической обработки.

Следует заметить, что эта оценка совершенно не зависит от расстояния между базовыми квантовыми часами и квантовыми часами потребителя. Они могут располагаться даже в разных полушариях Земли. В целом при глобальном масштабе измерений полученная оценка точности вполне востребована и конкурентоспособна.

Измерение по релятивистскому смещению частоты в радиолинии «КА — Земля»

Радиолинии измерения релятивистского частотного смещения в системе «спутник — Земля» строятся в основном по двум схемам. В первой схеме используются запросная радиолиния «Земля — КА» и независимая беззапросная радиолиния «КА — Земля» [например, 20–23]. При этом одновременно

используются три независимых радиоканала на разных частотах. В другой схеме [42, 43] частота запросного сигнала Земли преобразуется на борту, смешиваясь с удвоенной частотой бортового СЧВ, а затем сигнал с разностной частотой посылается на Землю. Здесь используются лишь два канала на разных частотах. Принципиально обе схемы равнозначны. Поэтому применительно к нашему случаю рассмотрим более простую вторую схему.

Согласно условию (28), частоты задающих генераторов квантовых часов на Земле (КЧ-0) и на борту спутника (КЧ-С) одинаковы. В рассматриваемой измерительной радиолинии на борту спутника рабочая измерительная частота равна удвоенной скорректированной задающей частоте квантовых часов, т.е. $f_c = 2f_0$, что достигается с помощью умножителя частоты.

Измерения включают следующие операции с сигналом [42, 43]:

- 1) Запросный сигнал с наземной станции с частотой наземного эталона f_0 посылается на КА, который на борту спутника принимается с частотой:

$$f_{c\uparrow} = f_0 + F_D - \Delta f_p, \quad (37)$$

где стрелка \uparrow означает распространение радиоволны вверх; F_D , Δf_p — соответственно эффект Доплера 1-го порядка, подлежащий компенсации, и подлежащий измерению релятивистский сдвиг частоты на трассе;

- 2) После приёма на борту КА сигнала от наземной станции с частотой (37), в частотном смесителе формируется сигнал разностной частоты (чёрточка означает вычитание):

$$f_c^- = f_c - f_{c\uparrow} = f_0 - F_D + \Delta f_p; \quad (38)$$

- 3) Этот сигнал после задержки на время τ_3 в бортовом преобразователе-ретрансляторе излучается на Землю с частотой:

$$f_c^{\tau_3} = f_c^- + \Delta F_3 = f_0 - F_D + \Delta f_p + \Delta F_3, \quad (39)$$

где ΔF_3 — частотная доплеровская добавка за счёт изменения радиальной скорости КА на интервале бортовой задержки;

- 4) Излучённый сигнал с частотой (39) принимается на Земле. Частота сигнала, принимаемого на Земле, изменяется вследствие влияния эффекта Доплера 1-го порядка (с тем же знаком) и релятивистских смещений (с обратным знаком). В результате она составит:

$$f_{e\downarrow} = f_c^{\tau_3} + F_D + \Delta f_p = f_0 + 2\Delta f_p + \Delta F_3, \quad (40)$$

на основании чего в наземной станции формируется измеряемая частота, несущая информацию об искомом частотном сдвиге Δf_p :

$$\Delta f_{\text{изм}} = f_{e\downarrow} - f_0 \approx 2\Delta f_p + \Delta F_3. \quad (41)$$

Таким образом, в такой радиолинии происходит удвоение гравитационного смещения частоты, а также компенсация эффекта Доплера 1-го порядка. Это обеспечивает измерение релятивистского частотного рассогласования наземного и бортового СЧВ, связанного с разностью высот соотношением (33).

Более точное выражение для относительного значения измеряемой частоты в системе ICRS, учитывающее составляющие частотного смещения порядка $1/c^3$, имеет вид [24]:

$$\frac{\Delta f_{\text{изм}}}{f_0} = -\frac{2g_0}{c^2} \Delta H + \frac{\delta f_{SM}}{f_0} + \frac{\delta f_D}{f_0}, \quad (42)$$

где $\Delta H = H_{\Pi} - H_0$ — искомая разность ортометрических высот; δf_{SM} — приливные лунно-солнечные смещения частоты; $\delta f_D/f_0$ — остаточная погрешность компенсации влияния эффекта Допплера 1-го порядка на трассе распространения радиолуча, которая выражается суммой:

$$\frac{\delta f_D}{f_0} = \frac{\delta V_3}{c} + \frac{1}{c^2} (V_C^2 - \dot{R}_C^2 + \delta V_3^2) - \frac{\dot{R}_C^3}{c^3} - (K_{e\downarrow}^a - K_{e\uparrow}^a), \quad (43)$$

где $\delta V_3 = \ddot{R}_C \tau_3 + \frac{V_{\perp} \dot{R}_C \tau_3}{R_C} + \frac{V_{\perp} \ddot{R}_C \tau_3^2}{R_C}$ — приращение радиальной скорости спутника за время задержки радиосигнала τ_3 в бортовой аппаратуре; $R_C, \dot{R}_C, \ddot{R}_C$ — соответственно дальность, радиальная скорость и радиальное ускорение спутника относительно наземной станции; V_{\perp} — поперечная составляющая скорости спутника; V_C^2 — квадрат геоцентрической скорости спутника, которая определяется формулой (4); $K_{e\downarrow}^a, K_{e\uparrow}^a$ — коэффициенты, характеризующие приращения коэффициента преломления атмосферы за счёт её нестационарности для разных моментов времени: для момента прохождения радиосигнала с Земли «вверх» $K_{e\uparrow}^a$ и для момента приёма сигнала при прохождении его «вниз» $K_{e\downarrow}^a$.

Частотные микросмещения $\delta f_{SM}/f_0$ и $\delta f_D/f_0$, входящие в формулу (42), вычисляются по априорным данным об орбите спутника, Луны и Солнца, а также о величине бортовой задержки.

Отсюда следует формула для оценки случайной погрешности определения разности высот:

$$\sigma_{\Delta H} \approx \frac{c^2}{2g_0} \frac{\sigma_f}{f_0}. \quad (44)$$

Суммируя погрешности вычисления $\delta f_{SM}/f_0$ и $\delta f_D/f_0$, а также погрешность измерения частоты $\sigma_{\text{изм}}^{\Delta f} / f_0$, и полагая, что суммарная погрешность не превышает $\sigma_f/f_0 = 10^{-16}$, получаем $\sigma_{\Delta H} \approx 50$ см.

Заключение

Рассмотренный в статье космический квантовый нивелир на основе Российской орбитальной станции открывает новые возможности при решении следующих практических задач:

- обеспечение высокоточной единой высотной основы удалённых территорий РФ и региона Российской Арктики;
- обеспечение создания планетарной высотной основы Земли путём объединения континентальных распределённых систем мониторинга гравитационного потенциала и высот, принадлежащих разным странам;
- сравнение и взаимная калибровка наземных радиотехнических и лазерных высокоточных средств сличения частоты и времени по линии «космос — Земля», размещённых на разных континентах.

Приемлемая точность квантового нивелира достигается при установке на борту РОС и в точке размещения наземных потребителей микроволновых квантовых водородных часов с относительной нестабильностью 10^{-16} – 10^{-17} . В качестве средств измерения релятивистского расхождения наземной и бортовой шкал времени потребителем могут использоваться современные КОС, в частности российская КОС «Точка». Ожидаемая погрешность глобального нивелирования на основе КОС составляет 0,6 м. Для измерения частотных релятивистских смещений необходимо создание отечественных радиотехнических средств с компенсацией эффекта Допплера 1-го порядка. Точность метода частотных измерений соизмерима с точностью метода измерения расхождения шкал времени.

Перспективы широкого использования микроволновых квантовых нивелиров на Земле и в космосе связаны с созданием в России специальных водородных квантовых часов с двойной селекцией атомов водорода [9]. Такие квантовые часы имеют нестабильность $(7-8) \cdot 10^{-17}$, что обеспечивает однократное измерение высоты с погрешностью 0,7–0,8 метра. При статистической обработке множества измерений погрешность снижается. Часы имеют малые габариты и вес, а также просты в эксплуатации. За рубежом наземные микроволновые водородные квантовые часы необходимой стабильности не созданы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-11023.

Список литературы

1. Мустафин М.Г., Баландин В.Н., Брынь М.Я., Матвеев А.Ю., Меньшиков И.В., Фирсов Ю.Г. Топографо-геодезическое и картографическое обеспечение Арктической зоны Российской Федерации // Записки Горного института. — 2018. — Т. 232. — С. 375–382.

2. AG Resolutions Adopted by the IAG Council at the XXVIth IUGG General Assembly, Prague, Czech Republic, June 22 – July 2, 2015. — URL: http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/IAG_Resolutions_2015.pdf.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — М.: Наука, 1967. — 460 с.
4. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 564 с.
5. Фатеев В.Ф., Сысоев В.П., Рыбаков Е.А. Экспериментальное измерение гравитационного эффекта замедления времени с помощью перевозимых квантовых часов // Измерительная техника. — 2016. — № 4. — С. 41–43.
6. Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А. Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах // ДАН. Физика, технические науки. — 2020. — Т. 495. — С. 34–37.
7. Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Рыбаков Е.А. Измерение эффекта удвоения гравитационного смещения частоты с помощью квантового нивелира на водородных часах // Письма в ЖТФ. — 2022. — Т. 48. — Вып. 7. — С. 36–38.
8. Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Донченко С.С. Измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром // Измерительная техника. — 2022. — № 2. — С. 22–27.
9. Polyakov V., Timofeev Y., Demidov N. Frequency Stability Improvement of an Active Hydrogen Maser with a Single-State Selection System // 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium, 7–17 July 2021, Gainesville, FL, USA/ EFTF/IFCS 2021 — PROCEEDINGS Virtual, DOI: 10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604270
10. Фатеев В.Ф., Лопатин В.П., Пальчиков В.Г., Сысоев В.П. Обзор состояния разработок мобильных стандартов частоты и времени для решения задачи квантового нивелирования // Альманах современной метрологии. — 2022. — № 1 (29). — С. 43–62.
11. Фатеев В.Ф. Методы релятивистской синхронизации наземных и спутниковых атомных часов // Альманах современной метрологии. — 2017. — № 9. — С. 78–109.
12. Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А., Смирнов Ф.Р. Метод релятивистской синхронизации мобильных атомных часов и его экспериментальная проверка // Письма в Журнал технической физики. — 2017. — Т. 43. — № 10. — С. 3–11, 91–94.
13. Фатеев В.Ф., Игнатенко И.Ю. О возможности измерения параметров гравитационного поля земли с помощью квантово-оптических систем // Альманах современной метрологии. — 2022. — № 1 (29). — С. 106–114.
14. Донченко С.И., Денисенко О.В., Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А. Квантовый футшток: проблемы создания и возможности // Сборник докладов НТК «Навигация по гравитационному полю и её метрологическое обеспечение». 14–17 февраля 2017 г. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. — С. 115–118.

15. Fridelance P., Veillet C. Operation and data analysis in the LASSO experiment // *Metrologia*. — 1995 — V. 32. — No. 1. P. 27–33. — URL: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/32/1/003>
16. Соловьев В.А., Коваленко А.А. Высокоширотная пилотируемая орбитальная станция. Задачи управления полётом // 15-я Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2022), 4–6 октября 2022 г. — СПб.: ЦНИИ «Электроприбор». — URL: <http://www.elektropribor.spb.ru/upload/medialibrary/338/Plenarnoe-zasedanie.pdf> (дата обращения 29.11.2022)
17. Cacciapuoti L., Salomon C. Atomic Clock Ensemble in Space // *Journal of Physics: Conference Series. International Symposium on Physical Sciences in Space*. — 2011. — V. 327;
18. Duchayne L., Mercier F., Wolf P. Orbit determination for next generation space clocks // *Astronomy and Astrophysics*. — 2013. — P. 1–11.
19. STE-QUEST Space-Time Explorer and Quantum Equivalence Principle Space Test. ESA/SRE (2013) 6. — P. 1–98.
20. Vessot R.F.C., Levine M.W. A Test of the Equivalence principle using a space-born clock // *General Relativity and Gravitation*. — 1979. — V. 10. — No. 3. — P. 181–204.
21. Vessot R.F.C., Levine M.W., Mattison E.M. et al. Test of relativistic gravitation with space-borne hydrogen maser // *Physical Review Letters*. — 1980. — V. 45. — P. 2081–2084.
22. Biriukov A.V., Kauts V.L., Kulagi V.V., Litvino D.A., Rudenko V.N. Gravitational Redshift Test with the Space Radio Telescope “RadioAstron” // *Astronomy Reports*. — 2014. — V. 58. — No. 11. — P. 783–795.
23. Белоусов К.Г., Бирюков А.В., Гусев А.В. и др. Прецизионные методы измерения релятивистских гравитационных эффектов в экспериментах с бортовыми атомными стандартами частоты и времени // Тезисы докладов конференции «Координатно-временное и навигационное обеспечение — 2015 (КВНО-2015)» 20–24 апреля 2015 г. — СПб.: ИПА РАН, 2015. — С. 25.
24. Фатеев В.Ф. Релятивистская метрология околоземного пространства-времени: монография. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. — 439 с.
25. Фатеев В.Ф. Релятивистская теория и применение квантового нивелира и сети «Квантовый футшток» // Альманах современной метрологии. — 2020. — № 3. — С. 11–52.
26. Фатеев В.Ф., Копейкин С.М., Пасынок С.Л. Влияние неравномерности вращения Земли на релятивистские смещения частоты и времени наземных атомных часов // *Измерительная техника*. — 2015. — № 6. — С. 41–45; Fateev V.F., Kopeikin S.M. and Pasynok S.L. Effect of irregularities in the Earth’s rotation on relativistic shifts in frequency and time of earthbound atomic clocks // *Measurement techniques*. — 2015. — V. 58. — No. 6.

27. Одуан К., Гино Б. Измерение времени. Основы GPS. — М.: Техносфера, 2002.
28. Ashby N. Relativity in the Global Positioning System // *Living Reviews in Relativity*. — 2003. — V. 6. — P. 1–42.
29. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС, редакция 5.1, 2008. — https://russianspacesystems.ru/wp-content/uploads/2016/08/ICD_GLONASS_rus_v5.1.pdf.
30. Herrmann S., Finke F., Lulf M. Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Т. 121.
31. Delva P., Puchades N., Schönemann E. et al. Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites // *Physical review letters*. — 2018. — 121. — 231101.
32. Мельхиор П. Земные приливы / пер. с англ. под ред. Н.Н. Парийского. — М.: Мир, 1968. — 482 с.
33. Абалакин В.К., Аксенов Е.П. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. — М.: Наука, 1971. — 584 с.
34. Основы теории полёта космических аппаратов / под ред. Г.С. Нариманова и М.К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1972. — 608 с.
35. Руденко В.Н. Релятивистские эксперименты в гравитационном поле // *УФН*. — 1960. — Т. 72. — Вып. 4. — С. 673–676.
36. Турышев В.Г. Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // *УФН*. — 2009. — Т. 179. — № 1. — С. 3–34.
37. Grotti J., Koller S., Vogt S. et al. Geodesy and metrology with a transportable optical clock // *Nature Phys.* — 2018. — 14. — P. 437–441.
38. Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N. et al. Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks // *Nat. Photonics*. — 2020. — 14. — P. 411–415.
39. Müller J., Dirkx D., Kopeikin S.M. et al. High Performance Clocks and Gravity Field Determination // *Space Science Reviews*. — 2018. — V. 214. — P. 5.
40. Samain E., Guillemot Ph., Exertier P., Albanese D., Berio P., Laurain O., Para F., Paris J., Torre J.-M., Viot H., Vrancken P., Petitbon I., Leon S. Time Transfer by Laser Link - T2L2: First data // *Proceedings of the 16th International Workshop on Laser Ranging*. — October 2008, Poznań, Poland. — V. 1. — P. 682–689.
41. Жабин А.С., Лепешкин Д.В., Пасынков В.В., Титов Е.В., Шаргородский В.Д. Перспективные направления использования запросно-беззапросных квантово-оптических систем нового поколения в интересах улучшения метрологического обеспечения ГЛОНАСС на этапе штатной эксплуатации // *Метрология времени и пространства. Материалы X международного симпозиума, Менделеево, Московская обл., 6–8 октября*. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2021. — С. 5–7.

42. Басов Н.Г., Крохин О.Н., Ораевский А.Н., Страховский Г.М., Чихачев Б.М. О возможности исследования релятивистских эффектов с помощью молекулярных и атомных стандартов частоты // УФН. — 1961. — Т. 75. — Вып. 1. — С. 3–59.
43. Чихачев Б.М. Способ измерения гравитационного сдвига частоты радиоволн в опыте с искусственным спутником Земли // Труды ФИАН. — 1967. — Т. 38. — С. 189–198.

Статья поступила в редакцию: 31.10.2022 г.

Статья прошла рецензирование: 25.10.2022 г.

Статья принята в работу: 01.11.2022 г.